

Контрольная работа 2.2

1. Рассмотрим задачу построения расписания на 2 параллельных машинах со скоростями $s_1=1, s_2=2$. Для каждой работы J_i задан ее объем w_i . Время выполнения p_i работы J_i на k -ой машине равно $p_i = w_i/s_k$. Пусть Σ – сумма объемов всех работ, а W – объем максимальной работы. Укажите, какие из следующих величин являются нижними оценками на величину оптимального решения и обоснуйте свое решение.

а) $\max\{\Sigma, W\}$, б) $\max\{\Sigma/2, W/2\}$, в) $\max\{\Sigma/3, W\}$, г) $\max\{\Sigma/3, W/2\}$, е) $\max\{\Sigma/3, W/3\}$.

2. Рассмотрим метрическую задачу коммивояжера.

- Дано: Полный граф $G = (V, E)$, веса (стоимости) ребер $cost: E \rightarrow \mathbf{Q}^+$ такие, что для любых трех вершин u, v и w : $cost(u,v) \leq cost(u,w) + cost(w,v)$.
- Найти гамильтонов цикл C минимальной стоимости.

Пусть $V' \subseteq V$, такое что $|V'|$ четно и пусть M - совершенное паросочетание минимальной стоимости на V' . Докажите, что $cost(M) \leq OPT/2$.

3. **Квадратом** графа $G = (V, E)$ называется граф $G^2 = (V, E')$, где $(u,v) \in E'$, когда длина пути между вершинами u и v меньше или равна 2. Доказать, что размер независимого множества в G^2 не превосходит размера доминирующего множества в графе G .

4. Предположим, что в примере задачи о максимальной выполнимости нет одноэлементных дизъюнкций и в каждой дизъюнкции из двух элементов, по крайней мере один элемент входит без отрицания. Рассмотрим для таких примеров следующий алгоритм. Независимо для каждого i : $x_i \leftarrow 1$ с вероятностью p и $x_i \leftarrow 0$, иначе. Подберите значение параметра p , так чтобы максимизировать стоимость математического ожидания получаемых решений в худшем случае.