

УДК 519.95

ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ АСИНХРОННЫХ АВТОМАТОВ

Б.М. Фомель

I. Постановка задачи

В процессе разработки вычислительной системы неизбежно возникает этап, на котором результаты абстрактного и структурного синтеза системы необходимо сочетать с конкретной физической реализацией.

Прежде всего должны быть совмещены понятия дискретного времени в конечноавтоматной идеализации вычислительных устройств с непрерывными процессами в реальных физических элементах. Обычно это делается введением временной синхронизации. Тогда в некоторых элементарных ячейках происходят непрерывные процессы, но связь между ячейками осуществляется только в моменты действия синхронизирующих импульсов. Из дискретного представления времени следует дискретность структуры вычислительной системы.

В большей части существующих цифровых вычислительных машин роль элементарных ячеек играют двоичные триггеры, которые являются, по существу, асинхронными автоматами с двумя устойчивыми состояниями. Однако выбор триггера в качестве единицы дискретной структуры вычислительной машины во многом связан с определенным этапом в развитии электроники.

При переходе к однородным микроэлектронным вычислительным системам [1] исключительность триггера как единственно простой и надежной двоичной схемы становится совершенно не очевидной.

Возникает вопрос: каким должен быть элементарный автомат, в котором процессы обработки и запоминания информации могут происходить автономно или асинхронно? Другими словами, каково оптимальное сочетание принципов синхронного и асинхронного дейст-

вия в однородной системе?

По-видимому, должны существовать два рода оценок элементарного асинхронного автомата: оценка "сверху", с точки зрения оптимального функционирования всей однородной вычислительной системы, и оценка "снизу", с точки зрения надежной физической реализации. Но если оценка "сверху", вообще говоря, не может быть однозначной и зависит от постановки задачи (минимальный объем системы, универсальность, специальный вид настройки и т.д.), то оценка "снизу" однозначно определяется выбором физических элементов для реализации.

В настоящей работе предпринята попытка на основе исследования непрерывных динамических процессов в асинхронных автоматах, состоящих целиком из сверхпроводящих реле - криотронов, оценить надежность автомата "снизу". В качестве так называемой динамической оценки надежности автомата выбрана минимально допустимая область устойчивости стационарных состояний автомата.

Устойчивость стационарных состояний и характер переходных процессов определяется из дифференциальных уравнений криотронных автоматов. При этом каждый криотрон описывается ступенчатой функцией и характеризуется тремя обобщенными параметрами: постоянной времени τ , порогом разрушения сверхпроводимости β и коэффициентом внутренней обратной связи α .

Рабочим аппаратом являются качественные методы теории нелинейных колебаний, позволяющие провести исследование динамики автоматов в целом путем отображения процессов на плоскость состояний (фазовую плоскость) и плоскость параметров. При усложнении задачи используется аналоговое моделирование.

2. Дифференциальные уравнения

Как показано в работах [2,3], схемы криотронных автоматов могут быть синтезированы непосредственно по их каноническим уравнениям, графу состояний или таблице переходов. Схема одного из асинхронных автоматов, канонические уравнения которого имеют вид:

$$\begin{aligned} b(t+1) &= [\alpha \vee c(t)] [\bar{a} \vee b(t)], \\ c(t+1) &= [\alpha \vee c(t)] [\bar{a} \vee \bar{b}(t)], \end{aligned} \quad (1)$$

представлена на рис.1. Здесь $a, \bar{a}$ - двоичные входные импульсы; b, c - токи в цепях обратной связи.

То обстоятельство, что схема не содержит никаких других элементов кроме криотронов, чрезвычайно упрощает составление дифференциальных уравнений. Кроме того, на первом этапе будем пренебрегать внутренней обратной связью в криотронах и предполагать, что вентильное сопротивление зависит только от сеточного тока:

$$R(i_c) = \begin{cases} 0 & \text{при } i_c < I_{cc}, \\ R & \text{при } i_c \geq I_{cc}, \end{cases} \quad (2)$$

где R - сопротивление вентили в нормальном (несверхпроводящем) состоянии, i_c - сеточный ток, I_{cc} - критическое значение сеточного тока.

Тогда схему автомата (рис.1) можно представить в виде двух эквивалентных взаимосвязанных цепей (рис.2), где

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{R_1(\bar{a}) R_3(\bar{c})}{R_1(\bar{a}) + R_3(\bar{c})}; & f_2 &= \frac{R_2(a) \cdot R_4(\bar{b})}{R_2(a) + R_4(\bar{b})}; \\ f_3 &= \frac{[R_5(a) + R_6(c)] [R_7(\bar{a}) + R_8(\bar{b})]}{R_5(a) + R_6(c) + R_7(\bar{a}) + R_8(\bar{b})}; \\ f_4 &= \frac{R_9(\bar{a}) R_{11}(\bar{c})}{R_9(\bar{a}) + R_{11}(\bar{c})}; & f_5 &= \frac{R_{10}(a) R_{12}(\bar{b})}{R_{10}(a) + R_{12}(\bar{b})}; \\ f_6 &= \frac{[R_{13}(a) + R_{14}(c)] [R_{15}(\bar{a}) + R_{16}(\bar{b})]}{R_{13}(a) + R_{14}(c) + R_{15}(\bar{a}) + R_{16}(\bar{b})}; \end{aligned} \quad (3)$$

L - индуктивность сеток криотронов в цепях обратной связи,

$I_1 = I_2 = I_0$ - ток питания схемы.

