

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА И СВОЙСТВА ОБЛАСТИ
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ОБЕДНЕННЫХ И ИНВЕРСИОННЫХ
ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЯХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ ^{ж)}

Л.С.Гасанов

В в е д е н и е

Обедненные и инверсионные слои полупроводников давно служили предметом многих экспериментальных и теоретических работ [1-9]. Такие слои могут образовываться, например, вблизи фазовых границ в системах полупроводник-газ (вакуум), металл-полупроводник и других. Исследованию этих систем уделяется в настоящее время особое внимание в связи с проблемами полупроводниковой электроники и особенно тонкопленочной микроэлектроники.

Для всестороннего изучения названных систем необходимо знание пространственной зависимости таких характеристик (ОПЗ), как потенциала, электрического поля и концентрации носителей заряда. Однако в указанных работах основное внимание уделялось "интегральным" величинам, таким как избыточной концент -

ж) Основные результаты данной работы получены в апреле 1963 года и были доложены на физическом семинаре отделения вычислительной техники ИМ СО АН СССР.

рации носителей заряда, избыточной проводимости и другим, а пространственная зависимость потенциала либо исследовалась качественно [6], либо представлялась графически семейством кривых для выбранных значений параметров [7, 8].

Как уже указывалось в [10], для ряда задач пользоваться такими графически представленными результатами весьма затруднительно.

Целью данной работы является более детальное теоретическое рассмотрение распределения потенциала и других величин в обедненных и инверсионных поверхностных слоях полупроводников. Получены приближенные формулы, достаточно точно аппроксимирующие решение уравнения Пуассона при определенном соотношении поверхностного потенциала и объемных свойств полупроводника. Такие формулы можно использовать при анализе многих проблем, связанных с поверхностью полупроводника, а также при анализе некоторых тонкопленочных структур.

Рассмотрение основывается на той же физической модели, которая использовалась при анализе обогащенных слоев см. [10]. Аналогично этой же работе полный анализ будет дан только для полупроводников n -типа, так как полученные результаты очень просто могут быть перенесены на полупроводники p -типа. Случай собственных полупроводников не рассматривается — для него применимы непосредственно результаты работы [10]. Все обозначения, о которых особо не оговаривается, соответствуют обозначениям работы [10].

2. Уравнение и точное решение

Обедненные и инверсионные поверхностные слои полупроводников n -типа характеризуются таким искривлением зон, при котором вблизи поверхности концентрация электронов меньше, а концентрация дырок больше, чем в объеме. На рис. 1 изображена энергетическая диаграмма в случае обедненного (а) и инверсионного (б) слоев вблизи поверхности полупроводника n -типа. E_F — уровень Ферми, E_i — уровень Ферми собственного полупроводника, E_c и E_v — дно зоны проводимости и верх валентной зоны, соответственно, $\psi(x) = kT\psi(x)$ потенциал (потенциаль — ная энергия электрона).

Уравнение, описывающее распределение потенциала, и его точное решение приведены в работе ([10]). Там же даны точные формулы для электрического поля (нормализованного), избы-

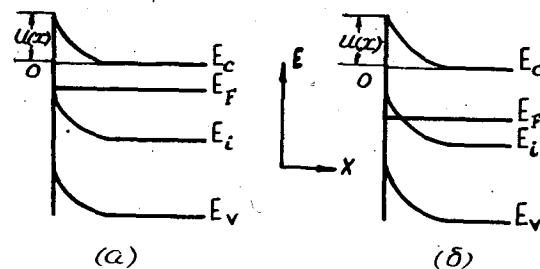


Рис. 1. Диаграмма энергетических уровней вблизи поверхности полупроводника: (а) — обедненный слой; (б) — инверсионный слой.

точной концентрации электронов и дырок и избыточного заряда в ОПЗ. В рассматриваемом случае обедненных и инверсионных слоев точное решение уравнения удобно переписать в виде

$$Z(\psi, \psi_s, \lambda) = \lambda^{-1/2} D_1(\psi, \psi_s, \lambda), \quad (1)$$

где
$$D_1(\psi, \psi_s, \lambda) = \frac{1}{2} \int_{\psi}^{\psi_s} \frac{d\psi}{F(\psi, \lambda)}$$

и
$$F(\psi, \lambda) = [(e^{-\psi} + \psi - 1) + \lambda^2 (e^{-\psi} - \psi - 1)]^{1/2}. \quad (2)$$

Очевидно, что решение (1) обладает свойствами, рассмотренными в [10], в том числе свойством

$$Z(\psi, \psi_s', \lambda) = Z(\psi, \psi_s^0, \lambda) - Z(\psi_s', \psi_s^0, \lambda)$$

при $|\psi| \leq |\psi_s'| \leq |\psi_s^0|$.

