

ПРОГРАММА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ
УРАВНЕНИЙ НА "МИНСКЕ-222"

Л.В. Головяшкина, Ю.Г. Косарев

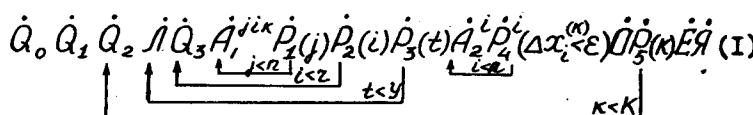
Описывается универсальная программа решения системы линейных алгебраических уравнений на вычислительной системе "Минск-222" [1,2], автоматически настраиваемая на заданное число машин ℓ в этой системе и число уравнений n в задаче [3].

I. Схема программы. За основу взят рассмотренный в [4] параллельный алгоритм решения системы уравнений $X = BX + G$ методом последовательных приближений, вычисляемых по формуле: $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + G$ при $X^0 = G$, где B - матрица, X и G - векторы.

В отличие от [4] предполагается, что $\ell \ll n$. В каждой машине S хранятся r строк матрицы B и соответствующие компоненты вектора G (строки N_S, \dots, N_{S+r}), а также вычисляются и хранятся до следующего приближения r компонент вектора $X^{(k)}$. Для первых Δ машин, где $0 < \Delta < \ell-1$ остаток от деления n на ℓ , $r = [\frac{n}{\ell}] + 1$, для всех остальных $r = [\frac{n}{\ell}]$. В общем случае, когда свободное место в оперативной памяти (ОП) $R < r(n+1)$, матрица B хранится на магнитных лентах (МЛ). Матрица B записывается по строкам. Вектор $X^{(k-1)}$ хранится в ОП каждой машины.

Одновременно вычисляются ℓ компонент вектора $X^{(k)}$ в

соответствии с операторной схемой программы



В этой схеме функции р-операторов следующие:

\dot{Q}_0 подготавливает константы, зависящие от параметров задачи.

\dot{Q}_1 настраивает машины системы.

\dot{Q}_2 устанавливает первоначальные значения счетчиков циклов и индексных ячеек.

\dot{A}_1 вводит в ОП с МЛ очередную порцию элементов матрицы B .

\dot{Q}_3 формирует переход к следующей строке матрицы.

\dot{A}_2^i вычисляет $x_i^{(k)}$.

$\dot{P}_2(i)$, $\dot{P}_3(j)$, $\dot{P}_5(t)$, $\dot{P}_5(k)$ – р-операторы обобщенного условного перехода, осуществляющие переход к следующему р-оператору после повторения заданного числа циклов.

\dot{A}_2 вычисляет $\Delta x_i^{(k)} = |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}|$.

$\dot{P}_4^i(\Delta x_i^{(k)} < \epsilon)$ проверяет, удовлетворено ли условие

$$\Delta x_i^{(k)} < \epsilon \quad (i=1,2,\dots,n).$$

При соблюдении этого условия печатается результат и номер приближения (р-оператор \dot{E}), счет прекращается (р-оператор \dot{Y}); при $\Delta x_i^{(k)} \geq \epsilon$ – переход к следующему оператору.

\dot{O} пересыпает во все машины по $\tau + I$ компонент вектора $X^{(k-1)}$ сначала из машины m_1 , затем из m_2 и т.д. и, наконец, из m_e .

2. Время счета. Как можно видеть из схемы программы, фактически все время счета на одной машине τ_{in}^c затрачивается на выполнение основного цикла, образованного р-операторами \dot{A}, \dot{P} , которые могут быть реализованы командами: умножения +35, сложения +16, и конец цикла – 20. Средняя длительность команд +35 и +16 равна 370 и 200 мксек [5]. Длительность команды -20 равна $120 - 24/n$ мксек. В данном случае n_2 велико и вторым членом можно пренебречь. Таким образом, среднее время на выполнение команд основного цикла равно

$\tau_{osc} = 690$ мксек. Для сокращения этого времени две арифметические операции +35 и +16 были повторены в программе 8 раз. Благодаря этому время основного цикла уменьшилось примерно на 15%.

$$\tau_1 = 570 + \frac{120}{8} = 585 \text{ мксек}$$

и, соответственно,

$$\tau_{in}^c = 585 \cdot n^2 \bar{k} \text{ мксек}, \quad (3)$$

где \bar{k} – среднее число итераций.

Время работы с МЛ. На каждой итерации нужно ввести в ОП с МЛ все коэффициенты. Соответствующие затраты времени составят

$$\tau_{en}^n = (400 + 50 \cdot \frac{1000}{M}) \cdot \frac{n(n+1)}{e} \bar{k} \text{ мксек}, \quad (4)$$

где 400 мксек – время обмена ОП с МЛ одним кодом, $50 \cdot 10^3$ мксек – время ожидания при каждом обращении к МЛ. При размере вводимой порции $M = 2000$ слов

$$\tau_{en}^n = 425 \frac{n(n+1)}{e} \bar{k} \text{ мксек}. \quad (5)$$

Время на перемотку МЛ не учитывается, так как при работе с одной лентой другая успевает вернуться в исходное положение.

Время ввода – вывода. Для решения задачи нужно ввести $n(n+1)$ слов. Если ввод осуществляется в одной машине, то на это потребуется время

$$\tau_{in}^{bb} = n(n+1) \left[\tau_{bb} + \frac{e-1}{e} \cdot 10^6 \left(\frac{1}{R} (48 + \frac{1}{R} 72) + \frac{1}{e} (400 \cdot 10^6 + \frac{1}{R} 50 \cdot 10^3) \right) \right] n(n+1) \tau_{bb} \text{ сек.} \quad (6)$$

где τ_{bb} – время ввода одного кода. Здесь первый член – время ввода слова с перфоленты в ОП, второй – время пересыпки слова в другие машины, третий член – время записи на МЛ. Коэффициенты $\frac{e-1}{e}$, $\frac{1}{R}$ и $\frac{1}{e}$ учитывают, соответственно, долю передаваемых слов из данной машины в остальные; размеры одновременно передаваемой группы слов; совмещение пересыпки слов на МЛ и ввода с перфоленты следующей группы слов во всех машинах, кроме данной.

