

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ УСИЛИТЕЛЯ-ФОРМИРОВАТЕЛЯ

В.К. Королев

В работе рассматривается применение методов возможных направлений для оптимизации параметров динамических систем. В качестве примера выбрана одна из схем вычислительной техники — усилитель-формирователь. Функцией цели служит функционал на множестве движений, ограничения на параметры заданы в виде двусторонних неравенств. Отскивается локальный минимум функции цели. Расчет проводится численно на ЭЦВМ "М-20".

I. Усилитель-формирователь (УФ)

УФ предназначен для формирования импульсов определенной амплитуды и длительности при подаче на вход УФ ступенчатого сигнала. Электрическая схема УФ приведена на рис. 1а. С учетом схемы замещения полупроводникового триода, взятой из [1], эквивалентная схема УФ имеет вид, представленный на рис. 1б.

Выпишем уравнения Кирхгофа для схемы рис. 1б.

Уравнения для контуров:

$$(e_1 + e_2)i_2 + e_3 i_2 - u_4 = u + u_3; \quad C \frac{du_4}{dt} = i_4;$$

$$e_4 i_3 - u_4 = 0;$$

$$u_4 + e_3 i_2 + e_5 i_6 = E + u_3;$$

$$L \frac{di_6}{dt} - e_5 i_6 = 0.$$

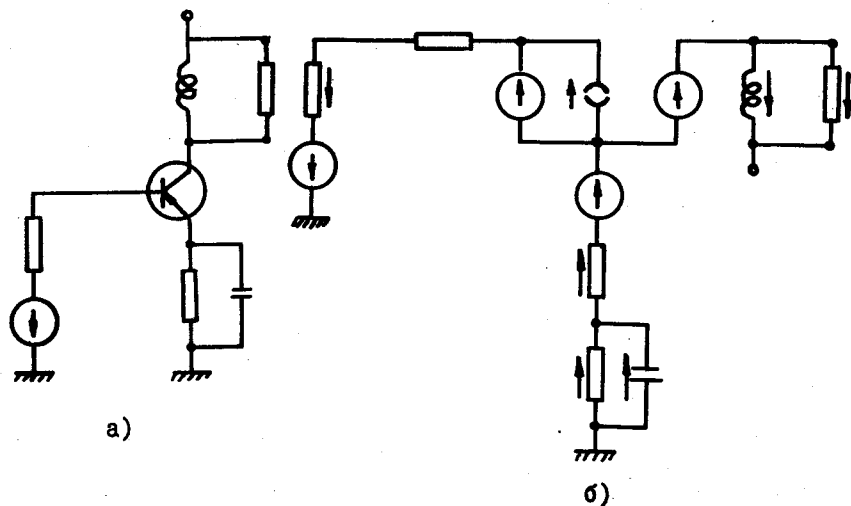


Рис. I

Уравнения для узлов:

$$i_1 = i'_g + i''_g, \quad i_2 = i_3 + i_4, \quad i_k = i_5 + i_6.$$

Сопротивление z_2 — переменное [I]:

$$z_2 = \frac{z_0}{1 + \alpha Q}, \quad z_0 \text{ и } \alpha - \text{ постоянные, } Q - \text{ заряд.}$$

Выражения для токов i'_g , i''_g и i_k [I]:

$$i'_g = \lambda_1 Q + \lambda_2 Q^2, \quad i''_g = \frac{dQ}{dt}, \quad i_k = \lambda_k Q,$$

λ_1 , λ_2 и λ_k — постоянные.

Переменная индуктивность L в пределах изменения тока i_g аппроксимируется линейной функцией:

$$L = L_0 - \mu i_g, \quad L_0 \text{ и } \mu - \text{ постоянные.}$$

На вход схемы, находящейся в покое при $t < 0$, поступает ступенчатый сигнал с передним фронтом t_1 и амплитудой u_0 (рис.3). На выходе получается импульс трапецевидной формы (рис. 3, кривые $u^0(t)$ и $\hat{u}(t)$), описываемый следующим выражением:

$$u(t) = \begin{cases} z_5 i_5, & \text{если } z_5 i_5 \leq E + u_3 - u_4 - z_3 i_2 \text{ (триод не насыщен),} \\ E + u_3 - u_4 - z_3 i_2 & - \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Работа схемы рассматривается на конечном интервале времени $t \in [0, T]$.

