УДК 681.142.1.01

ПОВЕДЕНИЕ А-АВТОМАТА В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СРЕДЕ

И.И. Дзегеленок, А.Г. Шигин

При изучении сложных процессов и явлений с целью решения задачи прогнозирования важным моментом является учет изменений всех параметров процесса во времени.

Будем полагать, что параметры процесса могут скачкообразно изменяться лишь в дискретные моменты времени $k = 0,1,2,\ldots,\alpha-1$. Следуя работе [6], задачу построения прогнозирующего фильтра (ПФ) будем понимать как задачу восстановления некоторого функционального оператора относительно изменяющихся во времени аргументов $X(\tau-k)$, где $k = 0,1,2,\ldots,\alpha-1$.

Прежде чем подойти к решению задачи построения ПФ с тех же позиций, которые уже были нами определены в [6], рассмотрим некоторые существующие классы математических моделей прогнозирования процессов по дискретным отсчетам времени, а также отметим их альтернативные возможности.

I. РАЗДЕЛ. Классификация математических моделей прогнозирования

I-й класс. Модели конечных автоматов [1]

Для таких моделей все изменения входной информации изучаемого процесса во времени $(\tau-k)$, $k = 0,1,\ldots,\alpha-1$, отображаются переходами конечного автомата [1] из одного состояния в другое. Например, поведение автомата Мили описывается канонической формой следующего вида:

$$S(\tau)=\varphi[S(\tau-1), X(\tau)],$$
$$Y(\tau)=\psi[S(\tau-1), X(\tau)], \qquad (1)$$

где $S(\tau)=\{S_1(\tau), S_2(\tau), \dots, S_c(\tau), \dots, S_N(\tau)\}$ – отображение состояний;
$Y(\tau)$ – функция выходов автомата.

В общем случае нестационарный процесс может быть описан моделью (I) в более широком смысле:

$$S(\tau)=\varphi[S(\tau), S(\tau-1), \dots, S(\tau-\kappa), \dots, S(\tau-\alpha+1), X(\tau)],$$
$$Y(\tau)=\psi[S(\tau), S(\tau-1), \dots, S(\tau-\kappa), \dots, S(\tau-\alpha+1), X(\tau)]. \qquad (2)$$

Однако в смысле [6] последующая идентификация (взвешивание) возможных состояний процесса затруднительна по (I) и (2). Для этих целей каноническая форма задания конечного автомата может быть конкретизирована. Например, модель типа (I) можно представить:

$$S(\tau)=\varphi[S(\tau-1), X(\tau)], \qquad (3)$$
$$Y(\tau)=\mathrm{sign}\, Z(\tau), \qquad (4)$$
$$Z(\tau)=\sum_{r=1}^{n}\xi_r(X)\omega_r(\tau)+\sum_{c=1}^{N}\xi_c(S)S_c(\tau-1)+Q\{X(\tau),S(\tau-1)\}, \qquad (5)$$

где $\xi_r(X)$ – весовые коэффициенты (ВК) при каждой из двоичных компонент x_r вектора $x(x_1 \div x_n)$;
$\xi_c(S)$ – ВК при каждой из двоичных компонент S_c вектора состояний $S\{s_1, s_2, \dots, s_c, \dots, s_N\}$;
$Q\{X(\tau),S(\tau-1)\}$ – нелинейная составляющая функции идентификации (вычисляется по методике, предложенной в [6]).

Расширение модели конечного автомата в смысле (2) и ее конкретизация в смысле (4), (5) позволит, по-видимому, описать достаточно широкий класс физических процессов. Нетрудно представить такие процессы, для которых характерен скачкообразный переход из одного состояния в другое, например, задача прогнозирования динамики заболеваний при инфарктах миокарда [7]. С точки зрения реакции ПФ по выходу типа $Z(\tau)$ по (5), можно выделить существенные и несущественные переменные $S_c(\tau-\kappa)$ для всех $c = 1,2,\dots,N$. В соответствии с [6] можно также утверждать, что существуют наиболее существенные состояния (опорные состояния) для построения ПФ по (3), (4), (5). Модели I класса удобны для описания таких объектов, для которых ситуации $X_\lambda(\tau-\kappa)$ и $X_\omega(\tau-\kappa)$ суть проявления одного и того же физического процесса (однородные ситуации) при всех $\kappa = 0,1,2,\dots,\alpha-1$. Задачи синтеза ПФ для таких объектов охарактеризуем, для определенности, как

"индивидуальные". Весьма важным является тот факт, что модель I класса учитывает последовательность представления событий.