Нетрудно видеть, что два последних члена намного меньше первого, и ими можно пренебречь.

Время ввода можно уменьшить в e раз, если данные вводить сразу во все машины, тогда

$$\tau_{en}^{bb} = \frac{n(n+1)}{e} (\tau_{bb} + 400 \cdot 10^6 + \frac{1}{R} 50 \cdot 10^3) \approx \frac{n(n+1)}{e} \tau_{bb}. \quad (7)$$

Для перфоленты $\tau_{bb} = I/60$ сек, для перфокарт – $I/20$ сек.

Время вывода найденных значений x_1, \dots, x_n будет

$$t_{en}^b = n\tau_b, \quad (8)$$

где τ_b - время вывода одного слова. Скорость печати - 20 слов/сек.

Время обмена кодами между ЭМ. В конце итерации каждая ЭМ посыпает во все остальные машины группу из $\ell+1$ компонент вектора $X^{(k-1)}$. Эта пересылка занимает время

$$t_{en}^o = (76 + 48\ell) \bar{K} \approx (76\ell + 48n)\bar{K} \text{ мксек.} \quad (9)$$

Потери времени из-за десинхронизации. Согласно схеме программы синхронизация осуществляется при каждом обмене (р-оператор \hat{O}) и при выполнении р-оператора P_4 , т.е. всего $\ell+1$ раз. Причиной десинхронизации может быть в основном р-оператор A_1 , реализуемый командами +35 и +16, время выполнения которых зависит от операнд. Средние потери, согласно [5], в этом случае будут

$$\frac{1}{\bar{K}} t_{en}^d \leq \sqrt{\frac{260(\ell+1)}{n^2/\ell 10^4}} \cdot 585n^2. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что величиной t_{en}^d во всех практических интересных случаях можно пренебречь.

Время простоя. Из схемы программы видно, что все р-операторы состоят из одинаковых составляющих, поэтому простой может быть только из-за неравномерности распределения строк матрицы B между машинами. Время простой, очевидно, будет

$$t_{en}^A = \frac{\ell - \Delta}{n} t_{en}. \quad (II)$$

Таким образом, величина t_{en}^A может быть сколько-нибудь существенной только при малых n .

Из (3) - (II) видно, что при решении трудоемких задач, (когда $n \gg \ell$), для которых, собственно, и предназначаются вычислительные системы, дополнительные затраты времени, связанные с особенностями системы "Минск-222", можно не принимать во внимание и считать, что

$$t_{en} \approx t_{en}^c + t_{en}^l + t_{en}^{bb} \approx (1000\bar{K} + \frac{1}{60} \cdot 10^6 \frac{n(n+1)}{\ell}) \text{ мксек.} \quad (12)$$

Если данные уже были размещены на МЛ, например были получены в результате решения предыдущей задачи или ввод был совмещен с ним, то

$$t_{en} \approx t_{en}^c + t_{en}^l \approx 1000 \frac{n(n+1)}{\ell} \bar{K} \text{ мксек} \approx 1000 \frac{n^2}{\ell} \bar{K} \text{ мксек.} \quad (13)$$

В этом случае для определения коэффициентов эффективности [2] можно не знать среднего числа итераций \bar{K} . Нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned} \delta_I &= \frac{t_{en}^c}{\ell \cdot t_{en}^c} \approx 1, \\ \delta_{II} &= \frac{t_{en}^c + t_{en}^l}{\ell \cdot t_{en}^c} = \frac{585 + 425}{585} \approx 1,7, \\ \delta_{III} &= \frac{t_{en}^c + t_{en}^l}{\ell(t_{en}^c + t_{en}^l)} \approx 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Размеры соответствующих областей видны из таблицы временных характеристик (табл. I).

Как видно из таблицы I, имеется довольно обширная область значений n и ℓ , в которой объединение в систему увеличивает эффективность каждой машины в 1,7 раза.

Хотя машины в системе работают с той же эффективностью, что и изолированные, в области больших n ($\delta_{III} \approx 1$) объединение их в систему позволяет решать задачи при значительно большем числе уравнений.

В области $n < 60$, когда данные размещаются полностью в ОП одной машины, при $n \ll \ell$ либо при n , кратном ℓ , система будет решать задачу в ℓ раз быстрее. В остальных случаях для этой области коэффициент эффективности будет немного меньше единицы, поэтому, если нет срочных задач, может оказаться выгодным разбить систему с помощью команды настройки на ℓ независимых машин и на каждой из них решать свою задачу.

3. Особенности программы. При составлении программы исходили из следующих положений.

Экономия времени. Из схемы программы (I) непосредственно видно, что время выполнения основных операторов A_1, P практически равно времени решения задачи. При программировании соответствующих им блоков (Б.1, Б.2) предпринимались усилия для сокращения времени их работы. При этом сознательно шли на усложнение как самих блоков, так и требований к остальным блокам. При программировании остальных блоков, наоборот, экономились ячейки памяти даже за счет увеличения времени их работы.