Сравнение экспериментальных выходных функций с функциями, полученными в результате численного счета, дало хорошее совпадение. Поэтому для всех дальнейших расчетов используется система уравнений (I), полученная из выписанных выше уравнений Кирхгофа.

2. Постановка задачи оптимизации

Задача ставится следующим образом. Пусть задана требуемая форма выходного сигнала $u^*(t)$ (см.рис.3). Нужно выбрать параметры схемы так, чтобы минимизировать отклонение выходной функции УФ от заданной. При этом часть параметров схемы известна, на другую часть наложены двусторонние ограничения.

В качестве меры отклонения одной функции от другой берется функционал вида:

$$F = \int_0^T [u(t) - u^*(t)]^2 dt,$$

представляющий квадрат расстояния между элементами $u(t)$ и $u^*(t)$ в пространстве L_2 .

Заданными параметрами УФ будут:

$$u_0, z_0, \alpha, \mu, u_3, z_3, \lambda_k, E, \lambda_1, \lambda_2, \text{ и } z_5,$$

оптимизируемыми —

$$z_1, z_4, L_0 \text{ и } C.$$

Введем следующие обозначения.

Заданные параметры:

$$a_0 = u_0, a_1 = z_0, a_2 = \alpha, a_3 = \mu, a_4 = u_3,$$

$$a_5 = z_3, a_6 = \lambda_k, a_7 = \gamma.$$

(амплитуда функции $u^*(t)$),

$$a_8 = E, a_9 = \lambda_1, a_{10} = \lambda_2, a_{11} = z_5.$$

Оптимизируемые параметры:

$$x_1 = z_1, x_2 = 1/z_4, x_3 = L_0, x_4 = 1/c.$$

"Конечные" переменные:

$$z_1 = U_{Bx}, z_2 = z_2, z_3 = i_1, z_4 = i_2, z_5 = i_4,$$

$$z_6 = i_6, z_7 = L, z_8 = U, z_9 = U^*.$$

"Дифференциальные" переменные:

$$y_1 = U_4, y_2 = i_5, y_3 = Q.$$

Кроме того, к системе уравнений Кирхгофа присоединим еще одно дифференциальное уравнение, служащее для определения значения функционала F :

$$\frac{dy_0}{dt} = (U - U^*)^2 = (z_8 - z_9)^2, y_0(t=0) = 0.$$

Легко видеть, что $F = y_0(t=T)$.

Выпишем окончательный вид исходной системы уравнений:

$$z_1 = \begin{cases} \frac{\alpha_0 t}{t_1}, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \alpha_0, & t_1 \leq t \leq T; \end{cases}$$

$$z_2 = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2 y_3};$$

$$z_3 = \frac{z_1 + \alpha_4 - y_1 - \alpha_5 \alpha_6 y_3}{x_1 + z_2 + \alpha_6};$$

$$z_4 = \frac{z_1 + \alpha_4 - y_1 + (x_1 + z_2) \alpha_6 y_3}{x_1 + z_2 + \alpha_6};$$

$$z_5 = z_3 - x_2 y_1 + \alpha_6 y_3;$$

$$z_6 = \alpha_6 y_3 - y_2;$$

$$z_7 = x_3 - \alpha_3 y_2;$$

$$z_8 = \begin{cases} \alpha_{11} z_6, & \text{если } \alpha_{11} z_6 \leq \alpha_4 + \alpha_8 - y_1 - \alpha_5 z_4, \\ \alpha_4 + \alpha_8 - y_1 - \alpha_5 z_4 & - \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

$$z_9 = \begin{cases} \frac{\alpha_7 t}{t_1}, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \alpha_7, & t_1 \leq t \leq t_2, \\ \frac{\alpha_7 (T-t)}{T-t_2}, & t_2 \leq t \leq T; \end{cases}$$

(I)

$$\frac{dy_0}{dt} = (z_8 - z_9)^2;$$

$$\frac{dy_1}{dt} = x_4 z_5;$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \frac{\alpha_{11} z_6}{z_7};$$

$$\frac{dy_3}{dt} = z_3 - \alpha_9 y_3 - \alpha_{10} y_3^2.$$

Начальные условия нулевые:

$$y_0(0) = y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = 0.$$

Ограничения на параметры:

$$x_j' \leq x_j \leq x_j'', \quad j=1, \dots, 4.$$

Заметим, что "конечные" переменные z_i не исключены из правых частей дифференциальных уравнений во избежание громоздких выражений при вычислении $\text{grad } F$.

