В Ы Ч И С Л И Т Е Л Ь Н Ы Е   С И С Т Е М Ы
1968 г. Выпуск 30

УДК.681.142.2

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИСПЕТЧИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

С.Д. Пашкеев

Формулируются и исследуются методы динамического диспетчирования работы многомашинных однородных вычислительных систем при решении заданного набора задач.

В работе [I] показано, что любую, достаточно сложную задачу можно реализовать с заданной производительностью на однородной вычислительной системе с переменной структурой. Очевидно, используя принципы, изложенные в [I], вычислительные системы (ВС) такого типа можно применять и для высокопроизводительной реализации любого, наперед заданного, в общем случае связанного, набора задач. Повышение производительности при этом достигается не только путем параллельного решения каждой задачи, но и благодаря оптимальному планированию и диспетчированию реализации всего набора задач.

Представляет значительный интерес сравнение эффективности применения одно- и многопрограммных режимов решения задач на ЭВМ. Как показал опыт эксплуатации ВС "Минск-222", время счета многих задач при увеличении отводимого для них объема оперативной памяти (ОП) может быть существенно уменьшено (в I,5-35раз) путем применения более эффективных алгоритмов [2]. При реализации такого подхода на диспетчера возлагаются функции предварительного анализа и отыскания оптимального режима (одно- или многопрограммной работы ВС).

Вопросы планирования мультипрограммной (МП) работы однородных ВС уже рассматривались в литературе [3]. Ниже формулируются и исследуются некоторые методы динамического диспетчирования работы однородных вычислительных систем.

I. Постановка задачи. Пусть дана однородная вычислительная система (ВС). Обозначим некоторый показатель эффективности ее работы через Q . Пусть известны также вероятностные характеристики времен τ_j реализации задач на ВС и набор управления диспетчера $\mathcal{U}_\mu(t)\in U$, где U - множество возможных управлений.

Тогда общая задача оптимального по Q диспетчирования может быть сформулирована следующим образом: в заданных условиях найти такой алгоритм диспетчирования, при котором показатель Q принимает экстремальное значение.

Стратегия выбора диспетчером оптимального управления в общем случае может быть случайной. Это означает, что диспетчер принимает случайное решение и может выдать в некоторый момент t управление $\mathcal{U}_\mu(t)\in U$ случайным образом.

Однако вероятностная характеристика $P\{\mathcal{U}_\mu(t)\}$ этой величины (например, вероятность появления) зависит некоторым оптимальным образом от всей полученной ранее диспетчером информации и предпринятых им самим ранее действий за время Δt , протекшее от некоторого начального момента t_o до момента t . В частном (но наиболее реальном) случае стратегия диспетчирования оказывается регулярной, если вероятность одного из возможных значений $\mathcal{U}_\mu$ равна единице. Если решение, принимаемое диспетчером, не зависит от "предыстории" , то $\mathcal{U}_\mu(t)$ в момент времени t будет функцией только состояния и внешних воздействий в тот же момент времени. (Марковское диспетчирование). Общая задача диспетчирования может быть рассмотрена в нескольких аспектах.

В зависимости от наличия или отсутствия информации о плане МП-работы системы, диспетчирование можно разделить на плановое и оперативное. По способу получения информации о состоянии системы диспетчирование можно рассматривать как активное и пассивное. При пассивном диспетчировании диспетчер может выполнять свои функции только после получения заявки на диспетчирование. При активном диспетчировании диспетчер работает независимо от наличия или отсутствия заявок на диспетчирование.

2. Оперативное диспетчирование. Рассмотрим вначале простейший случай пассивного оперативного диспетчирования при максимальной априорной информации о состояниях системы и заданном наборе задач. В качестве критерия оптимальности диспетчирования примем минимум времени, затрачиваемого на реализацию всего набора задач ($\mathcal{T}$) . В рассмотренных условиях могут быть приня-

ты две стратегии диспетчирования:

– на освободившуюся машину системы направляется первая готовая (в смысле обеспечения входной информацией, памятью и разрешением по ярусному графу [4]) задача (или квант задачи);

– на освободившуюся машину системы направляется задача (или квант), выбранная оптимально в смысле принятого критерия оптимальности диспетчирования.