Таблица I

Время выполнения одной итерации
на системе из ℓ машин "Минск-2"

n'_{max}	ℓ	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II	III
	59	2,0	I,0	0,7	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	I
	84	7,0	2,0	I,3	I,2	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3
	I02	I0	5,0	2,0	I,5	I,2	I,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5
	II6	I3	6,5	4,3	2,0	I,6	I,3	I,2	I,0	0,9	0,8	0,7	0,7
	I30	I7	8,5	5,7	4,2	2,0	I,6	I,4	I,3	I,1	I,0	0,9	0,8
	I42	I0	6,7	5,0	4,0	2,0	I,7	I,5	I,4	I,2	I,0	I,0	
	I54	I2	8,0	6,0	4,8	4,0	2,0	I,8	I,6	I,4	I,3	I,2	II
	I62	I3	8,7	6,5	5,2	4,3	3,7	2,0	I,8	I,6	I,5	I,3	
	I74	I5	I0	7,5	6,0	5,0	4,3	3,7	2,0	I,8	I,6	I,5	
	I85	I7	II	8,5	6,8	5,7	4,9	4,3	3,8	2,0	I,8	I,7	
	I90	I8	I2	9,0	7,2	6,0	5,2	4,5	4,0	3,6	2,0	I,8	
	I96	I9	I3	9,5	7,0	6,3	5,4	4,8	4,2	4,0	3,5	2,0	
	600	6,0	3,0	2,0	I,5	I,2	I,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5
	800	-	5,4	3,6	2,7	2,2	I,8	I,6	I,4	I,2	I,1	0,9	0,8
	I000	-	-	6,0	4,5	3,6	3,0	2,6	2,3	2,0	I,8	I,7	I,6
	I200	-	-	-	6,0	4,8	4,0	3,4	3,0	2,7	2,4	2,3	2,0
	I400	-	-	-	-	6,4	5,3	4,6	4,0	3,6	3,2	3,2	2,8
	I500	-	-	-	-	-	6,3	5,4	4,7	4,2	3,8	3,5	3,2
	I600	-	-	-	-	-	-	6,0	5,2	4,7	4,2	4,4	3,5
	I700	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,3	4,8	4,4	4,0
	I800	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,4	5,0	4,5
	I900	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,5	5,0
	2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,5
	2I00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0

Простота организации программы. Программа составлялась так, чтобы в ней отсутствовали формируемые команды. Зависящие от параметров задачи и системы константы выделялись в отдельный массив, образуемый с помощью простого блока формирования (Б.7).

Простота отладки. Предусматривалась возможность отладки программы в два этапа. На первом этапе с помощью специальной подпрограммы [8] программа настраивалась на работу в режиме одиночной машины и отладка велась так, как это обычно делается для ЭВМ. На втором этапе программа отладивалась на системе "Минск-222".

4. Распределение памяти.

- 0001-0017 - индексные ячейки;
- 0061-0253 - программа;
- 0255-0263 - константы;
- 0264-0270 - информационная карта;
- 0273-0312 - формируемые константы;
- 0315-0320 - рабочие ячейки;
- 0321-0442 - оператор \dot{Q}_o ;
- 0450-0517 - СП 0021 ($2 \rightarrow 10$);
- 0520-7777 - ячейки для промежуточных результатов и коэффициентов системы уравнений. Для промежуточных результатов отводится массив $(z+n)$ ячеек. В оставшихся ячейках памяти $R = 7257 - (z+n)$ хранятся коэффициенты. При $R \leq z(n+1)$ задача полностью размещается в ОИ элементарных машин. При $R > z(n+1)$ эти ячейки используются для очередной части данных, вводимой с магнитных лент.

5. Подготовка данных. Параметры задачи и системы указываются в информационной карте каждой машины S . Все параметры записываются в восьмеричной системе.

Адрес		A_1	A_2
0264	ℓ	0000	s
0265			ε
0266	0000	0000	h
0267	K	000 α	0000
0270	$L-1$	$P_0 q_0 00$	0000

α - указывает какой вид памяти используется при решении задачи: ОИ ($\alpha = 1$), МЛ ($\alpha = 0$);

L - число лент, на которых записаны коэффициенты;

$P_0 q_0$ - номер магнитной ленты, с которой начинается запись массива B .

Коэффициенты уравнений записываются по строкам, причем сначала записывается свободный член. Для хранения коэффициентов можно использовать все МЛ машины "Минск-2". Массив коэффициентов записывается, начиная с ленты $P_0 q_0$. Его продолжение записывается с и у л е в о г о адреса на следующую по порядку ленту, после заполнения последней ленты ($Q = 3$) в шкафу переходят к ленте с номером $q = 0$ следующего шкафа. На первой ленте записано $Z_0 \leq Z$ порций, на каждой последующей - Z порций. Каждая порция размером $M = 3640_8$ кодов. Последняя порция дополняется нулями. Если используются только две ленты, то данные равномерно распределяются между ними. Коэффициенты перед записью на МЛ переводятся (если это нужно) из десятичной системы в двоичную.

6. Описание блоков. Программа состоит из семи блоков.

Блок I (006I-0103) вычисляет

$$x_i^{(k)} = \sum_{j=1}^n b_{ij} x_j^{(k-1)}$$

Время работы этого блока составляет практически все время счета (без учета входа информации с МЛ). Чтобы уменьшить затраты на вспомогательную команду - 20, организующую счет по циклу, применено e - кратное расписывание цикла.

Для правильной работы блока I при вычислении $x_i^{(k)}$ необходимо занести в рабочую ячейку τ , : g_i и в индексные ячейки

$i_1: 00\ 00\ 0102 - 28\ 0000,\ (15)$

$i_2: p\ B-e+\delta+(n+1)(i-1)\ X^{k-1}-e+\delta.\ (16)$

Здесь p и δ - соответственно целая часть частного и остаток при делении n на e . Величину e удобно выбирать равной 2^m (m - целое). В данной программе $e = 10_8$.

X^{k-1} - адрес ячейки, с которой записан массив $x_i^{(k-1)}$

B - адрес ячейки, с которой записана матрица $B = (g_i) + (b_{ij})$.