Используя законы Кирхгофа, получаем уравнения автомата:

$$\begin{aligned} b(f_1 + f_2) + 2L \frac{db}{dt} &= \bar{b} f_3 + 2L \frac{d\bar{b}}{dt}; \\ c(f_4 + f_5) + 2L \frac{dc}{dt} &= \bar{c} f_6 + 2L \frac{d\bar{c}}{dt}; \\ - &= \bar{b} - \bar{b}; \\ I_0 &= c + \bar{c}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для упрощения записи системы (4) введем следующую замену переменных и функций $\bar{b} = x_1 \cdot I_0$, $c = x_2 \cdot I_0$:

$$R_k = R \varphi_k(x_n), \quad (5)$$

где

$$\varphi_k(x_n) = \begin{cases} 0 & \text{при } x_n < \beta, \\ 1 & \text{при } x_n \geq \beta, \end{cases}$$

$\beta = \frac{I_{cc}}{I_0}$ - порог разрушения сверхпроводимости вентиля криотрона.

Уравнения (4) для введенных безразмерных переменных приобретают следующий вид:

$$\begin{cases} 4\tau \frac{dx_1}{dt} = F_3 - (F_1 + F_2 + F_3)x_1, \\ 4\tau \frac{dx_2}{dt} = F_6 - (F_4 + F_5 + F_6)x_2, \end{cases} \quad (6)$$

где $\tau = L/R$ - постоянная времени криотрона;
 $F_1, \dots, F_6$ - функции (3), преобразованные к безразмерным переменным;

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\varphi_1(\bar{a}) \varphi_3(1-x_2)}{\varphi_1(\bar{a}) + \varphi_3(1-x_2)}; \quad F_2 = \frac{\varphi_2(a) \varphi_4(1-x_1)}{\varphi_2(a) + \varphi_4(1-x_1)}; \\ F_3 &= \frac{[\varphi_5(a) + \varphi_6(x_2)][\varphi_7(\bar{a}) + \varphi_8(x_1)]}{\varphi_5(a) + \varphi_6(x_2) + \varphi_7(\bar{a}) + \varphi_8(x_1)}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$F_4 = \frac{\varphi_9(\bar{a}) \varphi_{11}(1-x_2)}{\varphi_9(\bar{a}) + \varphi_{11}(1-x_2)}; \quad F_5 = \frac{\varphi_{10}(a) \varphi_{12}(x_1)}{\varphi_{10}(a) + \varphi_{12}(x_1)};$$

$$F_6 = \frac{[\varphi_{13}(a) + \varphi_{14}(x_2)][\varphi_{15}(\bar{a}) + \varphi_{16}(1-x_1)]}{\varphi_{13}(a) + \varphi_{14}(x_2) + \varphi_{15}(\bar{a}) + \varphi_{16}(1-x_1)}.$$

Учитывая разрывный характер функций, стоящих в правой части дифференциальных уравнений (6), переведем исследование на фазовую плоскость переменных x_1, x_2 . Линии переключения

$$x_1 = \beta, \quad x_2 = \beta, \quad (8)$$

$$x_1 = 1 - \beta, \quad x_2 = 1 - \beta$$

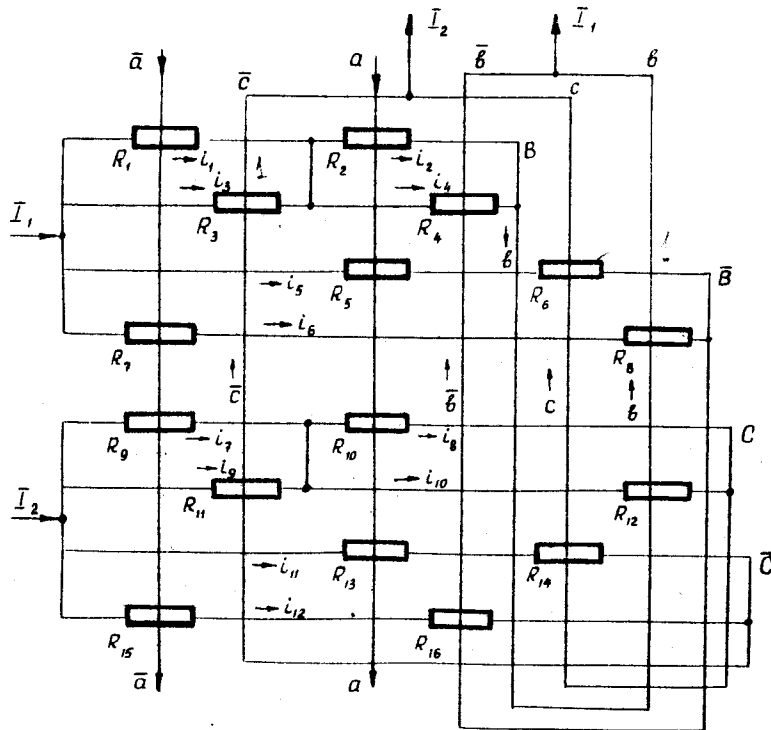


Рис. 1.