Дальнейшее изложение посвящено анализу точного решения (1), а также формул (10), (12), (13) работы [10] (соответственно, для обедненных и инверсионных слоев) с целью получить более простые приближенные выражения, и исследованию области применения этих выражений.

3. Обедненные слои

Критерием обедненного слоя вблизи поверхности может служить неравенство (см. рис. 1, а)

$$0 \leq \psi \leq \psi_s \leq \psi_v, \quad (3)$$

где $\psi = \frac{1}{\kappa T} (E_F - E_c)$. Легко показать, что $\psi_B = \ln \lambda$.

Рассмотрим с начала функцию $F(\psi, \lambda)$ (см. (2)). Очевидно, что для $\lambda \gg 1$ и определенного интервала ψ она может быть аппроксимирована функцией

$$h(\psi) = (e^{-\psi} + \psi - 1)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

введенной нами в работе [10] и протабулированной для отрицательных значений ψ (заметим, что в рассматриваемом здесь случае $\psi > 0$). Такая аппроксимация является достаточно точным приближением, когда выполняется условие

$$\lambda \gg [(e^{-\psi} - \psi - 1)/(e^{-\psi} + \psi - 1)]^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Физически это означает, что, хотя число электронов вблизи поверхности уменьшается, а число дырок увеличивается, λ так велико, что дырками и ионизированными акцепторами в ОПЗ можно пренебречь.

Как и в работе [10], точность рассматриваемых аппроксимаций будем характеризовать относительной погрешностью $\varepsilon(N) = \frac{F - F(N)}{F}$, где F — точная формула, $F(N)$ — приближенная, а (N) — ее порядковый номер в тексте. На рис. 2 представлены кривые (сплошные) зависимости $\varepsilon_{(4)}(\psi, \lambda)$ для различных λ . Значения λ выбраны так, что $\lambda = 10^n$, где $n = 0, 1, 2, \dots, 8$; значения n указаны на соответствующих кривых. Сетка вертикальных прямых соответствует значениям $\psi = \ln \lambda = \ln 10^n$ для $n = 0, 1, \dots, 17$. Очевидно, что кривая, проведенная через точки пересечения кривых $\varepsilon_{(4)}$ и $\psi = \ln \lambda$ соответствует максимальному значению $\varepsilon_{(4)}$ для объединенных слоев.

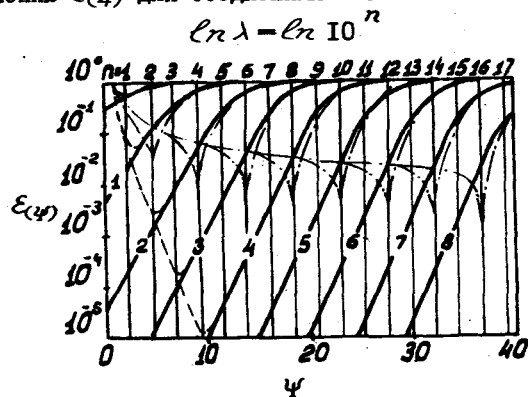


Рис. 2. Относительные погрешности формул (4), (16), и (21): $\varepsilon_{(4)}(\psi, \lambda)$ — сплошные кривые; $\varepsilon_{(16)}(\psi, \lambda)$ — пунктирные кривые; $\varepsilon_{(21)}(\psi, \lambda)$ — штрихпунктирные кривые.

Из рисунка видно, что для $\lambda > 10$ функция $h(\psi)$ достаточно точно аппроксимирует функцию $F(\psi, \lambda)$. Следовательно, в соответствии с формулой (7) работы [10] для расчета электрического поля в ОПЗ можно использовать формулу

$$E(z) = -2 \lambda^{\frac{1}{2}} h(\psi). \quad (6)$$

Численные значения $h(\psi)$ для $0,5 < \psi < 12$ представлены в табл. I с четырьмя верными значащими цифрами (пятая цифра взята округленной).

Т а б л и ц а I.