Правые части системы (I) - непрерывные функции своих аргументов. Функции z_1 и z_9 имеют разрывные производные по t , z_8 - по параметрам (разрывы первого рода); остальные функции непрерывно дифференцируемы по всем аргументам.

Итак, мы будем решать следующую задачу нелинейного программирования: найти

$$\min \{ F(x) \mid F(x) = y_0(t=T, x) \} \quad (2)$$

при ограничениях

$$X = \{x | x^T = (x_1, \dots, x_n), \quad x' \leq x \leq x''\}^* \quad (3)$$

Методы решения таких задач разработаны для выпуклых функций и областей. Здесь область (3) выпукла, но исследование функции $F(x)$, определяемой численно, затруднительно. Тогда общие методы гарантируют нахождение лишь локального минимума.

3. Решение задачи оптимизации

Задача оптимизации решается методом возможных направлений [2]; применяется (как наиболее простой) алгоритм Р2 с нормализацией 5. Он представляет собой итеративный процесс.

3.1. Задается начальная точка $x^0 \in X$. Каждый шаг приближений состоит из этапов:

3.2. Выбор подходящего возможного направления. Направление s в точке x называется возможным, если малое перемещение из x в этом направлении не выводит за пределы допустимой области. Возможное направление s называется подходящим, если при этом происходит убывание функции цели, т.е.

$$\frac{\partial F(x + \lambda s)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0} = g(x)^T s < 0 \quad (g(x) = \text{grad } F(x)).$$

Если в допустимой точке x не существует подходящего возможного направления, то $F(x)$ в этой точке достигает минимума (см. [2], теорема 4. п.2.6.).

Отыскивается наилучшее из подходящих возможных направлений, что достигается решением следующей задачи линейного программирования: найти

$$\min \{g(x^k)^T s | x' \leq x^k + s \leq x''\}$$

(о вычислении $g(x)$ см. п. 4).

Решение этой задачи в силу простоты ограничений выписывается сразу:

$$\begin{aligned} s_j &= 0 & , \text{ если } g_j(x^k) &= 0, \\ s_j &= x_j'' - x_j^k & , \text{ если } g_j(x^k) < 0, \\ s_j &= x_j' - x_j^k & , \text{ если } g_j(x^k) > 0. \end{aligned}$$

*) Значок T означает транспонирование вектора-столбца.

Если $\min g(x^k)^T s < 0$, то подходящее возможное направление найдено и делается шаг в направлении $s^k = s$. Если же $\min g(x^k)^T s \geq 0$, т.е. в точке x^k нет подходящего возможного направления, то x^k - оптимальная точка для функции $F(x)$. Случай $g(x^k)^T s = \infty$ исключается из-за ограниченности области X и $\text{grad } F(x)$.

3.3. Определение длины шага состоит в нахождении корня уравнения

$$g(x^k + \lambda s^k)^T s^k = 0 \quad (4)$$

на отрезке $0 \leq \lambda \leq 1$ (x^k и s^k - известные векторы), которое представляет собой условие касания поверхности уровня функции $F(x)$ и вектора s^k . Нас устраивает любой из корней, поскольку мы ищем локальный минимум. Если на отрезке $[0, 1]$ нет корня, то длина шага берется равной 1.

Точка $x^k + \lambda_k s^k$ доставляет минимум функции $F(x)$ на направлении s^k . В первом случае ($\lambda_k = \lambda^*$ - корень уравнения (4)) минимум достигается внутри того многообразия, которому принадлежит точка x^k , во втором случае ($\lambda_k = 1$) мы выходим на границу: $x^k + \lambda_k s^k = x^k + 1(x^k - x^k) = x^k$ или $x^k + \lambda_k s^k = -x^k + 1(x^k - x^k) = x^k$. (О решении уравнения (4) см. п.5).