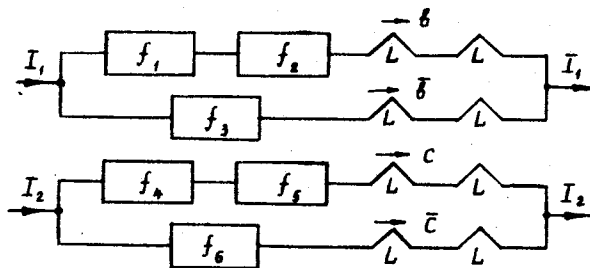


Рис. 2.

разделяют фазовую плоскость, ограниченную нулевыми и единичным (предельным) значением переменных ($x_1 = I, x_2 = I$ соответствует $\beta = I_0, c = II_0$), на 9 областей (рис.3). В каждой области уравнения (6) становятся линейными.

Для того, чтобы получить эти уравнения в каждой из девяти областей, необходимо предварительно подсчитать функции $F_1, \dots, F_6$ для двух вариантов: $\beta > 1/2$ и $\beta < 1/2$, а также для различных сочетаний входных сигналов $\alpha, \bar{\alpha}$.

3. Стационарные состояния и переходные процессы

В каждой из областей линейности на фазовой плоскости дифференциальные уравнения (6) приведены к каноническому виду:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \lambda_1 x_1 + \rho_1, \\ \dot{x}_2 = \lambda_2 x_2 + \rho_2. \end{cases} \quad (9)$$

где λ_1, λ_2 - корни характеристического уравнения,

ρ_1, ρ_2 - постоянные коэффициенты.

Координаты равновесных состояний находятся из уравнений $\dot{x}_1 = 0, \dot{x}_2 = 0$ по формулам:

$$\begin{aligned} x_1^0 &= -\frac{\rho_1}{\lambda_1}, \\ x_2^0 &= -\frac{\rho_2}{\lambda_2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Фазовые траектории строятся по уравнениям интегральных кривых

$$x_2 = C(\lambda_1 x_1 + \rho_1)^{\lambda_1/\lambda_2} - \frac{\rho_2}{\lambda_2}, \quad (11)$$

которые получаются в результате интегрирования системы (9) (C - постоянная интегрирования).

На рис.4 изображены фазовые портреты автомата для различных наборов входных сигналов α и $\bar{\alpha}$. Из рассмотрения фазовых траекторий следует, что автомат действительно имеет 4 устойчивых состояния, соответствующих особым точкам типа узла (корни характеристического уравнения λ_1 и λ_2 действительны и отрицательны во всех девяти областях), причем при входных сигналах $\alpha = 0, \bar{\alpha} = I$ автомат может в зависимости от начальных условий перейти в устойчивые состояния $x_1^0 = 0, x_2^0 = 0$ или $x_1^0 = I, x_2^0 = I$, а при входных сигналах $\alpha = I, \bar{\alpha} = 0$ - в состояния $x_1^0 = 0, x_2^0 = I$ или $x_1^0 = I, x_2^0 = 0$.

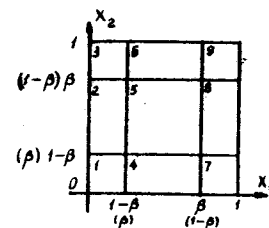


Рис. 3.

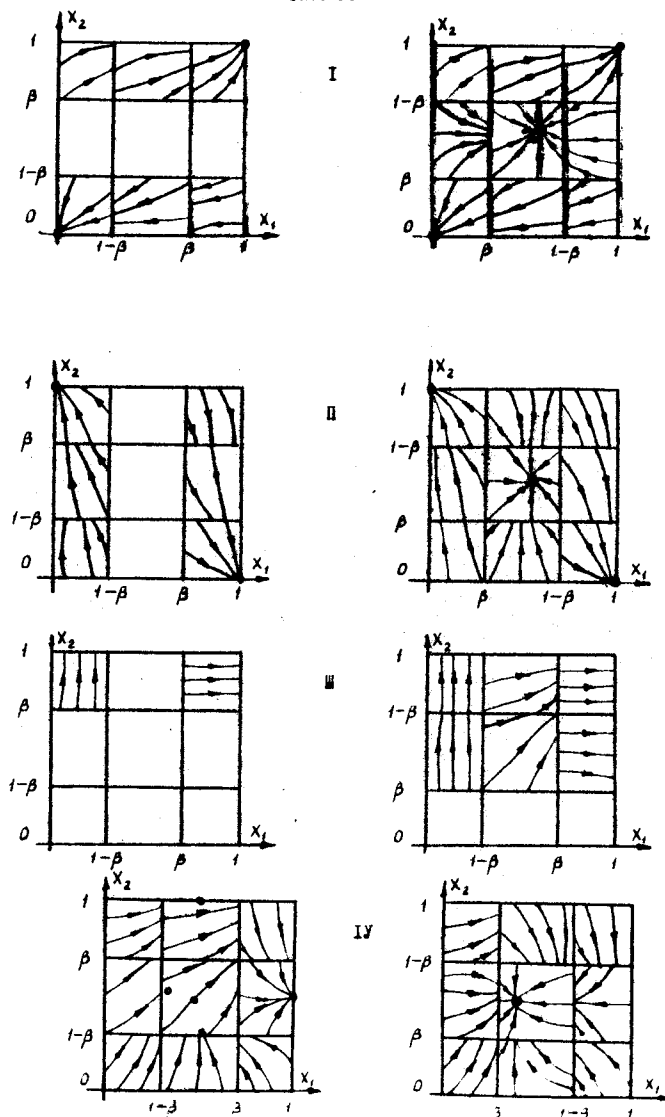


Рис. 4.