Численные значения функции $h(\psi)$ в интервале $0,5 < \psi < 12,0$

ψ	$h(\psi)$	ψ	$h(\psi)$	ψ	$h(\psi)$	ψ	$h(\psi)$
0,5	0,32639	3,5	1,5907	6,5	2,3455	9,5	2,9155
1,0	0,60653	4,0	1,7373	7,0	2,4497	10,0	3,0000
1,5	0,85037	4,5	1,8738	7,5	2,5496	10,5	3,0822
2,0	1,0655	5,0	2,0017	8,0	2,6458	11,0	3,1623
2,5	1,2578	5,5	2,1223	8,5	2,7386	11,5	3,2404
3,0	1,4317	6,0	2,2366	9,0	2,8284	12,0	3,3166

В этой таблице шаг $\Delta\psi = 0,5$; для промежуточных значений ψ функция $h(\psi)$ может быть рассчитана методами интерполирования. При $\psi > 12$ $h(\psi) \approx (\psi - 1)^{\frac{1}{2}}$ с относительной погрешностью $\varepsilon_0 < 2,8 \cdot 10^{-7}$, поэтому для таких значений ψ можно пользоваться таблицами степенной функции.

Если $\psi < 1$, то, разлагая в ряд экспоненты в выражении (2) и ограничиваясь членами второго порядка малости, получим

$$F(\psi, \lambda) = \left(\frac{1 + \lambda^{-2}}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \psi. \quad (7)$$

Тогда выражение для электрического поля примет вид:

$$E(z) = [2(\lambda + \lambda^{-1})]^{\frac{1}{2}} \psi. \quad (8)$$

Используем теперь полученные аппроксимации $F(\psi, \lambda)$ для анализа выражения (1), определяющего распределение потенциала

ла. Согласно (I) и (4) получим приближенную формулу

$$Z(\psi, \psi_s, \lambda) = \lambda^{-1/2} H_1(\psi, \psi_s), \quad (9)$$

где
$$H_1(\psi, \psi_s) = \frac{1}{2} \int_{\psi}^{\psi_s} \frac{d\psi}{(e^{-\psi} + \psi - 1)^{1/2}}. \quad (10)$$

Очевидно, что $H_1(\psi, \psi_s)$ обладает свойством:

$$H_1(\psi, \psi_s') = H_1(\psi, \psi_s^0) - H_1(\psi_s', \psi_s^0) \quad (11)$$

при $\psi \leq \psi_s' \leq \psi_s^0$.

Заметим, что значения функции $|H_1(\psi, \psi_s)|$ равны значениям функции $|H_2(\psi_s, \psi)|$, введенной нами в [10] и протабулированной для отрицательных значений аргумента.

Точность формулы (9) уменьшается с увеличением ψ , поэтому удобнее взять за начало отсчета точку Z_0 , в которой потенциал ψ очень мал, например, $\psi(Z_0) = \psi_0 = 10^{-2}$. Это эквивалентно преобразованию

$$Z' = Z - Z_0 = \lambda^{-1/2} H_1(\psi_0, \psi). \quad (12)$$

Зная значения $H_1(\psi_0, \psi)$ (существенно, что H_1 не зависит от λ), можно легко рассчитать ход потенциала в ОПЗ для любого λ . На рис. 3 представлена зависимость $\mathcal{E}_{(2)}(\psi_0, \psi, \lambda)$ (сплошные кривые) для различных значений λ . Обозначения на этом рисунке те же, что и на рис. 2.

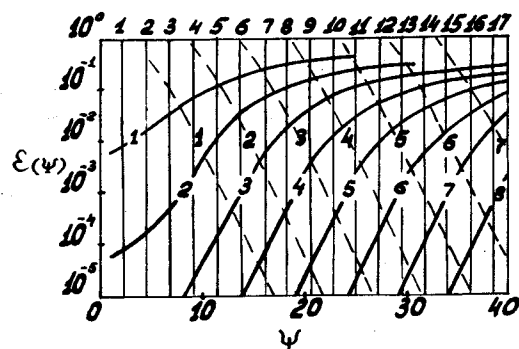


Рис.3. Относительные погрешности формул: (12) — сплошные кривые и (27) — пунктирные кривые.

Анализ кривых (рис. 3) показывает, что формула (12) является достаточно точной аппроксимацией выражения (I).

Численные значения $H_1(\psi_0, \psi)$, рассчитанные на ЭВМ методом численного интегрирования для $0,1 \leq \psi \leq 11$ ($\psi_0 = 10^{-2}$) представлены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2.

