В Ы Ч И С Л И Т Е Л Ь Н Ы Е   С И С Т Е М Ы
1969 г.   Выпуск 33

УДК 519.95

ВЛОЖИМОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕД

А.А. Койфман

0.0. Существующие в настоящее время методы составления програм настройки универсальных вычислительных сред [I-4] разработаны либо для конкретных универсальных ВС, либо для некоторых их классов. Применение ЭВМ для составления програм настройки ВС приведет, по-видимому, к еще большему учету конкретной структуры варианта ВС. В то же время число различных рассмотренных вариантов и типов ВС непрерывно растет [5,6].

В данной работе предлагается методика, позволяющая использовать программы настройки одних вариантов ВС для составления програм настройки других вариантов ВС, близких по структуре к исходным.

0.I. Пусть ℓ -элемент универсальной вычислительной среды $\mathfrak{M}$. Перенумеруем его входы x_1, x_2, ..., x_n и выходы z_{n+1}, z_{n+2}, ..., z_m. Будем говорить, что выбрано некоторое состояние реализации v_i элемента ℓ, если таблично заданы функции, реализованные на всех выходах ℓ (табл.I). Аналогично можно задать состояние реализации v_i элемента ℓ, если в базис ℓ включена задержка.

Естественно предположить, что любая пара элементов ℓ_j и ℓ_k из $\mathfrak{M}$ имеет такую нумерацию полюсов, что набор таблиц Q_j, соответствующий набору различных состояний реализации $\mathcal{V}_j$ элемента ℓ_j, совпадает с набором таблиц Q_k, соответствующих состояниям реализации элемента ℓ_k.

Т а б л и ц а   I

x_1	x_2	...	x_n	z_{n+1}	z_{n+2}	...	z_m
0	0		0				
0	0		1				
		⋮				⋮	
1	1		1				

Пусть ℓ_1 и ℓ_2 - соответственно элементы из $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$. Пусть некоторым состояниям реализации v_{1i} и v_{2k} элементов ℓ_1 и ℓ_2 соответствуют таблицы q_{1i} и q_{2k}. Будем говорить, что v_{1i} вложимо в v_{2k} при подстановке

$$\rho = \left(\frac{x_1, x_2, \dots, x_{n_1}, z_{n_1+1}, \dots, z_{m_1}}{x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_{n_1}}, z_{j_{n_1}+1}, \dots, z_{j_{m_1}}}\right),$$

где $j_\rho \in \mathcal{J}_k \subset M_2 = \{1, 2, \dots, m_2\}$ и $m_1 \leqslant m_2$, если после переименования столбцов в q_{1i} в соответствии с ρ и при задании некоторого набора констант в столбцах $j_\rho \notin \mathcal{J}_k$, каждый j_ρ -й выходной столбец q_{1i} совпадает с j_ρ -м столбцом q_{2k}.

Пусть заданы множества различных состояний реализации $\mathcal{V}_1 = \{v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1\tau_1}\}$ и $\mathcal{V}_2 = \{v_{21}, v_{22}, \dots, v_{2\tau_2}\}$ элементов ℓ_1 из $\mathfrak{M}_1$ и ℓ_2 из $\mathfrak{M}_2$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. ℓ_1 вложим в ℓ_2, если найдется такая подстановка ρ_j, при которой каждое v_{1i} вложимо в какое-нибудь v_{2k}.

0.2. Пусть элементы в $\mathfrak{M}$ содержат m полюсов. Будем говорить, что Θ есть разбиение множества $M = \{1, 2, \dots, m\}$ на непересекающиеся пары $\vartheta_1 = (\alpha_1 \beta_1)$; $\vartheta_2 = (\alpha_2 \beta_2)$; ...; $\vartheta_\rho = (\alpha_\rho \beta_\rho)$, где $\rho = |\Theta| \leqslant m$ и $\alpha_i, \beta_j \in M$, если из $(i \neq j) \Longrightarrow (\alpha_i \neq \alpha_j, \alpha_i \neq \beta_j, \beta_i \neq \beta_j)$, но α_i может быть равно β_i. Будем говорить, что Θ -непротиворечивое для $\mathfrak{M}$ разбиение M, если полюсам в $\mathfrak{M}$ можно присвоить индексы из M так, что индексы любых двух отождествленных полюсов принадлежат одной из пар разбиения θ.

Вычислительной среде $\mathfrak{M}$ будем ставить в соответствие граф G. Элементам $\mathfrak{M}$ сопоставим вершины G, а парам отождествленных полюсов соседних элементов – ребра. При этом каждому ребру сопоставим у инцидентных ему вершин индексы, равные индексам соответствующих полюсов элементов. Таким образом, каждому ребру приписывается пара индексов разбиения θ, непротиворечивого для $\mathfrak{M}$. В дальнейшем индекс α_i будем называть обратным для индекса β_i, если $(\alpha_i, \beta_i) \in \vartheta_i \in \theta$.