В дальнейшем нас будут интересовать задачи "массовые" в отличие от задач "индивидуальных". Заметим, что формализовать качественные определения "индивидуальная задача" и "массовая задача" не представляется возможным, а потому мы должны рассмотреть все классы математических моделей.

2-й класс. Модели стохастических автоматов

Предположим: приращения $\Delta\tau$ настолько малы, что для каждого момента времени $\kappa = 0,1,2,\dots,\alpha-1$ существует стохастическая матрица $\|P_{\alpha\beta}^{\kappa}\|$, которая является выражением вероятности перехода процесса из состояния α в состояние β. Кроме того, заданы вероятности нахождения изучаемого процесса в тот или иной момент времени: $P_0, P_1, \dots, P_\kappa, \dots, P_{\alpha-1}$. Тогда исследуемый процесс можно представить в виде неавтономного стохастического автомата, имеющего α входных состояний и некоторое число D внутренних состояний. Неавтономный автомат описывается стохастической матрицей вида:

$$\|A\| = \sum_{\kappa} P_\kappa \cdot \|P_{\alpha\beta}^{\kappa}\|. \qquad (6)$$

Способы синтеза стохастических автоматов изложены в [2]. Нетрудно видеть, что уравнение (6) есть частный случай уравнения Чэпмена – Колмогорова [3], с помощью которого описываются неоднородные цепи Маркова. Неудобство задания неавтономного стохастического автомата состоит прежде всего в том, что такая модель является все же сильно "замкнутой" (автономной) относительно внешней среды. Каждое новое состояние входа требует построения новой матрицы $\|P_{\alpha\beta}\|$. Такая модель представила бы весьма большой интерес при изучении более общих процессов и явлений. Таким образом, модель стохастического автомата не в состоянии изучить в "деталях" нестационарный процесс и представить его в достаточно наглядной форме.

3-й класс. Вероятностно-статистические модели [4]

В основу построения моделей 3-го класса положена гипотеза о наличии статистической природы входных параметров $X(\tau-\kappa)$ и состояний объекта $S(\tau-k)$ для всех $k = 0, 1, \ldots, d-1$. Для линейных объектов возможно построение математической модели процесса в виде уравнений регрессии. Такая модель имеет вид:

$$M\{Z(\tau)\} = a(\tau-k) + \sum_k A_k(\tau-k) \cdot M\{X(\tau-k)\}, \qquad (7)$$

где $A_k(\tau-k)$ – коэффициенты множественной регрессии;

$a(\tau-k)$ – свободный параметр;

$M\{\cdot\}$ – математическое ожидание случайной величины.

В случае нелинейности объекта применяется дисперсионный анализ. Эти модели являются весьма громоздкими по объему необходимых вычислений. Такие модели принципиально не способны раскрыть более или менее подробно изучаемый механизм явлений; не гарантируют нахождения точных решений для ситуаций с фиксированными параметрами; не дают рекомендаций по поводу сокращения числа экспериментов. Для изучения многомерных процессов требуется вычисление и запоминание $d \cdot n$ коэффициентов множественной регрессии. Если же объект нелинеен в смысле статистических гипотез (плотности вероятностей $X(\tau)$ и $Z(\tau)$ не имеют нормального распределения), то кусочно-линейная аппроксимация ПФ уравнениями регрессий представляет собой практически нереализуемую задачу при большом числе n. Однако модели 3-го класса могут оказаться весьма плодотворными при решении многих прикладных задач, для которых по той или иной причине не удается раскрыть физическую природу явлений во входных параметрах процесса.