Область устойчивости каждого состояния $|\Delta x|$ для данной модели (без учета внутренней обратной связи) полностью определяется параметром β - порогом разрушения сверхпроводимости вентиля.

При $\beta > 1/2$ область устойчивости

$$|\Delta x| = |1 - \beta|; \quad (I2)$$

при $\beta < 1/2$

$$|\Delta x| = |\beta|. \quad (I3)$$

Далее, если $\beta > 1/2$ области притяжения устойчивых состояний разделены так называемой "мертвой" зоной, внутри которой все фазовые траектории вырождаются в точки безразличного равновесия. Если $\beta < 1/2$, появляется пятое устойчивое состояние с координатами:

$$x_1^0 = 4/7, \quad x_2^0 = 4/7.$$

соответствующее тому тривиальному случаю, когда сверхпроводимость всех ветвей разрушена и автомат превращается в RL -схему.

При смене входных сигналов с $\alpha = 0$ ($\bar{\alpha} = 1$) на $\alpha = 1$ ($\bar{\alpha} = 0$), или наоборот, может случиться, что на какое-то время сигналы сравняются: будет либо $\alpha = \bar{\alpha} = 0$, либо $\alpha = \bar{\alpha} = 1$. Первый вариант, как следует из рис.4,III, безопасен, так как не изменяет исходного состояния автомата. Второй вариант (рис.4,IV) может привести автомат в тривиальное устойчивое состояние и тем самым вывести его из строя. Можно подсчитать для этого варианта время ухода автомата из области устойчивости исходного состояния. С этой целью проинтегрируем, например, уравнения в 3 области (рис.4,IV) по x_1 в пределах от 0 до $1 - \beta$ (при $\beta > 1/2$) или в пределах от 0 до β (при $\beta < 1/2$).

В результате имеем:

$$t_1 = 3.5 \tau \ln \frac{4}{7\beta - 3} \quad \text{при } \beta > 1/2; \quad (I4)$$

$$t_1 = 3.5 \tau \ln \frac{4}{4 - 7\beta} \quad \text{при } \beta < 1/2.$$

Следовательно, для того чтобы нормальное функционирование автомата не нарушалось, время действия входных сигналов $\alpha = \bar{\alpha} = 1$ не должно превышать времени t_1 (I4).

Важно определить быстродействие автомата, т.е. время перехода из одного устойчивого состояния в другое. Воспользовав-

шись канонической формой системы (9) будем интегрировать в соответствующих областях какое-либо одно уравнение системы при переходе из состояния в состояние. При этом будем считать переходный процесс закончившимся, если изображающая точка достигнет середины области устойчивости.

Переход из состояния $x_1^0 = 1, x_2^0 = 0$ в состояние $x_1^0 = 1, x_2^0 = 1$ (I0 $\rightarrow$ II) описывается фазовыми траекториями областей 3,6,9, переход $\rightarrow$ I0 - траекториями областей 9,8,7, переход I0 $\rightarrow$ траекториями областей 7,4,I, переход 00 $\rightarrow$ I0 - траекториями областей I,2,3.

Времена переходов выражаются следующими формулами:

для переходов 0I $\rightarrow$ II и 00 $\rightarrow$ 0I:

$$t_2 = 2 \tau \ln \frac{8}{(1-\beta)^4} \quad \text{при } \beta > 1/2; \quad (I5)$$

$$t_2 = 2 \tau \ln \frac{8}{(1-\beta)\beta^3} \quad \text{при } \beta < 1/2;$$

для переходов I0 $\rightarrow$ 00 и II $\rightarrow$ I0:

$$t_3 = 8 \tau \ln \frac{2}{1-\beta} \quad \text{при } \beta > 1/2; \quad (I6)$$

$$t_3 = 8 \tau \ln \frac{2}{\beta} \quad \text{при } \beta < 1/2.$$

На рис.5 показана зависимость времени переходов от порога разрушения сверхпроводимости β , имеющая минимум в точке $\beta = 1/2$. Минимизация времени перехода происходит за счет уменьшения при $\beta \rightarrow 1/2$ средней зоны, разделяющей области устойчивости стационарных состояний, и перемещения середины области устойчивости, где, по условию, заканчивается переходный процесс, к уровню $x_1 = \left| \frac{1-\beta}{2} \right|$.

Аналогичным образом была исследована динамика ряда других асинхронных автоматов. На рис.6 приведена схема автомата с четырьмя входными шинами. Фазовые портреты автомата (рис.7) и соответствующие им динамические процессы имеют тот же характер, что и у первого автомата.

4. Динамическая оценка надежности автомата

Более точная, по сравнению с рассмотренной выше, модель криотрона учитывает действие на процесс разрушения сверхпроводимости вентиля не только магнитного поля сеточного тока,

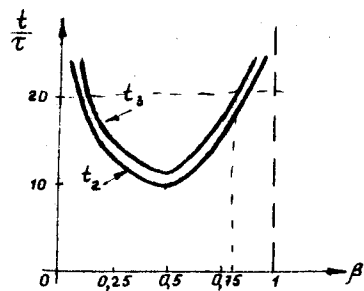


Рис. 5.