0.3. Пусть заданы $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$, в которых полюсы элементов перенумерованы в соответствии с непротиворечивыми разбиениями θ_1 и θ_2 множеств M_1 и M_2. Пусть при подстановке P_j ℓ_1 вложим в ℓ_2. Построим графы G_1 и G_2, соответствующие $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. $\mathfrak{M}_1$ вложима в $\mathfrak{M}_2$, если:

1. При подстановке P_j каждая пара $(\alpha_{i_1} \beta_{i_1}) \in \theta_1$ отображается в пару $(\alpha_{j_2} \beta_{j_2}) \in \theta_2$ так, что α_{i_1} отображается в α_{j_2}, а β_{i_1} – в β_{j_2}.

2. Граф G_1 является суграфом графа G_2, т.е. $X_1 = X_2$, $\mathcal{U}_1 \subseteq \mathcal{U}_2$ и отображение $f(G_1 \to G_2)$ устанавливает при этом взаимно однозначное соответствие между элементами X_1 и X_2.

3. При отображении f ребра G_1 отображаются в ребра G_2 так, что пары индексов, приписанные ребрам, отображаются в соответствии с P_j.

Отображение f рассматривается в данной работе для графов, принадлежащих к определенному в 1.2 классу.

1.0. Пусть задан некоторый граф G_0. Перенумеруем вершины и ребра G_0. Последовательность чисел, состоящую из номера вершины и номеров инцидентных этой вершине ребер, назовем *строкой*.

Будем говорить, что каждое число занимает в строке определенное *место*. Номер вершины всегда занимает нулевое место. Номера ребер занимают места подряд от 1 до m.

Набор строк, соответствующих всем без исключения и повторения вершинам графа G_0, назовем кодовым представлением графа G_0.

Будем говорить, что в строке сделана подстановка $P = \left(\frac{1, 2, \dots, m}{i_1, i_2, \dots, i_m}\right)$, где $\underset{1 \le k \le m}{i_k \in M}$, если числа с k-го места переставляются на i_k-ё место. Подстановку вида

$$\left(\frac{1, \quad 2, \quad \dots, i-1, i, i+1, \dots, \quad m}{m-(i-2), m-(i-3), \dots, \quad m, 1, \quad 2, \dots, m-(i-1)}\right)$$

будем называть кольцевой перестановкой с i-го места на первое.

1.1. Пусть задано кодовое представление графа G_0 и отмечена одна из строк. Отмеченной строке присвоим номер 1. Возьмем число на первом месте первой строки и найдем его в одной из непронумерованных строк. Если это число в найденной строке стоит на i-м месте, то сделаем кольцевую перестановку с i-го места на первое и присвоим этой строке очередной номер. То же самое сделаем с числом на втором месте первой строки и т.д. Затем повторим эту операцию со всеми числами, стоящими на местах $j \ge 1$ второй строки и т.д. до перебора всех строк. Если некоторое число не найдется среди непронумерованных строк, то оно стоит в строке, которой уже присвоен номер. В этом случае делается переход к следующему числу. Полученный в результате перенумерованный набор строк назовем кодовой реализацией исходного графа G_0 и будем обозначать $\mathcal{G}_0$.

В $\mathcal{G}_0$ j-ю строку будем обозначать S_j, а i-е место $S_j - \mu_{ji}$. Число, находящееся на μ_{ji}, будем обозначать $[\mu_{ji}]$. Кодовую реализацию, в которой каждая строка состоит из $(m+1)$-го числа, назовем однородной – степени m. Две строки $\mathcal{G}_0$ будем называть смежными, если они содержат одно и то же число (номер ребра).

1.2. Пусть задана однородная кодовая реализация $\mathcal{G}_0$ степени m и разбиение θ множества $M = \{1, 2, \dots, m\}$.

Присвоим всем числам, занимающим места от 1 до m, некоторые индексы из M. Индекс числа, занимающего μ_{ji}, будем обозначать $\omega(\mu_{ji})$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. $\mathcal{G}_0$ будем называть ориентированной, если из равенства $[\mu_{j_1 i_1}] = [\mu_{j_2 i_2}]$ следует, что $\omega(\mu_{j_1 i_1})$ и $\omega(\mu_{j_2 i_2})$ принадлежат одной и той же паре из θ и для любого k $\omega(\mu_{k i_1}) \neq \omega(\mu_{k i_2})$. S_{j_1} и S_{j_2} будем называть одинаково ориентированными, если $\omega(\mu_{j_1 i}) = \omega(\mu_{j_2 i})$ для $1 \le i \le m$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_2$ назовем эквивалентными, если в $\mathcal{G}_1$ произвольные S_{j_1} и S_{j_2} смежны тогда и только тогда, когда в $\mathcal{G}_2$ S_{j_1} и S_{j_2} также смежны, и при этом из равенства в $\mathcal{G}_1$ $[\mu_{j_1 i_1}] =$

$=[\mu_{j_2 i_2}]$ следует, что в $\mathcal{G}_2$ существуют $\mu_{j_1 i_3}$ и $\mu_{j_2 i_4}$ такие, что $[\mu_{j_1 i_3}]=[\mu_{j_2 i_4}]$,

$$\omega(\mu_{j_1 i_3})=\omega(\mu_{j_1 i_1}),\ \omega(\mu_{j_2 i_4})=\omega(\mu_{j_2 i_2}).$$

Пусть дана ориентированная однородная $\mathcal{G}_0$ степени m. Выберем в $\mathcal{G}_0$ S_i и сделаем в ней такую подстановку ρ, чтобы S_i была ориентирована одинаково с S_1. Построим теперь $\mathcal{G}_0^i$ из $\mathcal{G}_0$, взяв за $S_1 \in \mathcal{G}_0^i$ преобразованную $S_i \in \mathcal{G}_0$ и изменив последовательность ребер в строке так, чтобы каждая $S_j \in \mathcal{G}_0^i$ была ориентирована одинаково с $S_j \in \mathcal{G}_0$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5. $\mathcal{G}_0$ будем называть правильной, если любая $\mathcal{G}_0^i$ эквивалентна $\mathcal{G}_0$.