Численные значения функции $H_1(\psi_0, \psi)$ в интервале $0,1 \leq \psi \leq 11,0$ при $\psi_0 = 10^{-2}$

ψ	$H_1(\psi_0, \psi)$	ψ	$H_1(\psi_0, \psi)$	ψ	$H_1(\psi_0, \psi)$	ψ	$H_1(\psi_0, \psi)$
0,1	1,6388	2,8	4,3093	5,6	5,1087	8,4	5,6842
0,2	2,1407	3,0	4,3808	5,8	5,1548	8,6	5,7207
0,4	2,6544	3,2	4,4491	6,0	5,2000	8,8	5,7567
0,6	2,9646	3,4	4,5146	6,2	5,2443	9,0	5,7923
0,8	3,1916	3,6	4,5774	6,4	5,2877	9,2	5,8275
1,0	3,3728	3,8	4,6380	6,6	5,3303	9,4	5,8622
1,2	3,5252	4,0	4,6966	6,8	5,3722	9,6	5,8965
1,4	3,6575	4,2	4,7532	7,0	5,4134	9,8	5,9304
1,6	3,7753	4,4	4,8082	7,2	5,4539	10,0	5,9639
1,8	3,8818	4,6	4,8615	7,4	5,4937	10,2	5,9970
2,0	3,9795	4,8	4,9135	7,6	5,5329	10,4	6,0298
2,2	4,0700	5,0	4,9641	7,8	5,5716	10,6	6,0623
2,4	4,1545	5,2	5,0134	8,0	5,6096	10,8	6,0944
2,6	4,2341	5,4	5,0616	8,2	5,6472	11,0	6,1262

В таблице шаг $\Delta \psi = 0,2$. Построение и точность этой таблицы аналогичны таблице I. Значение функции $H_1(\psi_0, \psi)$ для ψ , отличных от указанных в таблице, могут быть получены методами интерполирования.

Для $\psi > \psi_0^* > 11$ функция $H_1(\psi_0^*, \psi)$ с относительной погрешностью, меньшей $8,4 \cdot 10^{-7}$, аппроксимируется функцией

$$H_1^* = (\psi - 1)^{1/2} - (\psi_0^* - 1)^{1/2},$$

значения которой могут быть получены с помощью таблиц степенной функции. Тогда, очевидно, что для $\psi > 11$

$$H_1(\psi_0, \psi) = H_1(\psi_0, \psi_0^*) + H_1^*(\psi_0^*, \psi),$$

причем значение $H, (\psi_0, \psi_0^*)$ берется из табл. 2 (например, при $\psi_0^* = II$).

Достаточно точную зависимость электрического поля от расстояния в случае любого обедненного слоя можно получить, комбинируя выражение (6) с (12) и с таблицами I, 2. Аналогично могут быть получены численные значения локальной концентрации электронов и дырок в зависимости от расстояния. При этом не обязательно пользоваться выражениями [10]:

$$n(z) = n_0 e^{-\psi(z)} \quad \text{и} \quad p(z) = p_0 e^{\psi(z)}. \quad (13)$$

Аппроксимация функции $F(\psi, \lambda)$ функцией $h(\psi)$ позволяет также вычислить интеграл в формуле (12) работы [10], и избыточная концентрация электронов во всей ОПЗ выразится тогда в явном аналитическом виде

$$\Delta N = -L_D n_i \lambda^{1/2} (e^{-\psi_s + \psi_s - 1})^{1/2} = -L_D n_i \lambda^{1/2} h(\psi_s). \quad (14)$$

Знак " - " в правой части означает недостаток электронов в ОПЗ. Избыточную концентрацию дырок не удастся выразить в аналитическом виде, но в рассматриваемом случае она очень мала, и положительный ПЗ создается в основном за счет убыли электронов. Согласно этому величина ПЗ выразится

$$\Delta Q = q L_D n_i \lambda^{1/2} h(\psi_s). \quad (15)$$

Заметим, что для $\psi_s \gg 1$ формула (14) (и, соответственно, (15)) упрощается и принимает вид

$$\Delta N = -L_D n_i \lambda^{1/2} (\psi_s - 1)^{1/2},$$

откуда следует, что

$$\psi_s = (\Delta N / L_D n_i \lambda^{1/2})^2 + 1.$$

Это простое выражение можно использовать для определения потенциала в экспериментах по "эффекту поля". На рис. 4 изображена зависимость $\mathcal{E}_{(m)}(\psi_s, \lambda)$ для различных значений λ . Обозначения приняты те же, что и на рис. 2. Видно, что выражение (14) достаточно точное приближение ΔN в обедненных слоях.

