

ДИНАМИКА ТРИГГЕРА В КРИОТРОННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
СРЕДЕ

Б.М. Фомель

Рассматриваются процессы, происходящие в триггере, собранном в криотронной вычислительной среде. Схема триггера требует для своей реализации 6 универсальных элементов [I], из которых 2 настроены на выполнение логической функции (в данном случае  $\overline{x_1} \vee x_2$ ), а 4 - на выполнение соединительных функций (рис. I). Два свободных входа функциональных элементов являются управляющими.

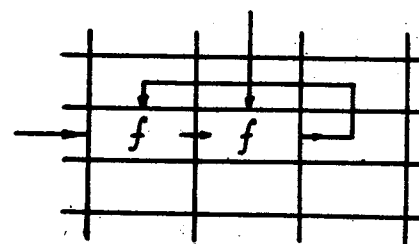


Рис. I. Участок вычислительной среды.

Принципиальная схема триггера содержит два связанных контура (рис. 2). Устойчивому состоянию триггера соответствует прохождение тока в одном из контуров и отсутствие его в другом. Переход схемы из одного устойчивого состояния в другое происходит при подаче импульса в управляющую сетку контура с током.

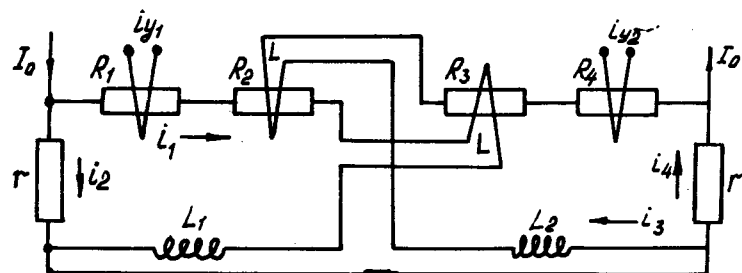


Рис.2. Принципиальная схема триггера.

Рассмотрение триггера представляет интерес не только с точки зрения получения динамических характеристик конкретной криотронной схемы, но и потому, что ситуация взаимной связи двух элементов среды является весьма типичной при выполнении в среде сложных задач. Выбор параметров таких элементов, исключающий их самовозбуждение и выход из заданного режима, становится необходимым.

В дифференциальных уравнениях триггера сопротивление вентиля криотронов представляется в виде релейной функции, зависящей от двух токов - сеточного  $i_c$  и вентильного  $i_g$ :

$$R(i_c, i_g) = \begin{cases} 0 & \text{при } i_c + \alpha i_g < i_{cc}, \\ R & \text{при } i_c + \alpha i_g \geq i_{cc}, \end{cases} \quad (I)$$

где  $i_{cc}$  - критический ток сетки,

$\alpha = \frac{1}{(\frac{di_g}{di_c})_{i_c=i_{cc}}}$  - величина, обратная дифференциальному коэффициенту усиления криотрона. Временное запаздывание функции  $R(i_c, i_g)$  не учитывается.

Исследование динамики триггера проводится качественными методами теории нелинейных колебаний.

## I. Стационарные состояния

Использование законов Кирхгофа с учетом обозначений на рис. 2 приводит к следующим уравнениям триггера:

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= i_1 + i_2, \\ I_0 &= i_3 + i_4, \\ i_2 r &= i_1 R_1(i_{y1}, i_1) + i_1 R_2(i_3, i_1) + L_1 \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_1}{dt}, \\ i_4 r &= L_2 \frac{di_3}{dt} + L \frac{di_3}{dt} + i_3 R_3(i_1, i_3) + i_3 R_4(i_{y2}, i_3), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $I_0$  - ток питания,  
 $i_{y1}, i_{y2}$  - управляющие токи,  
 $r$  - малое сопротивление ( $r < R$ ),  
 $L$  - индуктивность сеток,  
 $L_1, L_2$  - индуктивности соединений,

$R_1(i_{y1}, i_1), R_2(i_3, i_1), R_3(i_1, i_3), R_4(i_{y2}, i_3)$  -

функции вентильных сопротивлений типа (I).