В дальнейшем всегда будем считать кодовую реализацию ориентированной.

2.0. Пусть дана правильная $\mathcal{G}_0$ некоторого графа G_0. Не изменяя индексов, присвоенных дугам графа, построим $\tilde{\mathcal{G}}_0$ следующим образом.

В $S_1 \in \mathcal{G}_0$ сделаем произвольную подстановку ρ_1. Полученную строку возьмем в качестве $S_1 \in \tilde{\mathcal{G}}_0$. В строках $S_j\,(j>1) \in \mathcal{G}_0$ найдем $\mu_{j_1 i_1}$ такое, что $[\mu_{j_1 i_1}]$ равно $[\mu_{11}]$ $\tilde{\mathcal{G}}_0$. В $S_{j_1} \in \mathcal{G}_0$ сделаем такую подстановку ρ_{j_1}, чтобы $[\mu_{j_1 i_1}]$ перешло на место $\mu_{j_1 1}$, а остальные произвольно поменялись местами. Новую строку возьмем в качестве $S_2 \in \tilde{\mathcal{G}}_0$. Далее поочередно будем брать $\mu_{1\rho}$ из $\tilde{\mathcal{G}}_0\,(2\le\rho\le m)$ и искать в $\mathcal{G}_0$ $\mu_{j_\rho i_\rho}$ такие, что $[\mu_{1\rho}]=[\mu_{j_\rho i_\rho}]$. Если в $S_{j_\rho} \in \mathcal{G}_0$ подстановка еще не делалась, то сделаем в ней произвольную (как указано выше) подстановку ρ_{j_ρ} и эту строку поставим очередной строкой $\tilde{\mathcal{G}}_0$. После этого перейдем к $\mu_{1(\rho+1)}$. Если же подстановка уже была сделана, то сразу перейдем к $\mu_{1(\rho+1)}$. То же самое повторим для S_2, S_3, ... из $\tilde{\mathcal{G}}_0$.

2.1. ЛЕММА 1. Полученная $\tilde{\mathcal{G}}_0$ – правильная.

Выберем произвольно $(\tilde{\mathcal{G}}_0)^i$. Найдем в $\mathcal{G}_0$ S_j, соответствующую $S_i \in \tilde{\mathcal{G}}_0$ (т.е. имеющую тот же номер на нулевом месте). Построим $(\tilde{\mathcal{G}}_0^j)$ следующим образом. Сделаем в $S_1 \in \mathcal{G}_0^j$ подстановку ρ_1. (Ту самую, которая использовалась при построении $S_1 \in \tilde{\mathcal{G}}_0$). В $\mathcal{G}_0^j$ найдем строку, в которой одно из мест занимает число, равное $[\mu_{11}]$ из $(\tilde{\mathcal{G}}_0^j)$. Так как $\mathcal{G}_0^j$ эквивалентно $\mathcal{G}_0$, то это

будет $S_i \in \mathcal{G}_0^j$. Дальше будем строить $(\tilde{\mathcal{G}}_c^j)$, согласно описанному в 2.0. алгоритму. Эквивалентность $(\tilde{\mathcal{G}}_0^j)$ и $\tilde{\mathcal{G}}_0$ очевидна. Покажем теперь, что $(\tilde{\mathcal{G}}_0^j)$ и $(\tilde{\mathcal{G}}_0)^i$ также эквиваленты. Действительно, $S_1 \in (\tilde{\mathcal{G}}_0^j)$ тождественно совпадает с $S_1 \in (\tilde{\mathcal{G}}_0)^i$, так как они построены из одних и тех же чисел, а порядок следования их совпадает с порядком следования (по индексам из M) чисел в $S_1 \in \tilde{\mathcal{G}}_0$. Точно так же показывается попарная тождественность всех остальных строк $(\tilde{\mathcal{G}}_0^j)$ и $(\tilde{\mathcal{G}}_0)^i$. Отсюда следует эквивалентность $\tilde{\mathcal{G}}_0$ и $(\tilde{\mathcal{G}}_0)^i$. Так как $(\tilde{\mathcal{G}}_0)^i$ выбиралась произвольно, то $\tilde{\mathcal{G}}_0$ – правильная, что и требовалось доказать.

ТЕОРЕМА 1. Если граф G_0 имеет правильную кодовую реализацию $\mathcal{G}_0$, то любая другая кодовая реализация графа G_0, построенная без изменения индексов, присвоенных ребрам, также правильная.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 6. Граф будем называть правильным, если одна из его кодовых реализаций правильная. Примем некоторый определенный порядок следования индексов из M. Пусть это будет 1,2,...,m.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 7. Кодовую реализацию, в которой 1) $\omega(\mu_{11})=1$, 2) $\omega(\mu_{ji})=|i+\kappa-1|_{mod\,m}$, если $\omega(\mu_{j1})=\kappa$, назовем кодовой реализацией в канонической форме.