Аппроксимация функции $F(\psi, \lambda)$ - с помощью выражения (7)

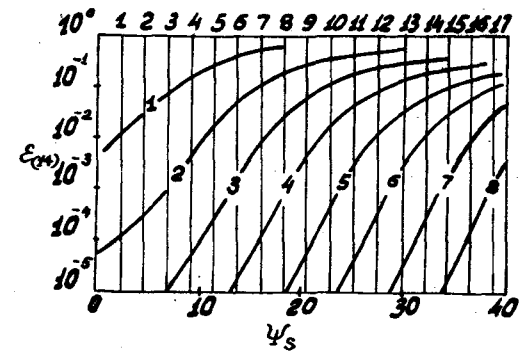


Рис. 4. Относительная погрешность формулы (14).

позволяет получить для $\psi < \psi_s < 1$ распределение потенциала в аналитическом виде. Действительно, подставляя (7) в (9) и выполняя интегрирование, получим

$$z = [2(\lambda + \lambda^{-1})]^{-1/2} \ln \frac{\psi_s}{\psi},$$

откуда
$$\psi(z) = \psi_s \exp \left\{ -z [2(\lambda + \lambda^{-1})]^{1/2} \right\},$$

причем точность аппроксимации возрастает с уменьшением ψ ($\psi_s < 1$). Тогда на основании (8) распределение электрического поля в таком слабо обедненном слое определится выражением

$$E(z) = -[2(\lambda + \lambda^{-1})]^{1/2} \psi_s \exp \left\{ -z [2(\lambda + \lambda^{-1})]^{1/2} \right\}.$$

Рассмотрим теперь случай, когда, кроме условия (5), выполняется условие $\psi \gg 1$. Пренебрегая членом $\exp(-\psi)$ в выражении (4), получим следующую аппроксимацию функции $F(\psi, \lambda)$:

$$F(\psi, \lambda) \approx (\psi - 1)^{1/2}. \quad (16)$$

Физически это означает, что в ОПЗ, помимо дырок и акцепторов, пренебрегается и некоторой частью электронов. При больших ψ эта часть электронов ничтожна, поэтому аппроксимация (16) при условии (5) мало отличается от (4). Наоборот, при малых ψ пренебрегаемая часть электронов становится значительной, и аппроксимация (16) будет сильно отличаться от (4). Действитель-

но, на рис. 2, где представлена зависимость $\varepsilon_{(16)}(\psi, \lambda)$ (пунктирные кривые), иллюстрируется это. Величина $\varepsilon_{(16)}$ характеризует также точность приближенной формулы распределения электрического поля, которая в этом случае имеет вид

$$E(z) = -2\lambda^{1/2}(\psi-1)^{1/2}. \quad (I7)$$

Подставляя выражение (I6) в (I) и выполняя интегрирование, получаем

$$Z = \lambda^{-1/2} [(\psi_s-1)^{1/2} - (\psi-1)^{1/2}]. \quad (I8)$$

Отсюда $\psi(Z) = [(\psi_s-1)^{1/2} - \lambda^{1/2}Z]^2 + 1$. (I9)
Шоттки [2] была установлена более простая параболическая зависимость для потенциала, которая в наших обозначениях записывается

$$\psi(Z) = [(\psi_s^{1/2} - \lambda^{1/2}Z)^2].$$

$$Z = \lambda^{-1/2} [\psi_s^{1/2} - \psi^{1/2}]. \quad (20)$$

На рис. 5,а графически представлено сравнение точности обеих парабол при $\psi_s = \ln \lambda$. Для удобства значения ψ нормированы на ψ_s , а обозначения соответствуют обозначениям рис. 2.

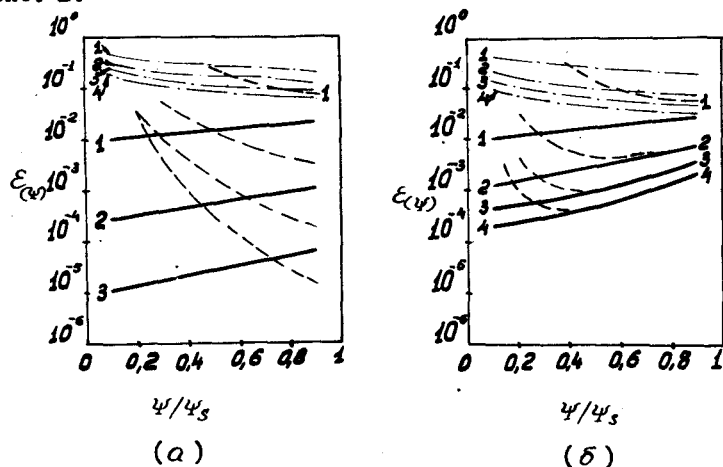


Рис. 5. Относительные погрешности формул: (а) - (9), (18) и (20); (б) - (19), (28) и (30).