Матрица B записана по строкам. Каждая строка начинается со свободного члена g_i .

Добавление ($p\ \delta+1\ \delta$) к предыдущему содержимому i_2 и вычитание (0000 0000 n), как нетрудно видеть, образует содержимое i_2 , необходимое для счета следующей строки. Действительно, после счета i -ой строки в i_2 находится:

00 00 B-e+\delta+(n+1)(i-1)+pe X^{k-1}-e-1+\delta+pe.

Добавляя $p\ \delta+1\ \delta$ получаем $p\ B-e+\delta+(n+1)(i-1)+(pe+\delta)$ $X^{k-1}-e-1+\delta+(pe+\delta)$. Так как $pe+\delta=n$, то $i_2:p\ B-e+\delta+(n+1)i\ X^{k-1}-e-1+\delta+n$.

Вычитая из второго адреса n , получаем требуемое значение i_2 для счета ($i+1$)-ой строки:

$i_2:p\ B-e+\delta+(n+1)i\ X^{k-1}-e-1+\delta$.

Для единобразия выражение (16) будем писать в виде:

$p\ (B-e-1)+\delta+1+(n+1)(i-1)\ (X^{k-1}-e-1)+\delta.\ (16')$

Блок 2 (0104-0130) вводит в МОЗУ массив B , находящийся на L магнитных лентах (МЛ) с подряд идущими номерами. При этом после МЛ с номером 3 шкафа p следует МЛ с номером 0 шкафа $p+1$. На МЛ q_0 из шкафа p_0 , на которой хранится начало массива B , содержится Z_0 порций, на всех остальных МЛ по Z порций. Все порции записаны с начала зоны и содержат одинаковое число кодов $M+1$. В последней порции последней МЛ ($P_{L-1} q_{L-1}$) может при этом вводиться лишнее число кодов. Последний код в каждой порции - служебный, он дополняет контрольную сумму ($k \Sigma$) до - 777777777777. Величину M лучше всего брать равной 3640_8 , 13640_8 или 23640_8 , так как в этом случае МЛ после считывания очередной порции останавливается в положении, при котором минимальны затраты времени на подвод очередной зоны.

После ввода очередной порции с МЛ одновременно со счетом происходит перемотка к начальной зоне предыдущей МЛ. При работе с МЛ (P_0, q_0) перематывается МЛ (P_{L-1}, q_{L-1}).
Блок имеет два входа: вход I (0104) при первом обращении к МЛ и вход 2 (0116) при всех остальных обращениях.

Блок 3 (0131-0143) – вспомогательный блок, который по числу π_2 , помещенному в первый адрес ячейки 0040, формирует следующие константы:

$$\begin{array}{lll} 0041 & : & \rho \quad \delta+1 \quad \delta \\ 0042 & : & \rho \quad \delta \quad \delta \\ 0043 & : & 0000 \quad \delta \quad 0000 \end{array}$$

SM и 0001 : $0000 \ 0102-2\delta \ 0000$,

где ρ и δ – соответственно целая часть частного и остаток от деления n на 10_8 .

Число π_2 остается в ячейке 0040.

Блок 4 (0144-0166) осуществляет счет строки матрицы B , элементы которой хранятся на МЛ в двух различных порциях.

Признаком последней строки в данной порции служит неотрицательный знак разности

$$n'' = n + 1 - [(B + M - 1) - (\alpha_i(i_2) + 10_8)] \geq 0, \quad (17)$$

где $B + M - 1$ – адрес последнего кода в данной порции,
 $\alpha_i(i_2) + 10_8$ – адрес последнего кода $b_{i-1,n}$ в предыдущей строке,
 $\alpha_i(i_2)$ – содержание первого адреса индексной ячейки i_2 после вычисления очередного $x_{i-1}^{(k)}$,
 n'' – число отсутствующих в МОЗУ коэффициентов $b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in}$ i -й строки ($0 \leq n'' \leq n$).

Обозначим через n' число коэффициентов $b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in}$ строки i , находящихся в МОЗУ ($0 \leq n' \leq n$).

Очевидно, $n' = n - n''$. При $n'' = 0$, $n' = n$ i -я строка вся находится в МОЗУ. При $n'' = n$, $n' = 0$ в МОЗУ находится только g_i . i -я строка считается в два этапа:

I) определяется

$$g_i + \sum_{j=1}^{n'} b_{ij} x_j; \quad (18)$$

2) после ввода с МЛ следующей порции вычисляется остаточная часть суммы

$$x_i^{(k)} = g_i + \sum_{j=1}^{n'} b_{ij} x_j + \sum_{j=n'+1}^n b_{ij} x_j. \quad (19)$$

Счет каждого этапа ведется с помощью Б.И. Перед I этапом засыпается в i_1 : $0000 \ 0102-2\delta' \ 0000$,
в i_2 : $i_2 + (\rho' \delta'^1 + 1 \ \delta'^n)$.

Перед 2 этапом засыпается в i_1 :

$$\begin{array}{lll} 0000 & 0102-2\delta'' & 0000 \\ \text{в } i_2: & i_2 + (\rho'' \delta''^1 + M - 1 \ \delta''), & \end{array}$$

где $\rho', \delta', \rho'', \delta''$ – соответственно частное и остаток при делении n' и n'' на 10_8 .