3.4. Определяются $x^{k+1} = x^k + \lambda_k s^k$ и $F(x^{k+1})$.

3.5. Проверка критерия оптимальности распадается на две, одна из которых осуществляется на 2-м этапе (отсутствие в точке x^k подходящего возможного направления); вторая состоит в проверке выполнения неравенства

$$F(x^k) - F(x^{k+1}) \leq \epsilon,$$

означающего достижение минимума с заданной точностью ϵ . Если оно выполняется, то процесс решения прекращается, если нет, то повторяется с 3.2.

4. Вычисление $\text{grad } F(x)$

Это вычисление требуется при выборе подходящего возможного направления и при решении уравнения (4).

Пусть нужно вычислить вектор

$$g(x) = \text{grad } F(x)$$

при некотором значении x .

Запишем исходную систему уравнений в общем виде:

$$\begin{cases} z_i = \varphi_i(t, z, y, x), & i \in I; \\ \frac{dy_k}{dt} = f_k(z, y, x), & k \in K, \quad y_k(0) = 0. \end{cases}$$

Дифференцируя эти уравнения по параметрам x_j , получаем систему уравнений в вариациях (см. [3]):

$$\begin{cases} \frac{\partial z_i}{\partial x_j} = \sum_l \frac{\partial \varphi_i}{\partial z_l} \frac{\partial z_l}{\partial x_j} + \sum_s \frac{\partial \varphi_i}{\partial y_s} \frac{\partial y_s}{\partial x_j} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial y_k}{\partial x_j} = \sum_l \frac{\partial f_k}{\partial z_l} \frac{\partial z_l}{\partial x_j} + \sum_s \frac{\partial f_k}{\partial y_s} \frac{\partial y_s}{\partial x_j} + \frac{\partial f_k}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial y_k}{\partial x_j}(0) = 0. \end{cases}$$

Очевидно, что

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\partial y}{\partial x_j}(t=T).$$

Таким образом, проинтегрировав систему уравнений в вариациях, мы получим в качестве значений компонент вектора $g(x)$ значения производных $\partial y_i / \partial x_j$ на правом конце интервала интегрирования.

Система уравнений в вариациях, соответствующая уравнениям УФ (I), имеет вид:

$$\frac{\partial z_1}{\partial x_j} = 0;$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial x_j} = -\frac{\alpha_1}{(1+\alpha_2 y_3)^2} \frac{\partial y_3}{\partial x_j};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_3}{\partial x_j} = & \frac{1}{(x_1+z_2+\alpha_5)^2} \left[(x_1+z_2+\alpha_5) \left(\frac{\partial z_1}{\partial x_j} - \frac{\partial y_1}{\partial x_j} - \alpha_5 \alpha_6 \frac{\partial y_2}{\partial x_j} \right) - \right. \\ & \left. - (z_1+\alpha_4-y_1-\alpha_3 \alpha_6 y_3) \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_j} + \frac{\partial z_2}{\partial x_j} \right) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_4}{\partial x_j} = & \frac{1}{(x_1+z_2+\alpha_5)^2} \left\{ (x_1+z_2+\alpha_5) \left[\frac{\partial z_1}{\partial x_j} - \frac{\partial y_1}{\partial x_j} + \alpha_6 y_3 \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_j} + \frac{\partial z_2}{\partial x_j} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (x_1+z_2) \alpha_6 \frac{\partial y_2}{\partial x_j} \right] - [z_1+\alpha_4-y_1+(x_1+z_2) \alpha_6 y_3] \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_j} + \frac{\partial z_2}{\partial x_j} \right) \right\}; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial z_5}{\partial x_j} = \frac{\partial z_3}{\partial x_j} - \frac{\partial z_2}{\partial x_j} y_1 - x_2 \frac{\partial y_1}{\partial x_j} + \alpha_6 \frac{\partial y_2}{\partial x_j};$$

$$\frac{\partial z_6}{\partial x_j} = \alpha_6 \frac{\partial y_2}{\partial x_j} - \frac{\partial y_2}{\partial x_j};$$

$$\frac{\partial z_7}{\partial x_j} = \frac{\partial z_3}{\partial x_j} - \alpha_6 \frac{\partial y_2}{\partial x_j};$$