В дальнейшем рассматривается только оптимальное диспетчирование.

Предположим, что заявка на диспетчирование поступила в некоторый момент времени η. Начиная с этого момента, диспетчер включается в работу. В рассматриваемом случае диспетчер располагает информацией, необходимой для прогнозирования. Действительно, если известны разрешающая матрица задач (квантов) $a_{j\nu}$ [4], средние времена реализации i-го кванта j-ой задачи на единичной машине ВС – τ_{ij}, перечень нерешенных задач и критерий оптимальности диспетчирования, то, принимая момент η за начальный и обозначая последующие возможные моменты поступления заявок на диспетчирование через ξ, можно записать следующее уравнение прогнозирования [5] на один шаг:

$$f^{(0)}(U_\mu^{(1)}) = \min_{U_\mu^{(0)}} \{\tau(U_\mu^{(0)}, U_\mu^{(1)})\} a_{j\nu}; \qquad (I)$$

на два шага: $f^{(1)}(U_\mu^{(2)}) = \min\limits_{U_\mu^{(1)}} \{a_{j\nu}\tau(U_\mu^{(1)}, U_\mu^{(2)}) + f^{(0)}(U_\mu^{(1)})\}$;

на ξ шагов:

$$f^{(\xi-1)}(U_\mu^{(\xi)}) = \min_{U_\mu^{(\xi-1)}} \{a_{j\nu}\tau(U_\mu^{(\xi-1)}, U^{(\xi)}) + f^{(\xi-2)}(U_\mu^{(\xi-1)})\}, \; \xi=0,1,\dots,N_g. \qquad (2)$$

Допустимое количество шагов прогнозирования N_g можно определить из соотношения:

$$N_g \le \frac{\tau_k}{\tau_y}, \qquad (3)$$

где τ_k – среднее время, отведенное на удовлетворение одной заявки на диспетчирование;

τ_y – среднее время, потребное на однократное решение уравнения (2).

По мере реализации системой набора задач возможное число заявок на диспетчирование N убывает.

Выбор задач из заданного набора при определении N_g производится по ярусному графу задач или матрице $a_{j\nu}$.

Случай N_g = I совпадает с требованием наискорейшего окончания работ для каждой машины ВС. Действительно, поскольку на (N_g – I)-ом шаге при N_g = I время τ не зависит от распреде-

ления $U_\mu^{(N_g-1)}$ на следующем шаге, то есть $f^{(0)} = \min\limits_{U_\mu^{(0)}} \tau(U_\mu^{(0)})$, то оптимальным управлением в этом случае оказывается управление, обеспечивающее $\min\limits_{U_\mu} \tau$, то есть быстрейшее окончание работы каждой машинной системы.

3. Плановое диспетчирование. В отличие от оперативного плановый диспетчер организует мультипрограммную работу ВС в соответствии с заранее составленным планом. Основной проблемой планового диспетчирования оказывается распознавание по случайной выборке состояний машин планового состояния системы. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Пусть некоторая ВС, в соответствии с планом реализации заданного набора задач, может находиться в m различных состояниях S_i (i=I,2,...,m), каждое из которых является M – компонентным (по числу машин в системе) вектором. Компонентами S_k (k=I,2,...,M) вектора S_i могут быть условные числа – идентификаторы машины и решаемой на ней задачи (в соответствии с оптимальным планом).

В общем случае в компоненте S_k может содержаться также информация о среднем времени, которое необходимо для реализации данного кванта на единичной машине, и другая служебная информация.

Поскольку при реализации плана имеют место случайные факторы [3] и, в общем случае, τ_j – величина случайная, то компоненты вектора состояния системы могут также случайно принимать определенное число различных значений (x), соответствующих номерам квантов задач.