Простые преобразования приводят систему уравнений (2) к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= -\frac{i_1}{L+L_1} [r + R_1(i_{y1}, i_1) + R_2(i_3, i_1)] + \frac{r I_0}{L+L_1}, \\ \frac{di_3}{dt} &= -\frac{i_3}{L+L_2} [r + R_3(i_1, i_3) + R_4(i_{y2}, i_3)] + \frac{r I_0}{L+L_2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Будем считать, что управляющие токи  $i_{y1}$  и  $i_{y2}$  имеют форму прямоугольных импульсов с амплитудами  $A_1$  и  $A_2$ , значительно превосходящими критические токи, т.е.

$$A_1 \gg i_{cc}, \quad A_2 \gg i_{cc}.$$

Тогда функции  $R_1$  и  $R_4$  можно представить как функции одной переменной

$$R_1(A_1) = \begin{cases} 0 & \text{при } A_1 = 0, \\ R & \text{при } A_1 \neq 0, \end{cases} \quad R_4(A_2) = \begin{cases} 0 & \text{при } A_2 = 0, \\ R & \text{при } A_2 \neq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Исследование системы уравнений (3) переносится на фазовую плоскость переменных  $i_1, i_3$ , ограниченную предельными

значениями этих переменных ( $0 \leq i_{1,3} \leq I_0$ ). Учитывая характер нелинейных функций  $R_2$  и  $R_3$ , можно построить на плоскости  $i_1, i_3$  так называемые линии переключения (рис. 3).

$$\begin{aligned} i_1 + \alpha i_3 &= i_{cc}, \\ i_3 + \alpha i_1 &= i_{cc}. \end{aligned} \quad (5)$$

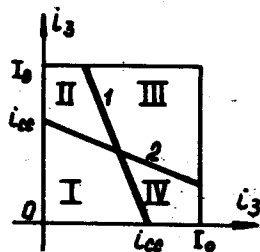


Рис.3. Линии переключения на фазовой плоскости.

Линии переключения (5) разделяют плоскость  $i_1, i_3$  на области (I, II, III, IV), в каждой из которых уравнения (3) при заданных управляющих воздействиях являются линейными.

Полагая  $A_1 = A_2 = 0$ , имеем в области I:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{r}{L+L_1} (I_0 - i_1), \\ \frac{di_3}{dt} &= \frac{r}{L+L_2} (I_0 - i_3); \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

в области II:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= -\frac{r+R}{L+L_1} i_1 + \frac{rI_0}{L+L_1}, \\ \frac{di_3}{dt} &= \frac{r}{L+L_2} (I_0 - i_3); \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

в области III:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= -\frac{r+R}{L+L_1} i_1 + \frac{rI_0}{L+L_1}, \\ \frac{di_3}{dt} &= -\frac{r+R}{L+L_1} i_3 + \frac{rI_0}{L+L_2}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

в области IV:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{r}{L+L_1} (I_0 - i_1); \\ \frac{di_3}{dt} &= -\frac{r+R}{L+L_2} i_3 + \frac{rI_0}{L+L_2}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Форма записи уравнений (6) - (9) является канонической и в общем виде может быть представлена следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \lambda_1 i_1 + \beta_1; \\ \frac{di_3}{dt} &= \lambda_2 i_3 + \beta_2; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  - корни характеристического уравнения системы (3),

$\beta_1, \beta_2$  - свободные члены.

Каноническая форма уравнений (13) позволяет сразу, без промежуточных преобразований, установить характер интегральных кривых и тип особых точек на фазовой плоскости  $i_1, i_3$ . Разделив одно из уравнений системы (10) на другое, имеем

$$\frac{di_3}{di_1} = \frac{\lambda_2 i_3 + \beta_2}{\lambda_1 i_1 + \beta_1}.$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$i_3 = C (\lambda_1 i_1 + \beta_1)^{\lambda_2/\lambda_1 - \beta_1/\beta_2}, \quad (11)$$

где  $C$  - постоянная интегрирования.