$$\frac{\partial z_8}{\partial x_j} = \begin{cases} \alpha_n \frac{\partial z_6}{\partial x_j}, & \text{если } \alpha_n z_6 \leq \alpha_4 + \alpha_8 - y_1 - \alpha_5 z_4, \\ -\frac{\partial y_1}{\partial x_j} - \alpha_5 \frac{\partial z_4}{\partial x_j} & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\frac{\partial z_9}{\partial x_j} = 0;$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial y_0}{\partial x_j} = 2(z_8 - z_9) \left(\frac{\partial z_8}{\partial x_j} - \frac{\partial z_9}{\partial x_j} \right);$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial y_1}{\partial x_j} = z_5 \frac{\partial x_4}{\partial x_j} + x_4 \frac{\partial z_5}{\partial x_j};$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial y_2}{\partial x_j} = \frac{1}{z_7} \left(\alpha_n \frac{\partial z_6}{\partial x_j} z_7 - \alpha_n z_6 \frac{\partial z_7}{\partial x_j} \right);$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial y_3}{\partial x_j} = \frac{\partial z_3}{\partial x_j} - \alpha_9 \frac{\partial y_4}{\partial x_j} - 2\alpha_{10} y_3 \frac{\partial y_4}{\partial x_j}.$$

Начальные условия нулевые:

$$\frac{\partial y_0}{\partial x_j}(0) = \dots = \frac{\partial y_3}{\partial x_j}(0) = 0.$$

5. Решение уравнения (4)

Оно проводится численно методом Вегстейна (см., например, [6]).

Уравнение (4) преобразуется к виду: $\lambda = \psi(\lambda)$,

где

$\psi(\lambda) = \lambda + \alpha \Sigma$, $\Sigma = g(x^k + \lambda s^k)^T s^k$, α — не-
которая постоянная (см. ниже).

Вне интервала $[0, 1]$ функция $\psi(\lambda)$ продолжается непрерывно и полагается равной постоянным:

$$\psi(\lambda) = \begin{cases} \psi(0), & \lambda < 0 \\ \psi(1), & \lambda > 1. \end{cases}$$

Коэффициент α выбирается из условия, чтобы ординаты функции $\alpha g^T s^k$ были одного порядка со значениями $\lambda \in [0, 1]$, например:

$$\alpha = \frac{1/2}{g(x^k)^T s^k}.$$

Так как всегда $g(x^k)^T s^k < 0$ (см. п. 3.2), то $\alpha < 0$ и $\psi(0) > 0$.

6. Общая блок-схема задачи

Последняя представлена на рис. 2. Пояснения к блок-схеме:

- Блок H — блок выбора шага интегрирования h исходной системы.
- Блок F — блок счета функции $F(x)$.
- Блок S — блок выбора подходящего возможного направления s .
- Блок G — блок счета компонент вектора $\text{grad } F(x)$.
- Блок Λ — блок отделения корня λ уравнения (4).
- Блок Υ — блок решения уравнения (4) методом Вегстейна.
- Блок ε — блок проверки критерия оптимальности.
- Блок Π — блок печати результатов.

7. Пояснения к отдельным блокам

Блок H. Так как интегрирование дифференциальных уравне-

ний проводится с постоянным шагом, то необходимо, чтобы этот шаг не был слишком малым (для экономного расхода машинного времени) и не слишком большим (для обеспечения требуемой точности при интегрировании). Оптимальная величина шага h выбирается так. Интегрируется исходная система с некоторым исходным значением $h = h_0$, затем с шагом $h = h_0/2$. Находится относительная погрешность:

$$\frac{F - \Phi}{\frac{1}{2}(F + \Phi)}$$

(F и Φ — значения $y_0(t=T)$ для двух последовательных значений h) и сравнивается с заданным числом ε . Если точность удовлетворительна, то запоминается признак 1, шаг удваивается и система снова интегрируется. Если же точность неудовлетворительна, то запоминается признак 2, шаг делится пополам и интегрирование системы повторяется. Каждый раз проверяется сумма признаков. Как только её значение станет равным 3, оптимальная величина шага считается выбранной: это то последнее значение h , при котором достигалась требуемая точность.