Так как из любой правильной $\mathcal{G}_0$ можно построить $\mathcal{G}_0$ в канонической форме, то в дальнейшем мы будем рассматривать правильные кодовые реализации только в канонической форме.

2.2. ТЕОРЕМА 2. Пусть $\mathcal{G}_0$ – правильная кодовая реализация графа G_0 и $\vartheta_j=(\alpha_j\beta_j)$ такая пара из разбиения Θ, что $\alpha_j=\beta_j=i$. Граф G_1, полученный из графа G_0 выбрасыванием ребер с индексом i, также является правильным.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим $\mathcal{G}_0$ и $\mathcal{G}_0^j$. Выбросим в них ребра с индексами i. По полученным кодовым представлениям построим $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_1^{j*}$ в канонической форме с порядком индексов 1,2, ...,$i-1$, $i+1$, ...,m, так, чтобы первые строки $\mathcal{G}_0$ и $\mathcal{G}_0^j$ соответственно остались первыми строками $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_1^{j*}$. Эквивалентность $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_1^{j*}$ вытекает из эквивалентности $\mathcal{G}_0$ и $\mathcal{G}_0^j$ и из алгоритма построения кодовых реализаций. $\mathcal{G}_1$ есть кодовая реализация графа G_1. $\mathcal{G}_1^{j*}$ есть некоторая $\mathcal{G}_1^{\kappa}$. Для любой $\mathcal{G}_1^{\kappa}$

легко найти соответствующую ей $\mathcal{Y}_0^j$. Но тогда любая $\mathcal{Y}_1^k$ эквивалентна $\mathcal{Y}_1$. Следовательно, $\mathcal{Y}_1$ правильная, что и требовалось доказать.

Пусть теперь в графе G_0 индексы $i, j, k, \dots, q$ содержатся только в парах $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n$ и других индексов в этих парах нет. Тогда граф G_1, полученный из графа G_0 выбрасыванием ребер с индексами $i, j, k, \dots, q$, также является правильным. Доказательство этого утверждения не отличается от приведенного выше.

3.0. Цепью $\beta = (S_{j_1}, S_{j_2}, \dots, S_{j_n})$ в кодовой реализации $\mathcal{Y}_0$ назовем последовательность строк, в которой каждая S_{j_i} $(2 \le i \le n-1)$ смежна с $S_{j_{i-1}}$ и $S_{j_{i+1}}$. Длиной цепи назовем число строк в ней. Цепь назовем циклом, если S_{j_n} смежна с S_{j_1}. Цепи в $\mathcal{Y}_0$ будем ставить в соответствие последовательность индексов $i_1, i_2, \dots, i_n$ $(i_\ell \in M)$, в которой на ℓ-м месте стоит индекс k, если S_{j_ℓ} смежна с $S_{j_{\ell+1}}$ через ребро, имеющее в S_{j_ℓ} индекс k. Аналогичную последовательность будем ставить в соответствие и циклу в $\mathcal{Y}_0$.

Пусть в правильной $\mathcal{Y}_0$ выбран цикл $\beta = (S_{j_1}, S_{j_2}, \dots, S_{j_n})$. Выберем в $\mathcal{Y}_0^i$ также цикл $\beta = (S_{j_1}, S_{j_2}, \dots, S_{j_n}^i)$. Из эквивалентности $\mathcal{Y}_0$ и $\mathcal{Y}_0^i$ следует, что такой цикл существует и последовательности индексов, соответствующие этим двум циклам, совпадают. Таким образом, справедливо

СВОЙСТВО I правильной $\mathcal{Y}_0$. Для любого цикла, не проходящего через $S_1 \in \mathcal{Y}_0$, найдется цикл, проходящий через $S_1 \in \mathcal{Y}_0$, которому поставлена в соответствие последовательность индексов, совпадающая с последовательностью индексов исходного цикла.

В цикле $\beta_0 = (S_{j_1}, S_{j_2}, \dots, S_{j_n})$ каждую пару строк S_{j_ℓ} и S_{j_k} можно соединить двумя различными цепями:

$$\beta_{\ell k} = (S_{j_\ell}, S_{j_{\ell+1}}, \dots, S_{j_k}) \text{ и } \beta_{k\ell} = (S_{j_k}, S_{j_{k+1}}, \dots, S_{j_n}, S_{j_1}, \dots, S_{j_\ell}).$$

Если хотя бы одну пару строк S_{j_ℓ} и S_{j_k} β_0 можно соединить в $\mathcal{Y}_0$ цепью, меньшей длины, чем $\beta_{\ell k}$ и $\beta_{k\ell}$, то цикл β_0 будем называть составным. В противном случае β_0 будем называть простым.

3.1. Пусть дано множество $\mathfrak{M}$ символов $a_1, a_2, \dots, a_m$. Выражение $\alpha = a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_n}$, где $a_{i_j} \in \mathfrak{M}$ и каждый символ может встретиться несколько раз, назовем словом. Число n

назовем длиной слова α. К словам будем также причислять пустое слово и обозначать его I. Будем говорить, что на множестве слов A определено соотношение, если задано, что $\alpha_i = \alpha_j$. Множество слов с некоторой заданной системой соотношений будем обозначать A_i. Графическое равенство будем обозначать символом $\cong$.