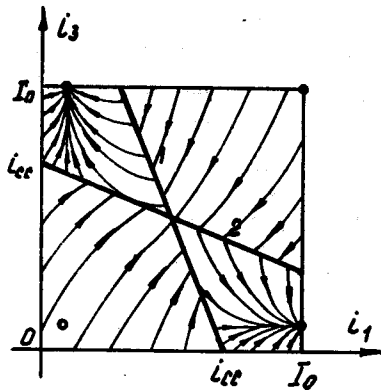
Будем считать для определенности  $|\lambda_2| > |\lambda_1|$ , что соответствует  $L_1 > L_2$ . Тогда из уравнения (11) следует, что интегральные кривые на плоскости  $i_1, i_3$  имеют параболический характер. Рассматривая уравнения (6) - (9), находим, что в каждой из 4 областей  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  действительны и отрицательны, следовательно, равновесные состояния триггера, в которых  $\frac{di_1}{dt} = 0$  и  $\frac{di_3}{dt} = 0$ , устойчивы и соответствуют особым точкам типа узла.

Координаты равновесных состояний ( $i_1^0, i_3^0$ ), определенные для каждой области отдельно, представлены в таблице I.

Таблица I

| область | I     | II                  | III                 | IV                  |
|---------|-------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $i_1^0$ | $I_0$ | $\frac{r}{r+R} I_0$ | $\frac{r}{r+R} I_0$ | $I_0$               |
| $i_3^0$ | $I_0$ | $I_0$               | $\frac{r}{r+R} I_0$ | $\frac{r}{r+R} I_0$ |

На рис. 4 изображены фазовые траектории на плоскости  $i_1, i_3$ , построенные независимо для каждой из четырех областей. Из рассмотрения таблицы I и рис. 4 следует, что только во II и IV областях находятся "собственные" равновесные состояния. Для фазовых траекторий, проходящих в области I, равновесное состояние находится в области III и, наоборот, фазовые траектории области III стремятся к равновесному состоянию, расположенному в области I.

Рис. 4. Фазовая плоскость  $i_1, i_3$  при  $A_1 = A_2 = 0$ .

Представляет интерес определить координаты точки с (рис. 4), в которой линии переключения пересекаются. Поведение интегральных кривых в окрестности точки с говорит о том, что она является особой седловой точкой. Решая совмест-

но уравнения (5), находим:

$$\left. \begin{aligned} i_1^c &= \frac{i_{cc}}{1+\alpha} \\ i_3^c &= \frac{i_{cc}}{1+\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Остается рассмотреть пространство параметров триггера и построить в нем область существования возможных в триггере стационарных движений.

Заданный режим работы триггера с двумя устойчивыми состояниями будет сохраняться до тех пор, пока "собственные" равновесные состояния имеются в областях II и IV и не имеются в областях I и III. Если равновесные состояния фазовых траекторий II и IV областей окажутся в области III (рис. 5а), может

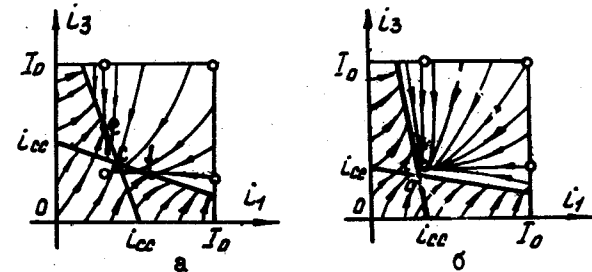


Рис. 5. а) Неустойчивые состояния в точках e и f;

б) единственное устойчивое состояние.

произойти своеобразное самовозбуждение триггера (точки e и f), при котором в одном из контуров криотрон с обратной связью всегда находится в нормальном состоянии, а в другом — колеблется, переходя из нормального состояния в сверхпроводящее, и обратно. Сравнивая координаты равновесных состояний в областях II и IV с уравнениями линий переключения (5), получаем условие устойчивости режима

$$\frac{r}{r+R} + \alpha < \frac{i_{cc}}{I_0}, \quad (13)$$

которое графически представлено на рис. 6. Область заданного режима триггера (с двумя устойчивыми состояниями) ограничена

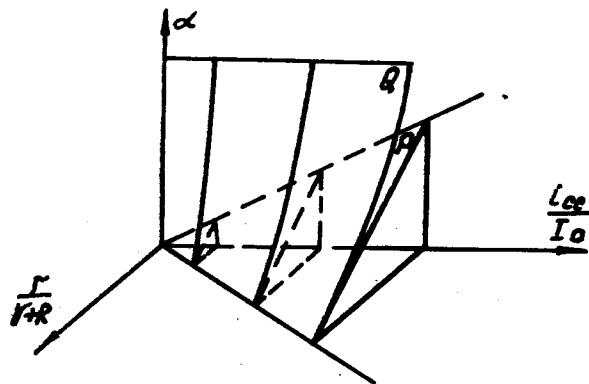


Рис. 6. Пространство параметров триггера.