Рис. 5,а показывает, что парабола (I9) $\varepsilon_{(18)}(\psi, \psi_s, \lambda)$ (пунктирные кривые) - более точная аппроксимация, чем парабола Шоттки $\varepsilon_{(20)}(\psi, \psi_s, \lambda)$ (сплошные кривые). Сплошные кривые (рис. 5,а) изображают зависимость $\varepsilon_{(20)}$ для различных λ при $\psi_s = \ln \lambda$. Парабола Шоттки получается, если $F(\psi, \lambda)$ аппроксимировать функцией

$$F(\psi, \lambda) \approx \sqrt{\psi}. \quad (2I)$$

Зависимость $|\varepsilon_{(21)}|$ для различных λ представлена на рис. 2 штрих-пунктирными кривыми, которые еще раз демонстрируют преимущество аппроксимации (I6). Подставив (I9) в (I7), получим явную зависимость электрического поля от расстояния.

$$E(z) = -2\lambda^{1/2} [(\psi_s-1)^{1/2} - \lambda^{1/2}Z].$$

Далее, согласно (I3) и (I9), имеем

$$n(z) = n_0 A \exp\{-(\psi_s-1)^{1/2} - \lambda^{1/2}Z\}, \quad p(z) = p_0 A' \exp\{(\psi_s-1)^{1/2} - \lambda^{1/2}Z\},$$

где $A = e^{-1}$.

Напомним, что эти формулы справедливы при выполнении условия (5) и в интервале Z , в котором $\psi(Z) \gg 1$.

3. ИНВЕРСИОННЫЕ СЛОИ

Инверсионные слои вблизи поверхности полупроводника образуются тогда, когда

$$\psi_s > \psi > \ln \lambda. \quad (22)$$

Рассмотрим сначала случай малых λ и больших ψ или, точнее, случай, когда выполняется условие

$$\lambda \ll [(e^\psi - \psi - 1)/(e^{-\psi} - \psi - 1)]^{1/2}. \quad (23)$$

Тогда, очевидно, что функция $F(\psi, \lambda)$ может быть аппроксимирована следующим образом

$$F(\psi, \lambda) \approx \lambda^{-1/2} (e^\psi - \psi - 1)^{1/2} = \lambda^{-1/2} h_1(\psi), \quad (24)$$

где

$$h_1(\psi) = (e^\psi - \psi - 1)^{1/2}. \quad (25)$$

Значения функции $h_1(\psi)$ совпадают со значениями функции $h(\psi)$,

которая была протабулирована нами ранее (см. табл. 2 работы [10]).

Физически такая аппроксимация означает, что ПЗ создается в основном дырками и ионизированными акцепторами, а электронами и донорами пренебрегается. Иными словами, вблизи поверхности полупроводника имеется сильно инверсионный слой p -типа.

В таком приближении выражение для электрического поля примет вид

$$E(z) = -2\lambda^{-1/2}k_1(\psi). \quad (26)$$

Кривые рис. 6 (сплошные) изображают зависимость $\varepsilon_{(24)}(\psi, \lambda)$ для различных значений λ (очевидно, что $\varepsilon_{(24)} = \varepsilon_{(26)}$). Пользуясь рисунками, можно выделить такой интервал изменения ψ , в котором аппроксимация (24) имеет точность выше заданной. В этом же интервале значений ψ распределение потенциала согласно (I)

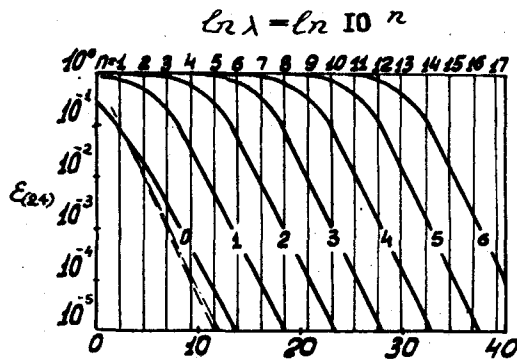


Рис. 6. Относительная погрешность формулы (24).