Пусть $\mathcal{Y}_0$ -правильная кодовая реализация степени m в канонической форме и Θ - соответствующее $\mathcal{Y}_0$ разбиение M на пары $\vartheta_1 = (i_1 j_1)$; $\vartheta_2 = (i_2 j_2); \dots; \vartheta_\rho = (i_\rho j_\rho), (i_k, j_k \in M)$. Поставим в соответствие каждой строке из $\mathcal{Y}_0$ слово из множества $A_0' \subset A$ следующим образом.

Первой строке сопоставим слово I. Строке S_k $(2 \le k \le m+1)$ смежной с S_1, сопоставим слово a_i $(i \in M)$, если ребру, общему для S_k и S_1, приписан в S_1 индекс i. Строку, по которой будут ставиться в соответствие следующим строкам слова из A_0' назовем опорной. Пусть в качестве опорных были использованы первые k строк. Возьмем S_{k+1} в качестве новой опорной.

Пусть в A_0' ей соответствует слово α_{k+1}. В S_{k+1} возьмем $\mu_{(k+1)1}$ и найдем S_{ℓ_1} такую, что $[\mu_{\ell_1 j_1}] = [\mu_{(k+1)1}]$. Если строке S_{ℓ_1} еще не поставлено в соответствие слово из A_0', то поставим ей в соответствие слово $\alpha_{\ell_1} \cong \alpha_{k+1} a_i$, где $i = \omega(\mu_{(k+1)1})$. Если S_{ℓ_1} уже поставлено в соответствие слово $\alpha_{\ell_1} \in A_0'$, то к системе соотношений в A_0' добавим соотношение $\alpha_{\ell_1} = \alpha_{k+1} a_i$. Затем перейдем к $\mu_{(k+1)2}$ и т.д.

Слова из множества A_0', поставленные в соответствие строкам $\mathcal{Y}_0$, будем обозначать α_i^0 (i -номер соответствующей строки). По построению A_0' содержит все слова вида $\alpha_i^0 a_j$. Для каждого слова $\alpha_i^0 a_j \in A_0'$ либо справедливо графическое равенство $\alpha_i^0 a_j \cong \alpha_k^0$, либо существует соотношение $\alpha_i^0 a_j = \alpha_k^0$.

Расширим множество A_0' до множества A_0 -всех слов в алфавите $a_1, a_2, \dots, a_{m_0}$ следующим образом. Пусть $\alpha_i^0 a_{\rho_1} = \alpha_n^0$. Тогда слово $\alpha_i^0 a_{\rho_1}$ соответствует строке S_{k_1}. Переберем все слова вида $\alpha_i^0 a_{\rho_k}$ $(1 < i;\ 1 \le \rho_k \le m)$ и поставим их в соответствие строкам $\mathcal{Y}_0$. Возьмем слово $\alpha_i^0 a_{\rho_1} a_{\rho_2}$ такое, что $\alpha_i^0 a_{\rho_1} = \alpha_{k_1}^0$. Поставим его в соответствие строке S_{k_2}, которой уже сопоставлено слово $\alpha_{k_1}^0 a_{\rho_2}$, и к соотношениям в A_0 добавим соотношение $\alpha_i^0 a_{\rho_1} a_{\rho_2} = \alpha_{k_2}^0$, где

$\alpha^0_{k_{2_0}} = \alpha^0_{k_1} a_{\rho_2}$. То же самое сделаем для всех слов вида $\alpha^0_i a_{\rho_1} a_{\rho_2}$ $(1 < i,\ 1 \leqslant \rho_1, \rho_2 \leqslant m)$ и т.д.

3.2. Из множества M выберем $\xi = |\theta|$ различных индексов таким образом, чтобы ни одна пара из них не принадлежала одной и той же ϑ_i $(1 \leqslant i \leqslant \xi)$. Пусть это будет, например, множество $I = i_1, i_2, i_3, \dots, i_\xi$.

Множеству A_0 можно сопоставить группу A_0 над образующими $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_\xi}$ с определяющими соотношениями, соответствующими соотношениям во множестве A_0.

Так как слова из множества A_0 ставятся строкам $\mathcal{Y}_0$ в однозначное соответствие, то каждой правильной $\mathcal{Y}_0$ соответствует одна и только одна группа A_0. При построении множества A_0 принимается во внимание только смежность строк и индексы, приписанные ребрам. Отсюда следует, что эквивалентным правильным кодовым реализациям соответствует одна и та же группа.

3.3. Из алгоритма построения группы A_0 следует, что каждому циклу $\beta_K = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ в $\mathcal{Y}_0$ соответствует соотношение $a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_n} = 1$ в группе A_0. Из свойства I правильной $\mathcal{Y}_0$ (3.0) следует, что всю систему соотношений группы A_0 можно перебрать, рассмотрев все циклы, проходящие в $\mathcal{Y}_0$ через первую строку.