Для расчетов выражение (17) лучше преобразовать так:

$$n'' = \alpha_i(i_2) + n - [(B + M - 1) + (M - 1)]. \quad (17)$$

Блок 5 (0167-0203) осуществляет обмен кодами $x_i^{(k)}$ $i=1, 2, \dots, n$ между ЭМ. Каждая из машин по очереди, начиная с I-й, передает всем остальным подсчитанные $x_i^{(k-1)}$. Обмен выполняется за C этапов. На S -этапе передающей будет ЭМ с номером S . Адреса ячеек, в которых хранятся $x_i^{(k-1)}$ во всех ЭМ одинаковы.

$$N_S = N_{S-1} + \gamma + 1, \quad S \leq \Delta,$$

$$N_S = N_{S-1} + \gamma, \quad S > \Delta.$$

Для единства передается и принимается $\gamma + 1$ код. При этом от ЭМ с номерами $S > \Delta$ поступает лишний код, который потом замещается первым кодом при следующей передаче.

Блок 6 (0204-0254) – ведущий.

Блок 7 (0321-0442) формирует константы по значениям параметров, указанных в информационной карте. Он состоит из трех подблоков:

Б.7а (0322-0330) выполняет деление целых чисел и определяет целую часть частного и остаток. Делимое и делитель помещаются в младших разрядах ячеек 0041 и 0040, соответственно. Целая часть частного и остаток получаются соответственно в ячейках 0042 и 0041.

Б.76 (033I-0410) формирует константы 0273-0306. Константы γ_S, N_S следующим образом зависят от номера ЭМ S .
При $S < \Delta + 1$:

$$\gamma_S = \gamma + 1,$$

$$N_S = N_1 + (\gamma + 1)(S - 1);$$

при $S \geq \Delta + 1$:

$$\gamma_S = \gamma,$$

$$N_S = N_1 + (\gamma + 1)(S - 1) - (S - 1 - \Delta),$$

где $\gamma = \left[\frac{n}{\ell} \right]$, Δ - остаток от деления n на ℓ .

Б.7в формирует константы, связанные с работой МЛ. В информационной карте указывается число МЛ L , которыми можно располагать для данной задачи. Общий объем данных, хранящихся на МЛ $-\gamma(n+1)$. Для их размещения нужно Y зон на МЛ.

$$Y = \begin{cases} \left[\frac{\gamma(n+1)}{M} \right] + 1 & \text{при } \Delta_M > 0, \\ \frac{\gamma(n+1)}{M} & \text{при } \Delta_M = 0, \end{cases}$$

где Δ_M - остаток от деления $\gamma(n+1)$ на M . На всех МЛ, кроме, может быть, первой ($P_0 Q_0$), содержится одинаковое число порций:

$$t = \begin{cases} \left[\frac{Y}{L} \right] + 1 & \text{при } \Delta_L > 0, \\ \frac{Y}{L} & \text{при } \Delta_L = 0, \end{cases}$$

где Δ_L - остаток от деления Y на L .

На первой МЛ при $\Delta_L > 0$ будет на $L - \Delta_L$ зон меньше. Последняя зона последней МЛ ($P_{L-1} Q_{L-1}$) дополняется до полной порции нулями.

7. Инструкция к программе. Ввод программы и начальных данных. Пуск. На первом этапе вводится специальная программа [7] и передается ей управление. Эта программа вводит коэффициенты с перфоленты, переводит их в двоичную систему и записывает на МЛ. Если МЛ не используется, то коэффициенты размещаются в ОП машин системы, начиная с ячейки в В.

В ОП машины вызывается СП 002I, начиная с 0450 ячейки [6].

На втором этапе вводится программа (006I-0264; 032I-0447) и информационная карта (0264-0270). Пуск программы производится с ячейки 033I.

Вывод на печать. В конце работы выдаются на печать компоненты вектора $X^{(K)}$ и число итераций K .

Конец работы. При работе программы, кроме обычного останова (ячейка 0244), могут произойти аварийные остановы, если будет достигнуто предельно допустимое число итераций (ячейка 0254) или произойдет сбой МЛ ячейки (0110).

Примечание: если по каким-либо причинам потребуется работать с величиной порций, считываемых с МЛ, отличной от $M = 3640$, то необходимо занести в ячейки 0144:= 0000 M-I '0000, 0165:= 0000 M+I 0000, 0166:= 0000 M 0000.

8. Выходы. На системе из ℓ машин можно решать задачи с числом уравнений n , большим в $\sqrt{\ell}$ раз, чем на одной машине.

Программа позволяет решать задачи на системе из ℓ машин в $\alpha\ell$ раз быстрее, где $\alpha = 1$, либо $\alpha = 1,7$.

Данная программа несущественно отличается от программы для одиночной машины. Из 124 команд программы только 19 команд введено для организации работы на системе, 13 из них образуют блок 5, 6 команд находятся в блоке 6. Остальные блоки полностью совпадают с блоками программы для одной машины. Блок 7 формирует 3 константы (из 19), зависящие от параметров системы. Можно сделать вывод, что программирование данной задачи для системы "Минск-222" по сложности и объему программы такое же, как и для одиночной ЭМ.

Ниже приведена программа решения рассмотренной задачи.