плоскости  $P$  и координатными плоскостями  $(\alpha, \frac{i_{cc}}{I_0})$  и  $(\frac{r}{r+R}, \frac{i_{cc}}{I_0})$ .

Далее, может оказаться, что равновесное состояние, к которому стремятся фазовые траектории III области, перейдет через точку  $C$  и окажется в самой области III (рис. 5б). В этом случае триггер будет иметь единственное равновесное состояние, где все кривоусилители окажутся в нормальном состоянии. Условие исключающее этот режим, имеет вид:

$$\frac{r}{r+R} (1+\alpha) < \frac{i_{cc}}{I_0}. \quad (14)$$

Из формулы (14) и рис. 6 следует, что область вибронного самовозбуждения триггера в пространстве параметров заключена между плоскостью  $P$  и гиперболической поверхностью  $Q$ , которая асимптотически приближается к плоскости  $(\alpha, \frac{i_{cc}}{I_0})$ . Вне поверхности  $Q$  триггер может иметь только одно устойчивое состояние.

## 2. Переходные процессы

Предположим, что триггер находится в устойчивом равновесном состоянии с координатами  $i_1^0 = I_0$ ,  $i_3^0 = \frac{r}{r+R} I_0$  (область IV). Рассмотрим процесс перевода триггера в другое ус-

тойчивое состояние с координатами  $i_1^0 = \frac{r}{r+R} I_0$ ,  $i_3^0 = I_0$  (область II) при подаче в управляющую сетку прямоугольного импульса  $A_1$ . На время действия импульса систему по-прежнему можно считать автономной.

При этом уравнения (3) будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= -\frac{i_1}{L+L_1} \left[ r+R_1(A_1)+R_2(i_3+\alpha i_1) \right] + \frac{r I_0}{L+L_1}, \\ \frac{di_3}{dt} &= -\frac{i_3}{L+L_2} \left[ r+R_3(i_1+\alpha i_3) \right] + \frac{r I_0}{L+L_2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Координаты новых равновесных состояний представлены в таблице 2, а фазовые траектории в каждой из областей изображены на рис. 7а.

Таблица 2

| Область | I                   | II                   | III                  | IV                  |
|---------|---------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| $i_1^0$ | $\frac{r}{r+R} I_0$ | $\frac{r}{r+2R} I_0$ | $\frac{r}{r+2R} I_0$ | $\frac{r}{r+R} I_0$ |
| $i_3^0$ | $I_0$               | $I_0$                | $\frac{r}{r+R} I_0$  | $\frac{r}{r+R} I_0$ |

Теперь только в области II имеется "собственное" состояние равновесия. Равновесное состояние для траекторий области I находится в области II, для траекторий областей III и IV — в области I.

При подаче управляющего импульса  $A_1$ , изображающая точка, соответствующая равновесному состоянию в области IV, становится неособой и, двигаясь по фазовой траектории  $i_3 = \frac{r}{r+R} I_0$  к равновесному состоянию, расположенному в области I, достигает линии переключения I в точке  $a$ , где

$$i_1^a = i_{cc} - \alpha \frac{r}{r+R} I_0. \quad (16)$$

Затем по траекториям областей I и II изображающая точка переходит в окрестность устойчивого состояния с координатами  $i_1^0 = \frac{r}{r+R} I_0$ ,  $i_3^0 = I_0$ . Замечаем, что изменения переменной  $i_1$  в областях IV, I при  $A_1 \neq 0$  и в области II

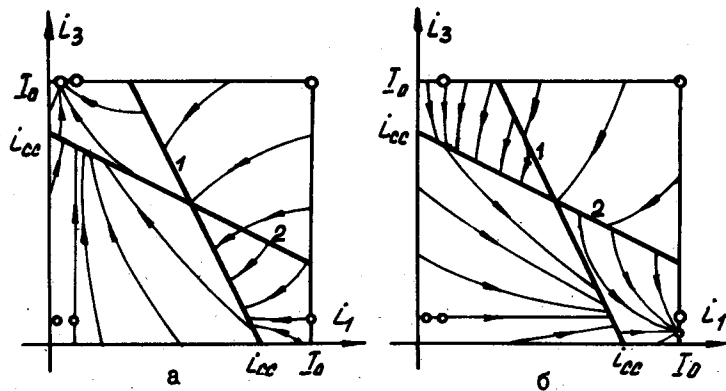


Рис. 7. Фазовые траектории при управляющем воздействии:  
а)  $A_1 \neq 0, A_2 = 0$ ; б)  $A_1 = 0, A_2 \neq 0$ .