Пусть в $\mathcal{Y}_0$ заданы два простых цикла β_1 и β_2 и $\cap(\beta_1\beta_2) \neq \phi$. Для составного цикла $\beta_3 = \cup(\beta_1, \beta_2) \setminus \cap(\beta_1, \beta_2)$ последовательность индексов можно получить исключением последовательности, соответствующей $\cap(\beta_1, \beta_2)$ из последовательности, соответствующей $\cup(\beta_1, \beta_2)$. Следовательно, соотношение, соответствующее циклу β_3 можно получить из соотношений, соответствующих циклам β_1 и β_2 исключением общей части. Точно так же соотношение, соответствующее любому составному циклу, выводится из соотношений, соответствующих простым циклам.

Отсюда следует, что любое соотношение в группе A_0 выводится из соотношений, соответствующих простым циклам, проходящим через первую строку $\mathcal{Y}_0$.

Если ограничиться графами с конечной степенью вершин и конечным числом простых циклов, проходящих через одну и ту же вершину, то A_0 есть группа с конечным числом образующих и конечным числом определяющих соотношений.

4.0. Пусть дана группа A_0 над образующими $a_1, a_2, \dots, a_m$ с конечной системой определяющих соотношений, соответствующая некоторой правильной $\mathcal{Y}_0$. Пусть при этом в A_0 разрешима проблема тождества слов.

Можно показать, что по A_0 можно однозначно построить $\mathcal{Y}_1$, эквивалентную $\mathcal{Y}_0$.

4.I. $S_1 \in \mathcal{Y}_0$ назовем окрестностью радиуса I (Π^1_1) первой строки $\mathcal{Y}_0$. Окрестностью радиуса τ-(Π^1_τ) S_1 будем называть множество строк, в котором каждая строка либо входит в $\Pi^1_{\tau-1}$, либо смежна с одной из строк, входящих в $\Pi^1_{\tau-1}$. Аналогично введем Π^i_τ. Границей Π^i_τ назовем разность Π^i_τ и $\Pi^i_{\tau-1}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 8. Окрестность $S_1 \in \mathcal{Y}_0$, в которой лежат все простые циклы, проходящие через S_1, назовем определяющей окрестностью $\mathcal{Y}_0$ и будем обозначать $\Pi^1_0 \in \mathcal{Y}_0$. Аналогично введем $\Pi^i_0 \in \mathcal{Y}_0$.

ТЕОРЕМА 3. Если определяющие окрестности правильных $\mathcal{Y}_0$ и $\mathcal{Y}_1$ эквивалентны, то $\mathcal{Y}_0$ и $\mathcal{Y}_1$ также эквивалентны.

Доказательство следует из того, что эквивалентным определяющим окрестностям соответствует одна и та же группа.

4.2. Правильные графы G_0 и G_1 будем называть эквивалентными, если эквивалентны хотя бы две их кодовые реализации.

Пусть правильные графы степени m G_0 и G_1 заданы кодовыми реализациями $\mathcal{Y}_0$ и $\mathcal{Y}_1$. Выделим определяющие окрестности $\Pi^1_0 \in \mathcal{Y}_0$ и $\Pi^1_0 \in \mathcal{Y}_1$. Во всех строках $\Pi^1_0 \in \mathcal{Y}_0$ сделаем одновременно произвольную подстановку индексов. По полученному кодовому представлению построим Π^1_{01}.

Согласно 2.I Π^1_{01} - определяющая окрестность некоторой правильной $\mathcal{Y}_{01}$. Число различных подстановок равно $m!$. Следовательно, таким способом можно получить не более $m!$ попарно не эквивалентных кодовых реализаций. Если одна из полученных Π^1_{0j} эквивалентна $\Pi^1_0 \in \mathcal{Y}_1$, то искомое отображение графа G_1 в граф G_0 легко построить, построив предварительно $\mathcal{Y}_{0j}$.

4.3. Пусть θ_0 - разбиение M, соответствующее правильной кодовой реализации $\mathcal{Y}_0$. Будем называть характеристикой χ_0 θ_0 число пар, в которых $\alpha_i = \beta_i$. $\chi_0 = m - 2|\theta|$. Число различных характеристик равно $\frac{m}{2}+1$ для четного m и $\frac{m+1}{2}$ для нечетного m. Правильный граф G_0 может иметь, вообще говоря, правильные кодовые реализации с различными характеристиками.

СВОЙСТВО 2 правильных кодовых реализаций. Если правильные $\mathcal{Y}_0$ и $\mathcal{Y}_1$ некоторого графа G_0 имеют различные характеристики, то не найдется системы подстановок, преобразующей $\mathcal{Y}_0$ в $\mathcal{Y}_i$, эквивалентную $\mathcal{Y}_1$.

Доказательно следует из определения эквивалентности кодовых реализаций.

Из свойства 2 следует, что описанный выше алгоритм не дает гарантии того, что не существует сохраняющего смежность вершин отображения графа G_1 в граф G_0, если $\Pi'_0 \in \mathcal{Y}_1$ не эквивалентна ни одной из $\Pi'_{0j} \in \mathcal{Y}_0$. С другой стороны, из свойства 2 следует, что при переборе определяющих окрестностей, соответствующих графу G_0, достаточно ограничиться кодовыми реализациями с характеристикой, равной характеристике одной из кодовых реализаций, соответствующих графу G_1.

4.4. Пусть теперь граф G_0 степени m_0 и граф G_1 степени $m_1 (m_0 > m_1)$ заданы правильными кодовыми реализациями $\mathcal{Y}_0$ и $\mathcal{Y}_1$.