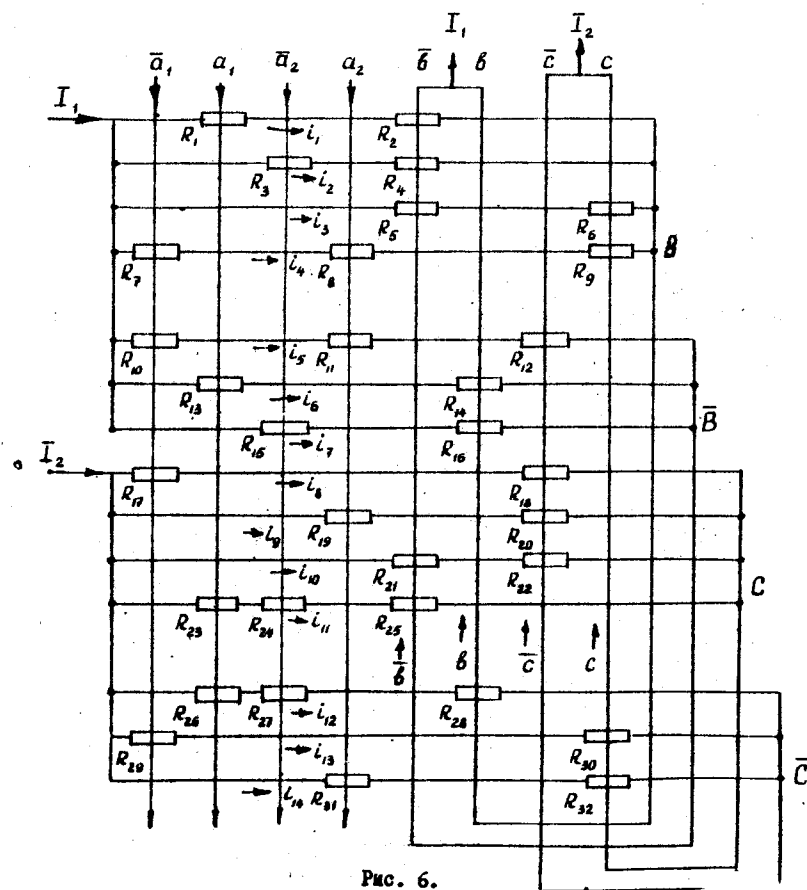


Рис. 6.

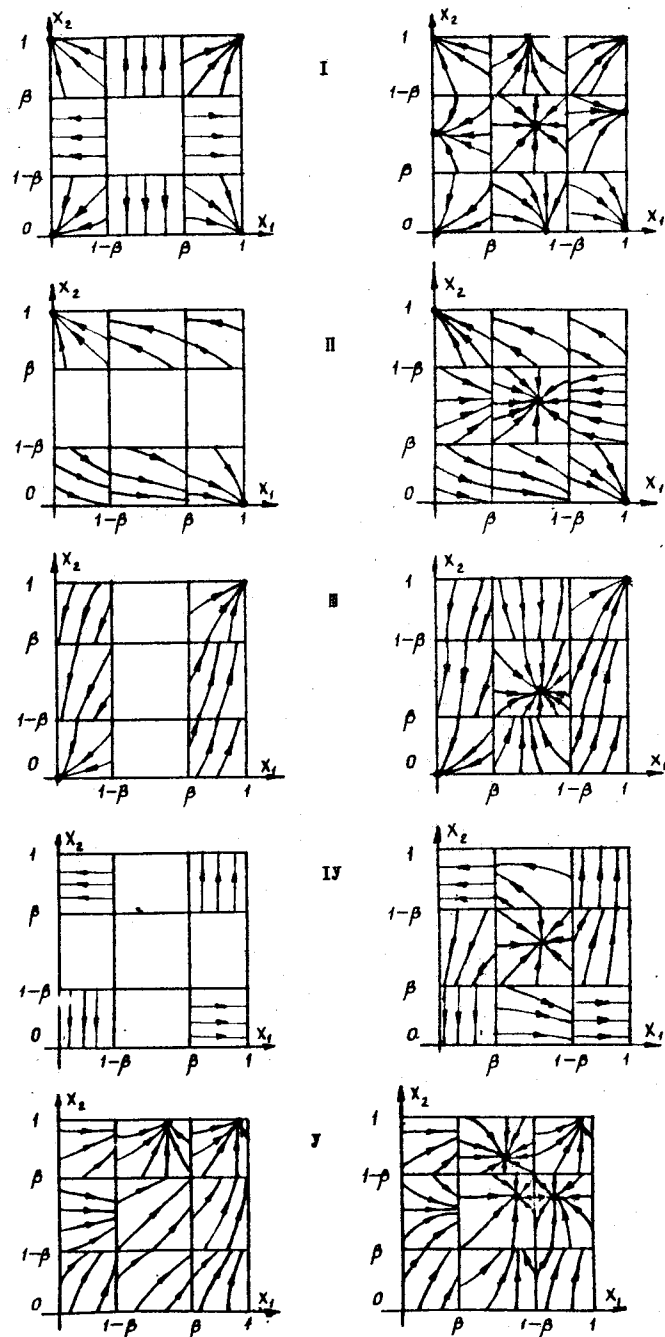


Рис. 7.

но и магнитного поля собственного вентильного тока [4]. Эквивалентная схема такой модели криотрона представлена на рис.8.