Обозначим некоторую случайную выборку состояния системы через $X_\mu = \{x_{1\xi}, x_{2\xi}, \dots, x_{k\xi}, \dots, x_{m\xi}\}$. (Здесь $x_{k\xi}$ – некоторое ξ-ое значение случайной величины x_k, $\sum\limits_{\xi} P(x_{k\xi}) = 1$; $P(x_{k\xi})$ – вероятность появления значения $x_{k\xi}$). Если известны законы распределения $P(x_k)$ для всех плановых моментов и известны вероятности появления плановых состояний $P(S_i)$, то можно заранее определить условную вероятность появления некоторой выборки X_μ при переходе системы в состояние S_i $P(X_\mu / S_i)$.

Допустим, что алгоритм работы планового диспетчера по распознаванию состояний системы состоит в том, что по случайной выборке X_μ диспетчер принимает решение D о том, что система находится в плановом состоянии S. Тогда задача определения оптимального алгоритма планового диспетчера состоит в нахождении оптимальной, в смысле принятого критерия, решающей функции [6] $\Delta(\mathcal{D}/X)$ для распознавания плановых состояний системы. $\Delta(\mathcal{D}/X)$ можно определить, минимизируя выражение для полного риска.

Действительно, обозначив через $L(S,\mathcal{D})$ функцию потерь (критериальную функцию) при принятии решения $\mathcal{D}$ о состоянии S, получим, что средняя потеря, при условии, что система находится в состоянии S_i, определится выражением:

$$G(S_i,\mathcal{D})=\sum_{\lambda} L(S_i,\mathcal{D}_\lambda)\cdot P(\mathcal{D}_\lambda/S_i), \tag{5}$$

где $P(\mathcal{D}_\lambda/S_i)=\sum_{\mu}\Delta(\mathcal{D}_\lambda/X_\mu)\cdot P(X_\mu/S_i)$ – (6)

вероятность принятия решения $\mathcal{D}_\lambda$ при условии, что система находится в состоянии S_i.

Подставляя (6) в (5), получаем

$$G(S_i,\mathcal{D})=\sum_{\lambda}\sum_{\mu} L(S_i,\mathcal{D}_\lambda)\cdot\Delta(\mathcal{D}_\lambda/X_\mu)\cdot P(X_\mu/S_i). \tag{7}$$

Учитывая (5), (6), (7), можно определить средний риск как среднюю потерю по всем плановым состояниям системы, то есть

$$R(S,\mathcal{D})=\sum_{i} G(S_i,\mathcal{D})\cdot P(S_i) \tag{8}$$

или

$$R(S,\mathcal{D})=\sum_{i}\sum_{\lambda}\sum_{\mu} L(S_i,\mathcal{D}_\lambda)\cdot\Delta(\mathcal{D}_\lambda/X_\mu)\cdot P(X_\mu/S_i)\cdot P(S_i). \tag{9}$$

Перепишем выражение для риска (9) в следующем виде:

$$R(S,\mathcal{D})=\sum_{i}\sum_{\lambda} L(S_i,\mathcal{D}_\lambda)\cdot P(S_i)\sum_{\mu}\Delta(\mathcal{D}_\lambda/X_\mu)P(X_\mu/S_i). \tag{10}$$

Учитывая регулярность решающей функции, можно записать:

$$\sum_{\mu}\Delta(\mathcal{D}_\lambda/X_\mu)\cdot P(X_\mu/S_i)=\sum_{\mu_j} P(X_\mu/S_i)=P_{ij},$$

где μ_j – множество значений μ, для которых $\Delta(\mathcal{D}_j/X)=1$ (принимается решение $\mathcal{D}_j$);

P_{ij} – вероятность принятия решения $\mathcal{D}_j$, когда система находится в состоянии S_i.