Адрес	Команды и числа				Пояснения	№ поз.
0060						
I - 30 0I 0000 0000					ПУ : 0I02 - 2δ	B.I
2 35 02 0001 0001					CM : $b_{ij} x_j$	
3 16 00 0320 0320					$\tau_i : \sum_j b_{ij} x_j$	
4 35 02 0002 0002						
5 16 00 0320 0320						
6 35 02 0003 0003						
7 16 00 0320 0320						
0070	35 02 0004 0004					
I 16 00 0320 0320						
2 35 02 0005 0005						
3 16 00 0320 0320						
4 35 02 0006 0006						
5 16 00 0320 0320						
6 35 02 0007 0007						
7 16 00 0320 0320						
0I00	35 02 0010 0010					
I 16 00 0320 0320						
2 -20 02 0062 0I00	цикл по $j, i_2 + (0010, 0010)$					
3 -30 00 0000 0000	ЯОС					
4 -10 00 0312 0016	$i_{16} : 0000 P_{L-1} q_{L-1} 00 0000$	B.2				
5 -10 00 0311 0014	$i_{14} : L-1 p_0 q_0 00 0000$					
6 -10 00 0307 0015	$i_{15} : z_0-1 M B$					
7 -30 00 0III 0000	ПУ					
0III0	-00 00 0014 0015	авост при $K\Sigma = I7777 7777 7777$				
I -46 14 0000 0000	считывание очередной					
2 -45 15 0001 0000	}	порции с МЛ				
3 -30 00 0III 0000	Повторный счет					
4 23 00 0257 0000	$K\Sigma = I7777 7777 7777?$					
5 -33 00 0I10 0I24						
6 10 00 0I27 0014	$i_{14} : i_{14} + (0000 0000 4000) $ вх.2					
7 -20 15 0III 0000	Все ли порции считаны?					
0I20	10 00 0310 0015	$i_{15} : z-1 M B$				
I 70 00 0I30 0014	$i_{14} : L-h-1 p_h q_h 00 0000$					
2 72 00 0261 0016	$i_{16} : 0000 p_h q_h 00 0000$					
3 -20 14 0III 0I26	Все ли L МЛ считаны?					

Адрес	Команды и числа				Пояснения	
0I24	- 4I 16 0000 0000				Перемотка пред. МЛ	
5 -30 00 0000 0000					ЯОС	
6 00 00 0500 0000						
7 00 00 0000 4000					константы	
0I30	77 77 7300 0000					
I 72 00 0076 0043	0043: 0000 δ 0000	B.3				
2 63 00 0I32 0II4	CM: 0000 0000 δ					
3 I2 00 0043 0042	0042: 0000 δ δ					
4 2I 00 0043 0040	CM: 0000 p0 0000					
5 63 00 0I35 00II	CM: p 0000 0000					
6 I2 00 0042 0042	0042: p δ δ					
7 I2 00 0260 004I	004I: p δ+1 δ					
0I40	2I 00 0043 0I43	CM : 0000 0I02-δ 0000				
I 22 00 0043 000I	$i_1 : 0000 0I02-2δ 0000$					
2 -30 00 0000 0000	ЯОС					
3 00 00 0I02 0000	константы					
4 00 00 3637 0000						
5 7I 00 0255 0002	CM: 0000 $\alpha_1(i_2)$ 0000	B.4				
6 I3 00 0303 0000	CM: 0000 $\alpha_1(i_2)+\pi$ 0000					
7 22 00 0306 03I6	$z_3 : 0000 \pi'' 0000$					
0I50	-32 00 0I5I 022I	$\pi'' > 0$ ПУ:0I5I; $\pi'' < 0$ ПУ:022I				
I 2I 00 03I6 0303	CM: 0000 π' 0000					
2 06 00 0000 0040	0040: 0000 π' 0000					
3 -3I 00 0I6I 0I64						
4 -3I 00 0II6 0I25	Ввод очередной порции с МЛ					
5 20 00 0I65 0002	$i_2 : i_2 - (0000 0364I 0000)$					
6 -I0 00 03I6 0040	0040: 0000 π'' 0000					
7 -3I 00 0I6I 0I64						
0I60	-30 00 0223 0000	ПУ Б.6				
I -3I 00 0I3I 0I42	ПУ Б.3					
2 10 00 004I 0002	$i_2 : i_2 + (\rho'_1 \delta' + \delta''); i_2 : i_2 + (\rho'' \delta' + \delta'')$					
3 -3I 00 006I 0I03	$z_1 : q_L + \sum_j B_{ij} x_j^{k-1}; z_1 : x_L^k$					
4 -30 00 0000 0000	ЯОС					
5 00 00 364I 0000	константы					
6 00 00 3640 0000						
7 -I0 00 0276 00II	$i_H : L-1 0000 0000$ B.5					

Адрес	Команды и числа					Пояснения
0170	-10 00 0277 0010	$i_{10} : \Delta - 1 \geq N_1$				
1	-20 10 0173 0274	$i_{10} : i_{10} + (0000 \ z + 1)$ при $S \leq \Delta$				
2	10 00 0273 0010	$i_{10} : i_{10} + (0000 \ z)$ при $S > \Delta$				
3	21 00 0275 0011	CM: <<0>> при $i_{11} : \ell - S$ 0000 0000				
4	-34 00 0200 0175					
5	-65 00 0000 0000	синхронизация				
6	-56 10 0001 0000	П (z_s, N_s)				
7	-30 00 0202 0000					
0200	-65 00 0000 0000	синхронизация				
1	-57 10 0201 0000	Пр (z_s, N_s)				
2	-20 II 0171 0000	цикл по S , $i_{11} + (0000 0001)$				
3	-30 00 0000 0000	ЯОС				
4	-10 00 0267 0003	$i_3 : K$ 0000 0000 Б.6				
5	-01 00 0000 0130	PH : 0II				
6	-10 00 0302 0004	$i_4 : z_{s-1}$ 0000 X^k				
7	-30 I2 0210 0000					
0210	-3I 00 0104 0125	Ввод I-ой порции с МЛ				
1	-10 00 0301 0002	$i_2 : 0000$ В - II X^{k-1} - II				
2	-10 00 0303 0040	0040 : 0000 π 0000				
3	-3I 00 0131 0142					
4	73 00 0000 0000	CM : 0000 0000 0000				
5	07 02 0011 0000	CM : g_i				
6	-30 I2 0217 0320	$z_1 : g_i$				
7	-30 00 0145 0000	ПУ : Б.4				
0220	00 00 0000 0000					
1	I0 00 0041 0002	$i_2 : i_2 + (p_n \delta_{+1} \delta)$				
2	-3I 00 0061 0103	$z_1 : g_i + \sum b_{ij} x_j^{k-1}$				
3	-10 04 0320 0000	$x_i^k \rightarrow X^k$				
4	20 00 0304 0002	$i_2 : i_2 - (0000 0000 \pi)$				
5	-20 04 0212 0257	$i_4 : i_4 + (0000 0000 0001)$				
6	-65 00 0000 0000	синхронизация				
7	-10 00 0300 0006	$i_6 : z_{s-1}$ X^k N_s				
0230	25 06 0000 0000	CM : Δx_i^k				
1	56 00 0265 0000	CM : $ \Delta x_i^k - \varepsilon$				
2	-32 00 0245 0233	$w = 1$ ПУ:0233; $w = 0$ ПУ:0245				
3	-20 06 0230 0062	цикл по i , $i_6 + (0001 0001)$				