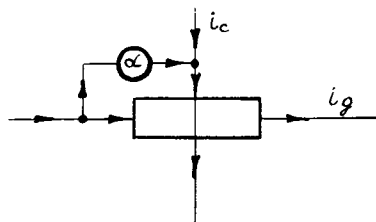


Рис. 8.

Функция вентильного сопротивления в этом случае имеет вид:

$$R(i_c, i_g) = \begin{cases} 0 & \text{при } i_c + \alpha i_g < I_{cc}, \\ R & \text{при } i_c + \alpha i_g \geq I_{cc}, \end{cases} \quad (I7)$$

где R — сопротивление вентиль в нормальном состоянии,

i_c — ток сетки,

i_g — ток вентиль,

I_{cc} — критический ток сетки;

$$\alpha = \frac{1}{\left| \frac{di_g}{di_c} \right|_{i_c = I_{cc}}} \quad \text{— коэффициент внутренней обратной связи.}$$

Уравнения движения автомата составляются в этом случае непосредственно по принципиальной схеме (рис. I) и для безразмерных переменных имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{4\tau} \left\{ -x_3 \varphi_1(\bar{\alpha}, x_3) - x_4 \varphi_2(\alpha, x_4) + x_5 [\varphi_5(\alpha, x_5) + \varphi_6(x_2, x_5)] \right\}; \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{1}{4\tau} \left\{ -x_7 \varphi_9(\bar{\alpha}, x_7) - x_8 \varphi_{10}(\alpha, x_8) + x_9 [\varphi_{13}(\alpha, x_9) + \varphi_{14}(x_2, x_9)] \right\}; \\ x_3 \varphi_1(\bar{\alpha}, x_3) - (x_1 - x_3) \varphi_3(1 - x_2, x_1 - x_3) &= 0; \\ x_4 \varphi_2(\alpha, x_4) - (x_1 - x_4) \varphi_4(1 - x_1, x_1 - x_4) &= 0; \\ x_5 [\varphi_5(\alpha, x_5) + \varphi_6(x_2, x_5)] - x_6 [\varphi_7(\bar{\alpha}, x_6) + \varphi_8(x_1, x_6)] &= 0; \\ x_7 \varphi_9(\bar{\alpha}, x_7) - (x_2 - x_7) \varphi_{11}(1 - x_2, x_2 - x_7) &= 0; \\ x_8 \varphi_{10}(\alpha, x_8) - (x_2 - x_8) \varphi_{12}(x_1, x_2 - x_8) &= 0; \\ x_9 [\varphi_{13}(\alpha, x_9) + \varphi_{14}(x_2, x_9)] - x_{10} [\varphi_{15}(\bar{\alpha}, x_{10}) + \varphi_{16}(1 - x_1, x_{10})] &= 0; \\ x_1 + x_5 + x_6 - 1 &= 0; \\ x_2 + x_9 + x_{10} - 1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (I8)$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь } \frac{6}{x_1} &= \frac{c}{I_o}, \quad x_2 = \frac{c}{I_o}, \quad x_3 = \frac{i_1}{I_o}, \quad x_4 = \frac{i_2}{I_o}, \quad x_5 = \frac{i_5}{I_o}, \\ x_6 &= \frac{i_6}{I_o}, \quad x_7 = \frac{i_7}{I_o}, \quad x_8 = \frac{i_8}{I_o}, \quad x_9 = \frac{i_{11}}{I_o}, \quad x_{10} = \frac{i_{12}}{I_o}; \\ \varphi_k(x_m, x_n) &= \frac{R_k(i_c, i_g)}{R} = \begin{cases} 0 & \text{при } x_m + \alpha x_n < \beta; \\ 1 & \text{при } x_m + \alpha x_n \geq \beta. \end{cases} \end{aligned}$$

Трудность разрешения системы (18), помимо её существенной нелинейности, заключается еще и в невозможности приведения системы к нормальному виду, так как, помимо двух дифференциальных уравнений, система содержит два алгебраических и шесть трансцендентных уравнений. В связи с этим наиболее рациональным способом исследования системы (18) представилось её аналоговое моделирование.

При этом имелось в виду, что в предельном случае при $\alpha \rightarrow 0$ система (18) обрабатывается в рассмотренную выше систему (6). Интегральные кривые системы (6) являются в определенном смысле "порождающими решениями" и ускоряют исследование на АВМ системы (18).

На рис.9 представлена структурная схема аналоговой модели автомата (при $\alpha = 0$, $\bar{\alpha} = 1$), использующей 12 сумматоров-интеграторов и 6 реле-инверторов аналоговой машины типа МНБ.

Прежде чем привести результаты моделирования, введем понятие динамической оценки надежности автомата. В качестве такой оценки предлагается использовать величину области устойчивости стационарных состояний автомата $|\Delta x|$ как наиболее общую характеристику надежного функционирования автомата.

Уже из рассмотрения фазовых портретов на рис.4 можно сделать вывод, что наилучшей для устойчивой работы автомата является величина $|\Delta x| = 0,5$ и приемлемой — величина $|\Delta x| = 0,3$. Естественно предположить, что с ростом сложности автомата, т.е. с увеличением числа криотронов и связей между ними, область устойчивости при фиксированных параметрах криотронов будет уменьшаться и в пределе стремиться к нулю.