и (24) определится выражением

$$Z(\psi, \psi_s, \lambda) = \frac{1}{2} \lambda^{1/2} \int_{\psi}^{\psi_s} \frac{d\psi}{k_1(\psi)} = \lambda^{1/2} H(-\psi_s, -\psi) \quad (\psi_s > \psi > 0), \quad (27)$$

где $H(-\psi_s, -\psi)$ - функция, протабулированная в работе [10].

На рис. 3 пунктирными кривыми изображена зависимость $\varepsilon_{(24)}(\psi_s, \psi, \lambda)$ для различных λ при $\psi_s = 40$. Из рисунка видно, что распределение потенциала в сильно инверсионных слоях доста -

точно точно описывается функцией H , характеризующей обогащенные слои [10]. Следовательно, в случае сильно инверсионных слоев можно использовать приближенные аналитические выражения, полученные в [10]. Так, например, распределение потенциала с учетом иной зависимости от λ (см. (27)) будет определяться выражением

$$\psi(z) = -2 \ln th [Arth(e^{-\psi_s/2}) + \lambda^{-1/2} z] \quad (28)$$

и для другой аппроксимации [10] - выражением

$$\psi(z) = -2 \ln \cos [\lambda^{-1/2} (L - z)], \quad (29)$$

где $L = \lambda^{1/2} \arccos(e^{-\psi_s/2})$.

Напомним [10], что (28) и (29) предполагают аппроксимацию $F(\psi, \lambda)$ выражениями

$$F(\psi, \lambda) \approx \lambda^{-1} [e^{-\psi} - 2 + e^{\psi}]^{1/2}$$

и

$$F(\psi, \lambda) \approx \lambda^{-1} [e^{\psi} - 1]^{1/2},$$

соответственно. Точность этих аппроксимаций (см. пунктирные и штрих-пунктирные кривые на рис. 6, соответственно) выше точности (24) для малых λ , а для больших ($\lambda > 10$) - точность одинакова. Анализ всех кривых (рис. 6) показывает, что полученные аппроксимации имеют достаточно хорошую точность в области, расположенной непосредственно у поверхности (т.е. для малых z). Размер области зависит от соотношения величин ψ и λ [см. (23)].

Рассмотрим теперь случай больших λ и малых ψ (см. (5) и (32)). Очевидно, что распределение потенциала и другие свойства ОПЗ будут определяться тогда аппроксимациями раздела 2 для обедненных слоев. Однако, как показывает анализ кривых (рис. 2-5), достаточно хорошая точность этих аппроксимаций выполняется при определенном соотношении величин ψ и λ . Так, например, кривые (рис. 5, б) показывают зависимость величин $\varepsilon_{(19)}$ (сплошные), $\varepsilon_{(28)}$ (пунктирные) и $\varepsilon_{(30)}$ (штрих-пунктирные) при $\psi_s = -2 \ln \lambda - 2$, а из рис. 4 видно, что аппроксимация (24) имеет относительную погрешность $\varepsilon_{(24)} < 1\%$ в области $\psi_s < 2 \ln \lambda$ при $\lambda > 10^2$. Аналогично ведут себя и другие приближенные выражения раздела 2.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как показывают результаты предыдущих разделов, в случае обедненных и инверсионных слоев вблизи поверхности полупроводников удастся достаточно точно рассчитать распределение потенциала и другие свойства ОПЗ для большого числа ситуаций. В основу полученных выражений положен определенный вид введенной функции $F(\psi, \lambda)$, который зависит от соотношения величин ψ и λ .

Соотношением этих величин определяются и критерии обедненного и инверсионного слоев. Поэтому удобно для графической иллюстрации рассмотренных случаев воспользоваться системой координат с осями ψ и λ (рис. 7)

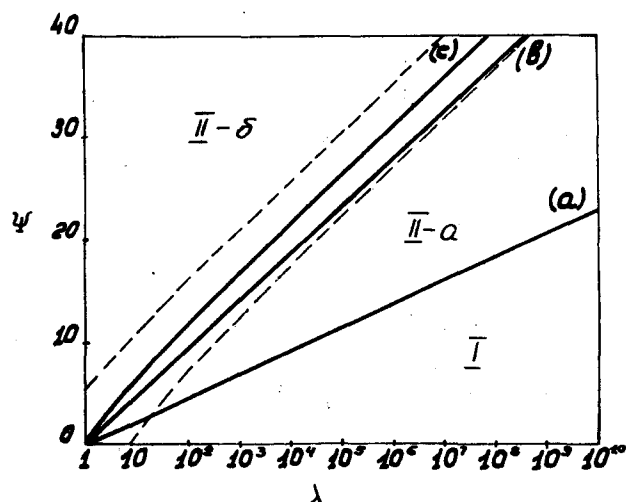


Рис. 7. Области определения различных аппроксимаций функции $F(\psi, \lambda)$.