при  $A_1 = 0$  описывается уравнением одного и того же вида (15, 7). Интегрируя первое уравнение системы (7) в пределах от  $(i_1^0)_N = I_0$  до  $1,1 (i_1^0)_II = 1,1 \frac{r}{r+R} I_0$ , получаем время перехода триггера из одного устойчивого состояния в другое

$$t_n = \frac{L+L_1}{r+R} \ln 10 \frac{R}{r}. \quad (17)$$

Что касается управляющего импульса, то в ряде случаев для осуществления переброса триггера его длительность может быть значительно короче времени  $t_n$ . Другими словами, фазовый портрет на рис. 7а может быть сменен портретом на рис. 4 до того, как изображающая точка достигнет линии переключения 2. Достаточно, чтобы переменная  $i_3$  достигла своего значения в седловой точке с (12). Тогда изображающая точка будет добираться до линии переключения 2 по траекториям, изображенным на рис. 4 ( $A_1 = 0$ ). Далее она будет двигаться по линии 2 в так называемом скользящем режиме, который обусловлен двухсторонним выталкиванием изображающей точки на линии 2 траекториями I и II областей.

Вследствие того, что в данной задаче не учитывается время запаздывания у функции вентильного сопротивления (I), скользящее движение представляет собой колебание (относительно линии переключения) с нулевой амплитудой и бесконечной час-

тотой. Скользящее движение закончится, когда изображенная точка достигнет такой фазовой траектории в области II, для которой линия переключения 2 является касательной. (Координаты точки касания могут быть определены из условия пересечения линии 2 (5) с изоклиной  $\frac{di_3}{di_1} = -\alpha$ ). Эта фазовая траектория приводит изображающую точку к устойчивому равновесному состоянию в области II.

Подсчитаем теперь минимальную длительность управляющего импульса, полагая на основании вышеизложенного, что она будет складываться из двух интервалов времени: времени движения изображающей точки в области IV от прежнего состояния равновесия  $(i_1^0)_N = I_0$  до точки  $\alpha$  (16) и времени движения в области I от точки  $\alpha$  до прямой  $i_3 = \frac{i_{cc}}{1+\alpha}$ . Интегрируя уравнения (15) в указанных областях и пределах, получаем длительность импульса

$$t_u = \frac{L+L_1}{r+R} \ln \frac{RI_0}{i_{cc}(1+R) - rI_0(1+\alpha)} + \frac{L+L_2}{r} \ln \frac{I_0(1-\frac{r}{r+R})}{I_0 - \frac{i_{cc}}{1+\alpha}}. \quad (18)$$

Аналогичным образом можно определить время переходного процесса и длительность управляющего импульса  $A_2$  при перебросе триггера из устойчивого состояния в области II в устойчивое состояние области IV. Фазовые траектории, соответствующие этому переходу, изображены на рис. 7б.

В заключение на основании формул (17) и (18) построены (рис. 8 - II) характеристики переходного процесса в зависимости от различных параметров, значения которых взяты из области существования режима триггера с двумя устойчивыми состояниями (13).

Точки пересечения графиков  $t_n$  и  $t_u$  означают, что для данного сочетания параметров **окрестность** равновесного состояния в области II при интегрировании выбрана слишком большой  $(|\Delta i_1^0| = 0,1 |i_1^0|_{II})$  и переходный процесс нельзя считать законченным. При уменьшении указанной окрестности  $(|\Delta i_1^0| \rightarrow 0)$  всегда имеет место неравенство  $t_n \leq t_u$ .

В приведенных характеристиках сопротивление вентилей криотронов, индуктивности сеток и соединений выбраны из диапазона значений, встречающихся у пленочных криотронов, остальные параметры выражены в безразмерных величинах.