Величина $|\Delta x|$ может служить той мерой, которая с точки зрения динамики, т.е. реальных физических процессов, оценивала бы возможность построения надежно функционирующего автомата той или иной сложности.

Теперь интересно, исходя из величины $|\Delta x|$, определить значения параметров, обеспечивающих заданную область устойчивости. Результаты моделирования автомата приведены именно к

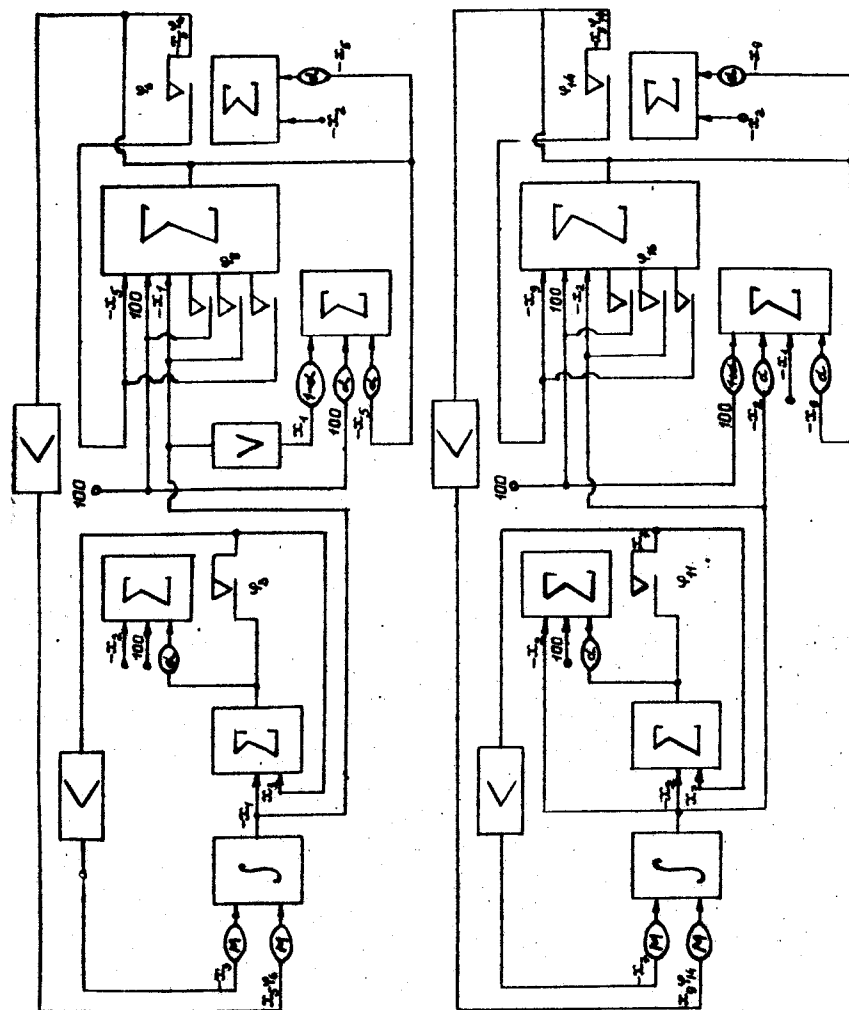


Рис. 9.

такой форме, т.е. отображены на плоскости параметров.

Из трех обобщенных параметров криотронов α , β , τ на размеры области устойчивости влияют первые два, τ определяет время и характер переходных процессов.

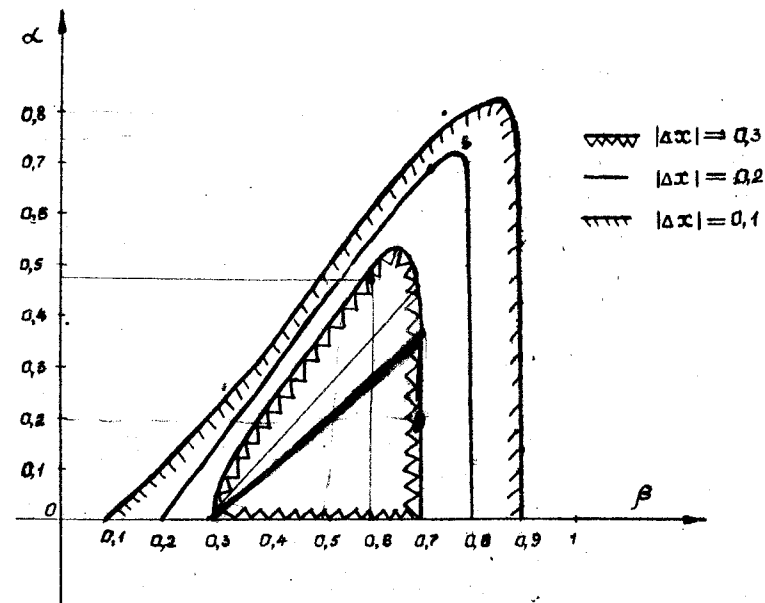


Рис. 10.

На плоскости параметров α , β (рис.10) получены три зоны соответственно для $|\Delta x| \geq 0,3$, $|\Delta x| \geq 0,2$ и $|\Delta x| \geq 0,1$. Было установлено, что выход параметров за пределы первых двух зон приводит не только к уменьшению области устойчивости, но и к возбуждению сложных движений, например, автоколебаний (рис.11).