Из $\mathcal{Y}_0$ исключим ребра с индексами, входящими в такой набор из $m_0 - m_1$ индексов, что каждый индекс входит в набор вместе с обратным ему индексом.

Полученный граф G_{0i} сравним с G_1. Если они эквивалентны, то существуют отображение f и подстановка P_j, удовлетворяющие пунктам I,2,3 из 0.3.

Пусть графы G_0 и G_1 соответствовали вычислительным средам $\mathfrak{M}_0$ и $\mathfrak{M}_1$. $\mathfrak{M}_1$ вложима в $\mathfrak{M}_0$, если $\ell_1 \in \mathfrak{M}_1$, вложим в $\ell_0 \in \mathfrak{M}_0$ при подстановке P_j.

Таким образом, для распознавания вложимости $\mathfrak{M}_1$ в $\mathfrak{M}_0$ достаточно перебрать все содержащие прямые и обратные индексы, наборы из $m_0 - m_1$ индексов, проверяя каждый раз эквивалентность графов G_{0i} и G_1 и вложимость элементов $\mathfrak{M}_1$ в элементы $\mathfrak{M}_0$.

5.0. На рис.I.2 приведены участки правильных графов G_1 и G_2 степени 4 и 5. На табл. 2 и 3 приведены соответствующие им кодовые реализации $\mathcal{Y}_1$ и $\mathcal{Y}_2$. Полученная после выбрасывания из $\mathcal{Y}_2$ ребер с индексами 3 и перестраивания кодового представления кодовая реализация $\mathcal{Y}_3$ (табл. 4) эквивалентна $\mathcal{Y}_1$. На рис.2 вершины графа G_1 отображены в вершины графа G_2. По $\mathcal{Y}_3$ и $\mathcal{Y}_1$ нетрудно построить соответствующее отображение ребер.

Таблица 2.

I	(2_1	3_2	4_3	5_4)
6	(2_1	7_2	8_3	9_4)
I0	(3_4	II_1	$I2_2$	$I3_3$)
I4	(4_3	$I5_4$	$I6_1$	$I7_2$)
I8	(5_2	$I9_3$	20_4	$2I_1$)
22	(7_4	$2I_1$	23_2	24_3)
25	(8_3	26_4	27_1	28_2)
29	(9_2	30_3	$3I_4$	II_1)
32	($I2_4$	33_1	34_2	35_3)
36	($I3_3$	37_4	38_1	$I5_2$)
39	($I6_1$	40_2	$4I_3$	42_4)
43	($I7_4$	44_1	45_2	$I9_3$)
46	(20_2	47_3	48_4	49_1)
50	(23_4	49_1	$5I_2$	52_3)
53	(24_3	54_4	55_1	26_2)
56	(27_1	57_2	58_3	59_4)
60	(28_4	$6I_1$	62_2	30_3)
63	($3I_2$	64_3	65_4	33_1)
66	(34_4	67_1	68_2	69_3)
70	(35_3	$7I_4$	72_1	37_2)
73	(38_1	74_2	75_3	40_4)
76	($4I_3$	77_4	78_1	79_2)
80	(42_2	$8I_3$	82_4	44_1)
83	(45_4	84_1	85_2	47_3)
86	(48_2	87_3	88_4	89_1)

Таблица 3.

I	(2_1	3_2	4_3	5_4	6_5)
7	(2_1	8_2	9_3	$I0_4$	II_5)
I2	(3_5	$I3_1$	$I4_2$	$I5_3$	$I6_4$)
I7	(4_3	$I6_4$	$I8_5$	$I9_1$	20_2)
2I	(5_4	20_5	22_1	23_2	24_3)
25	(6_2	24_3	26_4	27_5	28_1)
29	(8_5	28_1	30_2	$3I_3$	32_4)
33	(9_3	32_4	34_5	35_1	36_2)
37	($I0_4$	36_5	38_1	39_2	40_3)
4I	(II_2	40_3	42_4	43_5	$I3_1$)
44	($I4_5$	45_1	46_2	47_3	48_4)
49	($I5_3$	48_4	50_5	$5I_1$	$I8_2$)
52	($I9_1$	53_2	54_3	55_4	56_5)
57	(22_1	56_2	58_3	59_4	60_5)
6I	(23_5	62_1	63_2	64_3	26_4)
65	(27_2	64_3	66_4	67_5	68_1)
69	(30_5	68_1	70_2	$7I_3$	72_4)
73	($3I_3$	72_4	74_5	75_1	34_2)
76	(35_1	77_2	78_3	79_4	80_5)
8I	(38_1	80_2	82_3	83_4	84_5)
85	(39_5	86_1	87_2	88_3	42_4)
89	(43_2	88_3	90_4	$9I_5$	45_1)
92	(46_5	93_1	94_2	95_3	96_4)
97	(47_3	96_4	98_5	99_1	50_2)
I00	($5I_1$	$I0I_2$	$I02_3$	$I03_4$	53_5)
I04	(54_3	$I03_4$	$I05_5$	$I06_1$	$I07_2$)
I08	(55_4	$I07_5$	$I09_1$	$II0_2$	58_3)
III	(59_4	$II0_5$	$II2_1$	$II3_2$	$II4_3$)
II5	(60_2	$II4_3$	$II6_4$	$II7_5$	62_1)
II8	(63_5	$II9_1$	$I20_2$	$I2I_3$	66_4)
I22	(67_2	$I2I_3$	$I23_4$	$I24_5$	$I25_1$)
I26	(70_5	$I25_1$	$I27_2$	$I28_3$	$I29_4$)