Блок F вычисляет функцию $F(x)$ путем интегрирования системы уравнений (1) по методу Рунге-Кутты с постоянным шагом.

Блок S после обращения на G в зависимости от значений компонент вектора g выбирает в точке x^k подходящее возможное направление. Подсчитывается скалярное произведение $g^T s = \sum g_i s_i$. К блоку S происходит обращение для счета $g^T s$

из блоков Λ и V. При этом вычисление компонент вектора s обходится.

Блок G организован аналогично блоку F. Систему уравнений в вариациях приходится интегрировать совместно с исходной системой и столько раз, сколько оптимизируемых параметров. "Стандартная" часть системы, т.е. та, что не содержит "добавок" — членов с величинами $\partial x_i / \partial x_j$ (см. систему (5)) — программируется один раз. "Добавки" вычисляются последовательно и представляются на свои места в системе.

Блок Λ вычисляет значение $\Sigma = g^T s$ на правом конце интервала $\lambda \in [0, 1]$. Если $\Sigma = 0$, блок Λ обходится; при $\Sigma > 0$ начинает работать блок V с исходным значением $\lambda = 1$. Если $\Sigma < 0$,

то интервал $[0, I]$ делится пополам, снова вычисляется Σ , и при $\Sigma < 0$ дробление интервала продолжается. Если при этом дроблении в некоторой точке получится $\Sigma > 0$, то с соответствующим значением λ идет обращение к блоку V . Максимально допустимое число дроблений задано (N). Если после N дроблений не появилось положительного значения Σ , то блок Λ передает управление дальше и полагает $\lambda = I$.

Блок V вначале осуществляет две простые итерации

$$\lambda_{z+1} = \psi(\lambda_z);$$

а затем уточняет значение λ_{z+1} (см. [6], "Метод Вегстейна"). Если при этом знаменатель в выражении $\bar{\lambda}_{z+1}$ оказывается равным нулю, то текущее значение λ берется за начальное и повторяется вторая простая итерация. Если достигается требуемая точность при вычислении корня, то управление передается блоку ϵ , в противном случае итеративный процесс продолжается.

Блок ϵ считает новую рабочую точку $x^k + \lambda s^k$, оценивает два последовательных значения функции цели $\Phi = F^k$ и $F = F^{k+1}$ и - в зависимости от достигнутой точности - передает управление либо на блок Π , либо на продолжение итераций (блок S). К первой части блока ϵ происходит обращение из других блоков: Λ и V .

Блок Π производит печать значений F, g , кривой $z_j(t)$ и останов машины.

Числовой пример

Программа по описанному методу составлена для ЭЦВМ "М-20".

Просчитан следующий вариант схемы. Исходные данные:

$\alpha_0 = u_0 = 2$ в, $\alpha_1 = z_0 = 60$ ом; $\alpha_2 = x = 3 \cdot 10^8$ ом/в.сек,
 $\alpha_3 = \mu = 0,36 \cdot 10^{-2}$ гн/в, $\alpha_4 = u_3 = 0,2$ в, $\alpha_5 = z_3 = 3,3$ ом,
 $\alpha_6 = \lambda_k = 0,526 \cdot 10^7$ сек $^{-1}$, $\alpha_7 = v_0 = 6,75$ в;
 $\alpha_8 = E = 8$ в; $\alpha_9 = \lambda_1 = 2,5 \cdot 10^5$ сек; $\alpha_{10} = \lambda_2 = 0,363 \cdot 10^{14}$ а $^{-1}$ сек,
 $\alpha_{11} = z_5 = 430$ ом;

$t_1 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ сек; $t_2 = 0,3 \cdot 10^{-6}$ сек; $t_3 = 1,5 \cdot 10^{-6}$ сек;
 $T = 2 \cdot 10^{-6}$ сек.