Итак, заданной величине области устойчивости соответствуют определенные интервалы изменения параметров. Обратная задача может оказаться более практичной. Именно, задаваясь диапазоном изменения параметров, можно по диаграмме типа рис.10 определить, какую область устойчивости или какую динамическую оценку надежности имеет данный автомат.

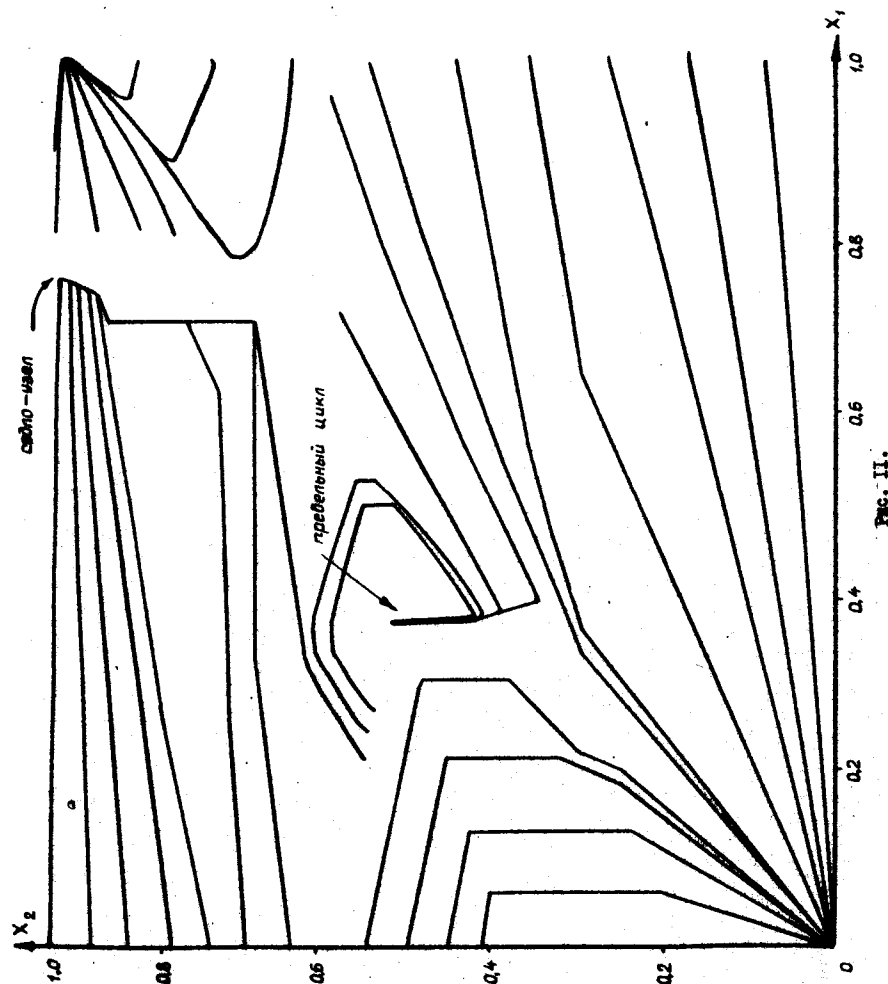


Рис. 11.

Рассмотрение динамики криотронных автоматов проведено в целом для всех физически возможных значений параметров и токов. Самый конкретный итог этого рассмотрения заключается в том, что на криотронах, параметры которых лежат в пределах $\beta = 0,4 \div 0,7$ и $\alpha = 0 \div 0,2$ (рис.10) можно построить асинхронный автомат с площадью в однородной структуре 14 строк $\times$ 12 столбцов (рис.1) и область устойчивости $|\Delta x| \geq 0,3$. Эти цифры являются вполне приемлемыми как для современной технологии производства криотронов [5], так и для надежной работы автомата.

Установлено, также, что переходные процессы в автомате с оценкой надежности $|\Delta x| \geq 0,2$ и соответствующими ей параметрами имеют аperiodический характер, а время переходов из одного устойчивого состояния в другое минимально при $\beta = 1/2$.

Уменьшая диапазон изменения параметров α , β , можно, по-видимому, сохранить оценку $|\Delta x| \sim 0,3$ для больших по площади автоматов. Однако это требует проведения дополнительных исследований и накопления новых фактов.

Что касается способа составления дифференциальных уравнений криотронных автоматов, а также методов отображения динамических процессов на фазовую плоскость и плоскость параметров, то они состоят в основном из процедур, поддающихся формализации и программированию.

Л и т е р а т у р а

1. Э.В. БВРЕИНОВ, Ю.Г. КОСАРЕВ. Однородные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, 1966 г.
2. О.Л. БАНДИАН. Реализация автоматов в криотронной вычислительной среде. - Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, 1968 г. вып. 3, стр. 126.
3. О.Л. БАНДИАН. Реализация автоматов в криотронной вычислительной среде по заданному графу состояний. - Данный сб. стр.
4. Б.М. СОМЕЛЬ. Динамика триггера в криотронной вычислительной среде. - Вычислительные системы, Новосибирск, 1967 г. вып. 26, стр. 107.
5. Дж. БРЕМЕР. Сверхпроводящие устройства, Мир, 1964 г.

Поступила в редакцию
6.У1.1968 г.