Адрес	Команды и числа					Пояснения
0234	-65 00 0000 0000					Синхронизация
5	-3I 00 0167 0203					Обмен x_i^k между ЭМ
6	-10 00 0305 0013	$i_3 : n-1$ X^{k-1} 0000				
7	-10 I3 0000 0040	0040: x_i^k				
0240	-3I 00 0450 0017					СП 0021: $2 \Rightarrow 10$
1	-60 00 0400 0041					Печать
2	-20 I3 0237 0260					Цикл по i , $i_3 + (0001 0000)$
3	-60 00 1400 0003					Печать числа итераций K
4	-00 01 0000 0000					Конец (1)
5	-02 40 0000 0256					ОБН
6	-10 00 0300 0007	$i_7 : z_{s-1}$ X^k N_s				
7	-10 07 0000 0000	$x_i^k \Rightarrow N_s$				
0250	-20 07 0247 0062					Цикл по i ; $i_7 + (0001 0001)$
1	-3I 00 0167 0203					Обмен x_i^k между ЭМ
2	-20 03 0206 0257					Цикл по K ; $i_7 + (0000 0001)$
3	-3I 00 0236 0244					
4	-00 02 0000 0000					Конец (2)
5	00 00 7777 0000					
6	-30 00 0246 0000					константы
7	00 00 0000 0001					
0260	00 00 0001 0000					
1	00 00 7777 7777					
2	00 00 0000 0520					
3	00 00 0520 0000					
4					ℓ	0000
5						s
6						ε
7					0000	0000
0270					k	000 α 0000
1					$L-1 p_0 q_0$	0000
2						
3					0000	0000
4					0000	0000
5					0000	0000
6					$\ell - s$	0000
7					$\ell - 1$	0000
					$\Delta - 1$	z N_1

Адрес	Команды и числа				Пояснения	
0300		$Z_s - 1$	0520	N_s		
I	0000		B - II	X^{k-i-1}		
2	$Z_s - 1$	0000	0520			
3	0000	π	0000			
4	0000	0000	π			
5	$\pi - 1$	$X^{k-i} = N_1$	0000			
6	0000	B-II + M-I	0000			
7	$Z_o - 1$	M	B			
0310		$Z - 1$	0000	0000		
I	$L - 1$	$P_0 q_0 00$	0000			
2	0000	$P_{-1} q_{-1} 00$	0000			
3						
4	Z_4					
5	Z_3					
6	Z_2					
7	Z_1					
0320						
I	00 00 00II 00II	i_3 : константа		B.7		
2	-10 00 0000 0042	0042: «0»		B.7a		
3	10 00 0257 0042	0042: <0042> + (0000 0000 000I)				
4	20 00 0040 004I	004I: <004I> - (0000 0000 ℓ)				
5	-32 00 0323 0326	$\omega \geq \Pi \vee :0323; \omega < 0 \Pi \vee :0326$				
6	20 00 0257 0042	0042: <0042> - (0000 0000 000I)				
7	10 00 0040 004I	CM и 004I: 0000 0000 Δ				
0330	-30 00 0000 0000	ЯОС				
I	7I 00 0266 026I	CM: 0000 0000 π				
2	06 00 0000 0304	0304: 0000 0000 π		B.7б		
3	62 00 0346 0303	0303: 0000 π 0000				
4	22 00 0260 0305	0305: 0000 π 0000				
5	7I 00 0264 026I	CM: 0000 0000 S				
6	22 00 0257 0315	0315: 0000 0000 S-1				
7	62 00 0353 0275	0275: S-1 0000 0000				

Адрес	Команды и числа				Пояснения	
0340	-10 00 0267 0012	i_{12}	k	000 α 0000		
I	6I 00 0403 0264	CM:	0000	0000 ℓ		
2	06 00 0000 0040	0040:	0000	0000 ℓ		
3	-10 00 0304 004I	004I:	0000	0000 π		
4	-3I 00 0322 0330					
5	-34 00 0346 0347	$\Delta = 0$	$\Pi \vee :0347; \Delta = 0 \Pi \vee :0346$			
6	23 00 0257 0014	CM:	0000	0000 $\Delta - I$		
7	62 00 0353 0277	0277:	$\Delta - 1$	0000 0000		
0350	-10 00 0042 0273	0273:	0000	0000 γ		
I	I2 00 0257 0274	0274:	0000	0000 $\gamma + 1$		
2	I2 00 0262 0300	0300:	0000	0000 N_1		
3	I3 00 0305 0030	CM:	0000	$\pi - 1$ N_1		
4	62 00 0346 0305	0305:	$\pi - 1$	N_1 0000		
5	10 00 0300 0277	0277:	$\Delta - 1$	0000 N_1		
6	6I 00 0346 0273	CM:	0000	γ 0000		
7	I2 00 0277 0277	0277:	$\Delta - 1$	γ N_1		
0360	II 00 0300 0304	CM:	0000	0000 B - I		
I	I3 00 0166 0000	CM:	0000	M B - I		
2	I2 00 0257 0307	0307:	0000	M B		
3	63 00 0346 0114	CM:	M	B 0000		
4	I3 00 0300 0000	CM:	M	B N_1		
5	23 00 0321 0000	CM:	M	B-II $N_1 - II$		
6	72 00 0261 0301	0301:	0000	B-II $N_1 - II$		
7	73 00 0255 0000	CM:	0000	B-II 0000		
0370	I2 00 0144 0306	0306:	0000	B-II+M-I 0000		
I	6I 00 0353 0273	CM:	γ	0000 0000		
2	06 00 0000 0302	0302:	γ	0000 0000		
3	I2 00 0300 0300	0300:	γ	0000 N_1		
4	-70 00 0274 0315	CM:	0000	0000 ($\gamma + 1$) ($S - 1$)		
5	I2 00 0300 0300	0300:	γ	0000 $N_1 + (\gamma + 1) (S - 1)$		
6	20 00 004I 0315	γ_4 0000	0000	$S - 1 - \Delta$		
7	-32 00 0400 0403					