4-й класс. Модели временных рекуррентных булевых функций второго рода

Понятие временных рекуррентных булевых функций второго рода (РБФ-2) введено в [5]. Зависимость между входными и выходными параметрами выражается в форме рекуррентного уравнения вида:

$$Y(\tau) = \varphi\left[X(\tau), X(\tau-1), \ldots, X(\tau-k), \ldots, X(\tau-d+1)\right], \qquad (8)$$

где $X(\tau-k) = \{x_1(\tau-k), x_2(\tau-k), \ldots, x_r(\tau-k), \ldots, x_n(\tau-k)\}$ и каждое $x_r(\tau-k)$ принимает значение 1 либо 0. В некоторых случаях РБФ-2 могут служить удобной формой задания модели конечного автомата (класс I). Но для нас смысл выделения РБФ-2 в целый класс более важен, нежели простое указание на такую взаимосвязь. Оказалось, что модели РБФ-2 являются достаточно удобным аппаратом для интерпретации "массовых" задач.

Качественная характеристика "массовых" задач была дана выше. Конкретизации и модификации класса моделей РБФ-2 будет посвящен следующий раздел настоящей статьи.

В заключение настоящего раздела важно отметить следующее:

1. Представленная классификация моделей прогнозирования дискретных сред не претендует на полноту. Каждый из рассмотренных классов может быть, в свою очередь, существенно расширен и конкретизирован с точностью до методов и алгоритмов вычисления.

2. Представленные классы моделей позволяют изучать такие процессы, которые, начиная с некоторого момента времени k, не являются установившимися (эргодическими в смысле модели 2-го класса).

3. Каждый из представленных выше классов моделей прогнозирования наряду с их общими свойствами имеет также самостоятельное значение. Во многих случаях с целью получения достаточно точного представления об изучаемом процессе в наглядной форме может потребоваться применение нескольких классов указанных моделей в их сочетании.

4. Общая проблема предварительного распознавания класса математической модели, наиболее "подходящей" для описания изучаемого процесса с целью решения задачи эффективного синтеза ПФ, алгоритмически неразрешима. Если бы можно было допустить, что такие алгоритмы распознавания классов существуют, то они в значительной мере зависели бы от языка задания и описания процесса [1]. А поскольку такой язык был бы чрезмерно широк, то таких алгоритмов не существует.

II РАЗДЕЛ. Интерпретация математических моделей 4-го класса с помощью А-автомата

1. Обозначения. Определения

Конкретизируем постановку задачи в терминах работы [6] с учетом введения дискретных отсчетов времени $k = 0, 1, 2, \ldots, d-1$. Настоящая конкретизация затронет лишь способы задания среды на входе распознающего автомата с активной стратегией обучения – А-автомата [6]. Что же касается описания стратегии поведения А-автомата при вычислении параметров ПФ по заданному критерию (вычисления весовых коэффициентов, порога, самопроизвольный выбор элементов из обучающей последовательности, процедура вычисления отображения среды), то такое описание не будет конкретизировано во избежание громоздкости изложения.

Итак, пусть входы А-автомата погружены в $R^{n,\alpha}$ нестационарную дискретную среду, такую, что ее дозволенными состояниями являются комбинации компонент, заключенных в квадратные скобки правой части выражения (8). В общем случае совокупность двоичных компонент $X(\tau),\ldots,X(\tau-k),\ldots,X(\tau-\alpha+1)$ можно представить как булевский вектор $X_\lambda(k)$ с индексом λ. В свою очередь, совокупность булевских векторов $X_\lambda(k)$ можно представить множеством $L(k)$ таким, что $X_\lambda(k)\in L(k)$ и $L(k)\subseteq R^{n,\alpha}$. Как и раньше [6], будем считать, что множество $L(k)$ есть объединение двух непересекающихся подмножеств $t_i(k)\in T(k)$, $i=1,2,\ldots,p$, и $f_j(k)\in F(k)$, $j=1,2,\ldots,q$. Постановка задачи состоит в том, чтобы обеспечить вычисление ПФ $Z_2\{X(\tau-k)\}$ по критерию оптимальной сегментации множества $L(k)$ на подмножества $T(k)$ и $F(k)$ по любому $k = 0,1,2,\ldots,\alpha-1$. Оператор сегментации в соответствии с [6] представим как $sign[Z\{X(\tau-k)\}]$. Критерий сегментации в соответствии с выражением (II) из [6] выразим как:

$$\psi(\tau)=\sum_\lambda \left| sign[Z_1'\{X(\tau-k)\}]-sign[Z_2\{X(\tau-k)\}] \right| \qquad (9)$$