На этом рис. изображены кривые $\psi = \ln \lambda$ [обозначена (a)], $\psi = 2 \ln \lambda$ [обозначена (b)] и $\lambda^2 = (\exp(\psi) - \psi - 1) / (\exp(-\psi) + \psi + 1)$ [обозначена (c)]. На оси абсцисс выбран логарифмический масштаб для λ . Область I соответствует случаю обедненных слоев, а области II-a и II-b [граница раздела - кривая (c)] - случаю инверсионных слоев, причем в областях II-a и I выполняется условие (5), а в области II-b - условие (23). Пунктирные кривые в областях II-a и II-b соответствуют такому соот-

ношению ψ и λ , при котором аппроксимации функции $F(\psi, \lambda)$ (4) и (24) имеют относительную погрешность 1%. Простым сдвигом этих кривых можно построить кривые, которым будет соответствовать относительная погрешность больше или меньше 1%. Таким образом можно определить область, в которой точность аппроксимаций будет выше заданной. Точностью аппроксимации $F(\psi, \lambda)$ определяется, как указывалось выше, точность выражений для потенциала, электрического поля и т.д.

Как видно из рис. 7, для области II-b, в которой справедлива аппроксимация (24), характерно то, что уже для $\lambda > 10^2$ соотношение (23) дает для ψ ограничение $\psi > 11$. Очевидно, что тогда (24) будет мало отличаться от аппроксимации (см. [10])

$$F(\psi, \lambda) \approx \lambda^{-1} e^{\frac{\psi}{2}}. \quad (30)$$

Такой вид функции $F(\psi, \lambda)$ позволяет очень просто выразить интересующие нас величины. Например, согласно (1) и (30) имеем

$$z = \lambda^{1/2} (e^{-\frac{\psi}{2}} - e^{-\frac{\psi}{2}}),$$

$$\text{откуда} \quad \psi(z) = -2 \ln(e^{-\frac{\psi}{2}} + \lambda^{-1/2} z).$$

Рис. 7 показывает, что для любого λ существует определенный интервал значений ψ , в котором аппроксимации (4) и (24) имеют плохую точность ($\varepsilon < 29,3\%$). К сожалению, из-за математической трудности не удалось получить простых приближенных формул для этих интервалов. Правда, аппроксимация (30) неводит на мысль, как можно чисто формальным путем сузить "неточную" область. Например, можно положить

$$F(\psi, \lambda) \approx \lambda^{-1} [e^{\psi} + a(\lambda)]^{1/2},$$

где $a(\lambda)$ - некоторая функция параметра λ . Однако, и в этом случае получающиеся формулы слишком громоздки и необходимо дополнительное специальное исследование.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить А.В.Ржанова, В.Л.Дятлова, И.Г.Неизвестного, С.П.Синицу за полезное обсуждение результатов данной работы, а так-

же Э.И.Датмана, Э.Г.Косцова, В.И.Петросяна и Э.М.Скока за постоянный интерес к работе.

И-т математики СО АН СССР

Поступила в редакцию
8.V.1964г.

Л и т е р а т у р а

1. Mott N.F., Proc.Roy. Soc.(London) A 171, 27 (1939)
2. Schottky W., Z. Phys., 113, 367, 1939; 118, 539 (1942)
3. Давыдов Б.М. ЖЭТФ, 9, 451 (1939); 10, 1342 (1940).
4. Schottky W. und Spenke E., Wiss.Veröff.Siemens, 18, 225 (1939)
5. Kingston R. and Neustadter S., J.Appl.Phys., 26, 718 (1955)
6. Garret C. and Brattain W., Phys.Rev. 99, 376 (1955)
7. Dousmanis G. and Duncan R., J.Appl.Phys., 29, 1627 (1958)
8. Yong C., J.Appl.Phys. 32, 329 (1961)
9. Ржанов А.В. Труды ФИАН СССР, т. XX, 3 (1963)
10. Гасанов Л.С. Распределение потенциала и свойства области пространственного заряда в обогащенных по -
верхностных слоях полупроводников. (См. настоящий сборник).