Адрес	Команды и числа				Пояснения		
0400	20 00 0315	0300	0300:	Z_s	0000	N_s	
1	I2 00 0244	0300	0300:	Z_{s-1}	0000	N_s	
2	I0 00 0244	0302	0302:	Z_{s-1}	0000	0000	
3	7I 00 0264	0130	CM:	ℓ	0000	0000	
4	I2 00 0244	0276	0276:	$\ell-1$	0000	0000	
5	22 00 0275	0275	0275:	$\ell-s$	0000	0000	
6	I0 00 0262	0302	0302:	Z_{s-1}	0000	0520	
7	7I 00 0267	0255	CM:	0000	000	0000	
0410	-34 00 0442	0411	$\omega = I$ с МИ; $\omega = 0$ с ОИ				
1	-70 00 0273	0304	CM:	0000	0000	$\tau \cdot n^2$ Б.7в	
2	I2 00 0273	0041	0041:	0000	0000	$\tau(n+1)$	
3	7I 00 0255	0307	CM:	0000	M	0000	
4	62 00 0363	0040	0040:	0000	0000	M	
5	-31 00 0322	0330					
6	-34 00 0417	0420	$\Delta_N=0$ ПУ:0420; $\Delta_M \neq 0$ ПУ:0417				
7	I0 00 0257	0042	0042:	0000	0000	у	
0420	-I0 00 0042	0041	0041:	0000	0000	у	
1	6I 00 0403	0270	CM:	0000	0000	$\angle -I$	
2	I2 00 0257	0040	0040:	0000	0000	\angle	
3	-31 00 0322	0330					
4	-34 00 0427	0425	$\Delta_L=0$ ПУ:0425; $\Delta_L \neq 0$ ПУ:0427				
5	20 00 0257	0042	0042:	0000	0000	$\alpha -I$	
6	-30 00 0431	0041	0041:	0000	0000	$Z_o -I$	
7	II 00 0041	0042	CM:	0000	0000	$Z -I + \Delta_L$	
0430	22 00 0040	0041	0041:	0000	0000	$Z_o -I$	
1	63 00 0353	0000	CM:	$Z_o -I$	0000	0000	
2	I2 00 0307	0307	0307:	$Z_o -I$	M	В	
3	60 00 0353	0042	0042:	$Z -I$	0000	0000	
4	-I0 00 0042	0310	0310:	$Z -I$	0000	0000	
5	-I0 00 0270	0311	0311:	$\angle -I$	$\rho \varphi_0$	0000	
6	-I0 00 0270	0017	$\zeta_I:$	$\angle -I$	$\rho \varphi_0$	0000	
7	70 00 0130	0017					

Адрес	Команды и числа				Пояснения		
0440	-20 17 0437	0126					
1	-I0 00 0017	0312	0312:	0000	$A_{-1} \varphi_{L-1}$	00	0000
2	I0 00 0263	0300	0300:	Z_{s-1}	0520		N_s
3	6I 00 0346	0303	CM:	\angle	0000	0000	
4	I2 00 0302	0001	$\zeta_I:$	$\pi + Z_{s-1}$	0000	0520	
5	-I0 01 0000	0001					
6	-20 01 0445	0257					
7	-30 00 0204	0000	ПУ:	B.6			

Л и т е р а т у р а

- 1.Э.В. Евреинов, Г.П. Лопато. Универсальная вычислительная система "Минск-222". - Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сиб.отд., 1966г., вып.23, стр. 13-20.
- 2.Ю.Г. Косарев, В.Я. Пыхтин, Е.Н. Щуков, Л.В. Головянкина, Ю.И. Колосова. Особенности употребления команд системы "Минск-222". - Данный сборник, стр.41-54.
- 3.Ю.Г. Косарев. О методике решения задач на универсальных вычислительных системах. - Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1965г., вып. I7, стр. 61-99.
- 4.Э.В. Евреинов, Ю.Г. Косарев. О решении задач на универсальных вычислительных системах. Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1965г., вып. I7, стр. 106-164.
- 5.Ю.Г. Косарев, С.В. Нагаев. О потерях времени на синхронизацию в вычислительных системах. - Данный сборник, стр. 21-39.
- 6.Г.К. Столяров, М.Е. Неменман и др. Библиотека стандартных программ для ЦВМ "Минск-2". - Изд-во ЦСУ СССР, 1963.
- 7.Ю.И. Колосова, П.И. Радищевский. Стандартная программа подготовки данных. Отчет ИМ СО АН СССР, 1966.
- 8.Е.Н. Щуков, Г.Н. Буслаева, Г.И. Левченко. Особенности работы на системе "Минск-222". Данный сборник, стр. 77-83.

Поступила в редакцию
10.X. 1966г.