Таким образом, при $i\neq j$ P_{ij} есть условная вероятность ошибки, а при $i=j$ она – вероятность правильного решения. Произведение $P(S_i)P_{ij}$ есть полная вероятность ошибки или правильного решения.

В качестве рабочей формулы для среднего риска можно принять выражение:

$$R(S,\mathcal{D})=\sum_{j}\sum_{i} L(S_i,\mathcal{D}_j)\cdot P(S_i)\cdot P(X_\mu/S_i). \tag{11}$$

Процесс принятия решения диспетчером о том, в каком плановом состоянии находится система при появлении выборки X_μ, в рассматриваемом случае состоит в вычислении сумм

$$\sum_{i} L(S_i,\mathcal{D}_j)\cdot P(S_i)\cdot P(X_\mu/S_i) \tag{12}$$

для всех j и выборе наименьшей из них.

Решение $\mathcal{D}_j$, входящее в эту наименьшую сумму, и будет оптимальным, в смысле минимума удельного риска, с критериальной функцией $L(S_i,\mathcal{D}_j)$.

В зависимости от конкретных условий (что важнее, сокращение времени диспетчирования или расход памяти системы?) вычисление сумм (12) может выполняться заранее или в процессе диспетчирования. Принятие диспетчером решения о распределении вычислительных функций по машинам после распознавания состояния системы фактически сводится к простой идентификации этого решения по матрице отношений [4], которая составляется заранее на основе плана.

5. Активное диспетчирование. С помощью активного диспетчирования можно уменьшить время, затрачиваемое на диспетчирование, путем совмещения во времени выполнения некоторых функций самого диспетчера с работой системы. Естественно, что такое совмещение имеет место лишь в системах с отдельной машиной-диспетчером. Активное диспетчирование может осуществляться с постоянной или переменной частотой.

Обозначим через $\Delta\tau_n$ промежуток времени между двумя соседними моментами начала пассивного диспетчирования. Тогда максимальная частота необходимого (обязательного) диспетчирования будет

$$(f_g)_{max}=\frac{1}{(\Delta\tau_n)_{min}}. \tag{13}$$

Нижняя граница частоты активного диспетчирования (f_{ga}) определяется соотношением

$$f_{ga}\geq(f_g)_{max}. \tag{14}$$

Среднее максимальное время удовлетворения одной заявки на активное диспетчирование (τ'_{ga}) получим из условия

$$\tau'_{ga}\leq\frac{1}{f_{ga}}. \tag{15}$$

Эффективность применения активного диспетчирования можно оценить по суммарному среднему выигрышу времени $\Delta\tau_g$ относительно пассивного диспетчирования. Имеем

$$\Delta\tau_g=N\tau'_{ga}\approx 2m\tau'_{ga}.$$

Здесь N – число обращений к диспетчеру при реализации на ВС заданного набора задач;

m – число квантов заданного набора задач.

Литература

I. Э.В. Евреинов, Ю.Г. Косарев. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. "Наука", Новосибирск, 1966.

2. Ю.Г. Косарев. Опыт решения задач на системе "Минск-222". Труды I-й Всесоюзной конф. по выч.сист., июнь, 1967, вып. 4. Изд.Наука, Новосибирск, 1968.

3. С.Д. Пашкеев. Метод оптимального диспетчирования мультипрограммной работы вычислительных систем с учетом случайных факторов, Доклады I-го Всесоюзного симпозиума по статистическим проблемам в технической кибернетике 1967 г.

4. С.Д. Пашкеев. Об одном подходе при анализе алгоритмов заданного набора задач, предназначенных для решения на вычислительной системе. Доклады I-й Всесоюзной научной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, 1967 г.

5. Р. Беллман. Процессы, регулирования с адаптацией. "Наука", М., 1964.

6. А.А. Фельдбаум. Основы теории оптимальных автоматических систем, ФМ., М., 1963.

М о с к в а.

Поступила в редакцию
2.II.1967 г.