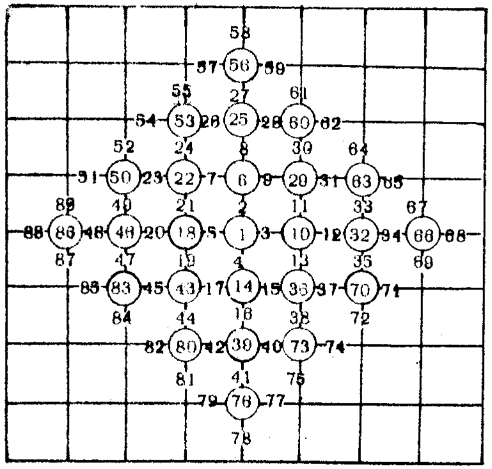

Рис. I.

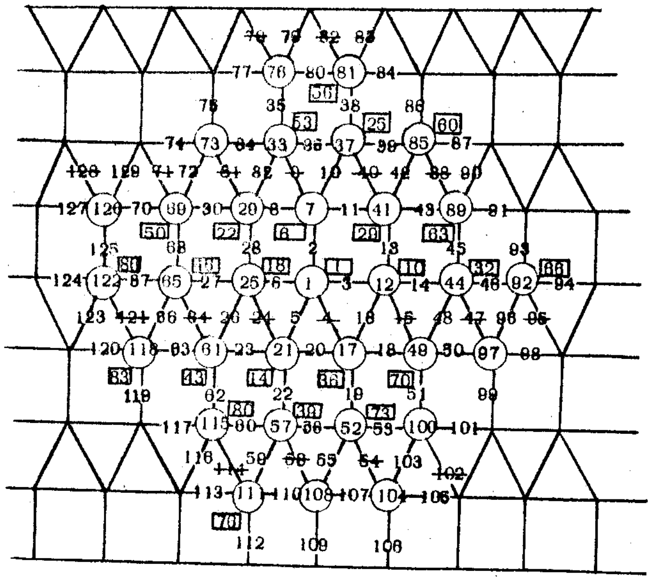

Рис. 2.

Таблица 4.

I	(2_1	3_2	5_4	6_5)
7	(2_1	8_2	$I0_4$	II_5)
I2	(3_5	$I3_1$	$I4_2$	$I6_4$)
2I	(5_4	20_5	22_1	23_2)
25	(6_2	26_4	27_5	28_1)
29	(8_5	28_1	30_2	32_4)
37	($I0_4$	36_5	38_1	39_2)
4I	(II_2	42_4	43_5	$I3_1$)
44	($I4_5$	45_1	46_2	48_4)
I7	($I6_4$	$I8_5$	$I9_1$	20_2)
57	(22_1	56_2	59_4	60_5)
6I	(23_5	62_1	63_2	26_4)
65	(27_2	66_4	67_5	68_1)
69	(30_5	68_1	70_2	72_4)
33	(32_4	34_5	35_1	36_2)
8I	(38_1	80_2	83_4	84_5)
85	(39_5	86_1	87_2	42_4)
89	(43_2	90_4	$9I_5$	45_1)
92	(46_5	93_1	94_2	96_4)
49	(48_4	50_5	$5I_1$	$I8_2$)
52	($I9_1$	53_2	55_4	56_5)
III	(59_4	$II0_5$	$II2_1$	$II3_2$)
II5	(60_2	$II6_4$	$II7_5$	62_1)
II8	(63_5	$II9_1$	$I20_2$	66_4)
I22	(67_2	$I23_4$	$I24_5$	$I25_1$)
I26	(70_5	$I25_1$	$I27_2$	$I29_4$)

ЛИТЕРАТУРА

1. Э.В. ЕВРЕИНОВ. Теоретические основы построения универсальных вычислительных сред. - Вычислительные системы, Новосибирск, 1965, вып.16.
2. А.А. КОЙФМАН, В.А. СКОРОБОГАТОВ. Программирование для плоской вычислительной среды. - Вычислительные системы, Новосибирск, 1967, вып. 26.
3. В.В. ИГНАТУЩЕНКО. Об одном способе размещения логических сетей в однородных универсальных структурах. - Вычислительные системы. Труды симпозиума, Новосибирск, 1967.
4. Б.А. СИДРИСТЫЙ, А.И. МИШИН. Об одном методе реализации автоматов в вычислительной среде.- Вычислительные системы. Труды симпозиума, Новосибирск, 1967.
5. В.А. СКОРОБОГАТОВ. Модели вычислительных сред и некоторые принципы их классификации. - Вычислительные системы. Труды I-й Всесоюзной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, 1968, вып.3.
6. И.В. ПРАНГИШВИЛИ. Итеративные и однородные планарные структуры и соответствующие им графы. - Вычислительные системы. Труды I-й Всесоюзной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, 1968, вып.2.

Поступила в редакцию
20.УШ.1968 г.