Ограничения на переменные:

$100 \leq x_1 = z_1 \leq 200$ (ом); $0,005 \leq x_2 = I/z_2 \leq 0,05$ (ом $^{-1}$);

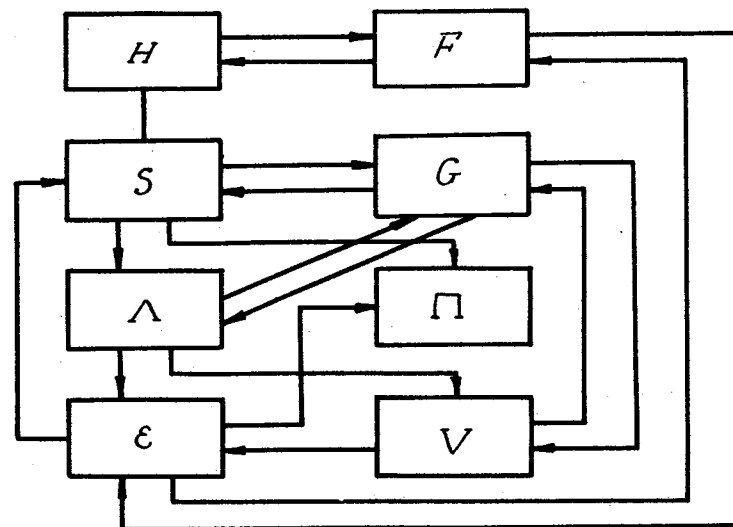


Рис. 2

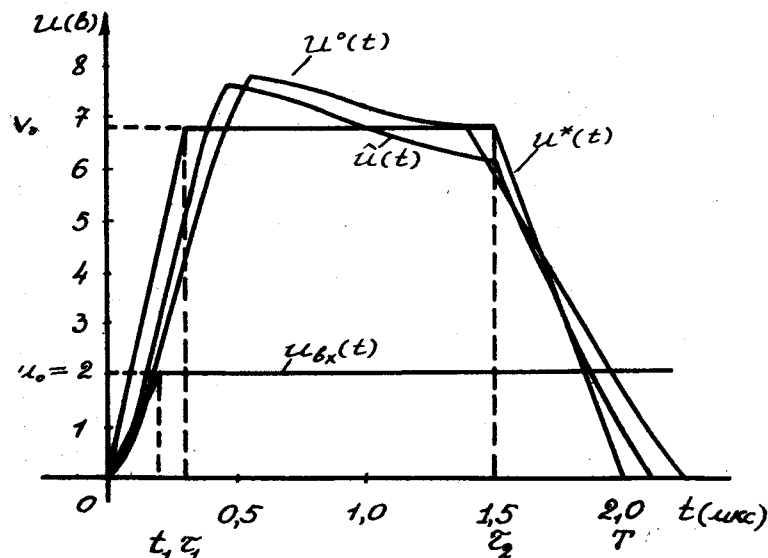


Рис. 3

$$0,3 \cdot 10^{-3} \leq x_3 = L_0 \leq 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ (гн)}; \quad 20 \cdot 10^6 \leq x_4 = 1/C \leq 200 \cdot 10^6 \text{ (ф}^{-1}\text{)}.$$

Исходная допустимая точка:

$$x_1' = 150; \quad x_2' = 0,01; \quad x_3' = 0,48 \cdot 10^{-3}, \quad x_4' = 0,366 \cdot 10^8.$$

Значение функции цели в исходной точке: $F(x') = 0,185 \cdot 10^{-5}$.

Оптимальные значения параметров, полученные в результате счета:

$$\hat{x}_1 = 122; \quad \hat{x}_2 = 0,00724; \quad \hat{x}_3 = 0,577 \cdot 10^{-3}; \quad \hat{x}_4 = 0,47 \cdot 10^8.$$

Значение функции цели в оптимальной точке: $F(\hat{x}) = 0,106 \cdot 10^{-5}$.

Кривые, соответствующие выходной функции для исходных и оптимальных значений параметров, приведены на рис. 3.

Задача предложена А.И. Мининым. Необходимые экспериментальные данные представлены Л.Б. Головановой. Составление программы и счет проведены Е.И. Невзоровой. Всем им автор выражает свою благодарность.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Венцус, И.Гурвич. Расчет переходных процессов в схемах на плоскостных полупроводниковых триодах. -ВРЭ, сер. УП, 1966, вып. 5, стр. 91-101.
2. Г. Зойтендейк. Методы возможных направлений, ИЛ., М., 1963.
3. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения и, "Наука", 1965.
4. Дж. Н.Ланс. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. М., ИЛ, 1962.

Поступила в редакцию
10/УИ-1967г.