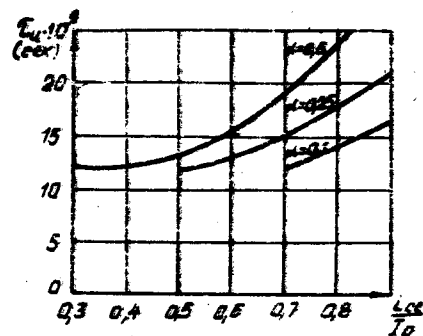


Рис.8. Зависимость длительности управляющего импульса от  $i_{cc}/I_0$  ( $L_1=4 \cdot 10^{-12}$  Гн,  $R/r=5$ ,  $L=L_2=2 \cdot 10^{-12}$  Гн).

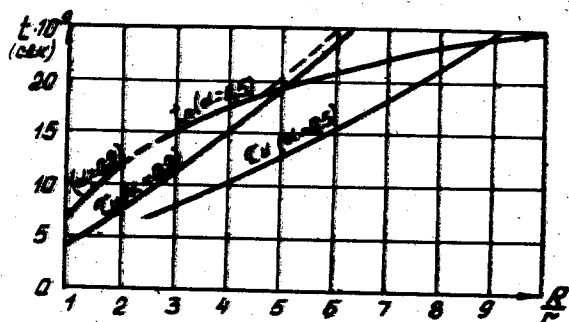


Рис.9. Характеристики переходного процесса при различных отношениях  $R/r$  ( $L_1=4 \cdot 10^{-12}$  Гн,  $L=L_2=2 \cdot 10^{-12}$  Гн,  $i_{cc}/I_0=0,8$ ).

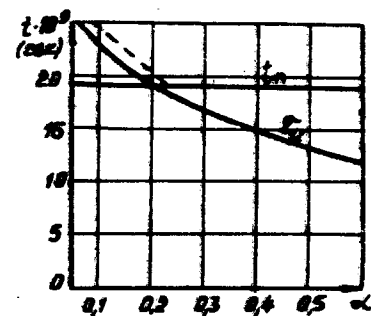


Рис.10. Характеристики переходного процесса в зависимости от  $\alpha$  ( $L_1=4 \cdot 10^{-12}$  Гн,  $L=L_2=2 \cdot 10^{-12}$  Гн,  $R/r=5$ ,  $i_{cc}/I_0=0,8$ ).

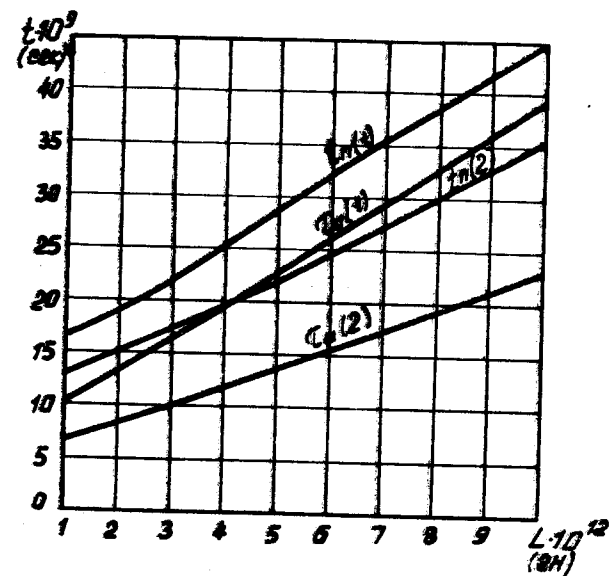


Рис.11. Характеристики переходного процесса в зависимости от индуктивности сетки  $L$ : (1)  $R/r=5$ ,  $i_{cc}/I_0=0,8$ ,  $\alpha=0,5$ ; (2)  $R/r=3$ ,  $i_{cc}/I_0=0,5$ ,  $\alpha=0,2$ ,  $L_1=4 \cdot 10^{-12}$  Гн,  $L_2=2 \cdot 10^{-12}$  Гн.

## Л и т е р а т у р а

И. О.Л. Бандман. Реализация элементов вычислительной среды на криотронах. - Труды симпозиума по вычислительным системам и средам, Новосибирск, 1967.