для любого $k = 0,1,2,\ldots,(\alpha-1)$. ПФ по возможности должен быть таким, чтобы $\psi(\tau)=min$. Следуя [6], все дальнейшие рассуждения проводятся аналогично. Введем дополнительно некоторые определения.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. Информационной мощностью слова на входе А-автомата будем называть максимальное число рабочих входов автомата, т.е. таких входов, по которым производится вычисление ВК без учета введения новых координат отображения, и обозначим его $\mathfrak{M}\{X\}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Информационной мощностью исходной обучающей последовательности А-автомата назовем максимальное число слов и обозначим – $\mathfrak{M}\{L\}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Информационной мощностью рабочего поля А-автомата назовем оценку $\mathfrak{M}\{X\}\cdot\mathfrak{M}\{L\}$.

2. Три способа задания среды на входе А-автомата

I-й способ. Среда типа $R^{n\times\alpha}$. Фильтр ПФ-I

Представим исходную форму задания ВРБФ-2 по (8) в пороговом базисе и получим:

$$Y(\tau)=sign\left\{\sum_{k=0}^{\alpha-1}\sum_{r=1}^{n}\xi_r(\tau-k)\cdot x_r(\tau-k)+Q^{n\times\alpha}[x_r(\tau-k)]-\gamma\right\}, \qquad (10)$$

где $\xi_r(\tau-k)$ есть ВК при $x_r(\tau-k)$;

γ есть общий порог;

$Q^{n\times\alpha}[x_r(\tau-k)]$ компонента, отражающая нелинейные преобразования в среде с $n\times\alpha$ координатами относительно исходных координат $x_r(\tau-k)$. Вычисляется по методике [6].

Для вычисления ПФ типа (I0) А-автомат решает систему $(p+q)$ уравнений для всех дискретных отсчетов времени один раз.

Кроме того, А-автомат может вычислить ПФ отдельно $Y(\tau-k)$ для любого момента времени $(\tau-k)$ включительно, $k=1,\ldots,(\alpha-1)$:

$$Y(\tau-k)=sign\left\{\sum_{k'=1}^{k}\sum_{r=1}^{n}\xi_r(\tau-k')\cdot x_r(\tau-k')+Q^{n\times k}[x_r(\tau-k')]-\gamma_k\right\} \qquad (11)$$

Для того, чтобы вычислить ПФ типа (II), необходимо учесть "предысторию" процесса по $(\tau-k)$-й момент времени включительно.

2-й способ. Среда типа $R^{n,0}$. Фильтр ПФ-2

Настоящий способ задания информации на входе А-автомата основан на представлении временных булевых функций по [5] в виде:

$$Y(\tau)=\varphi_0\cdot\tau_0\vee\varphi_1\cdot\tau_1\ldots\vee\varphi_k\cdot\tau_k\ldots\vee\varphi_{\alpha-1}\cdot\tau_{\alpha-1}. \qquad (12)$$

Уравнение (I2) реализуется "дискретными часами", имеющими контакты. "Часы" находятся в k-м состоянии:

$$\tau_k=\begin{cases} 1, \text{ если } \tau_k=\tau-k; \\ 0, \text{ если } \tau_k\neq\tau-k. \end{cases}$$

Таким образом, "часы" последовательно производят выборку операторов $\varphi_0,\varphi_1,\ldots,\varphi_k,\ldots,\varphi_{\alpha-1}$.

В согласии с (I2) представим ПФ в виде:

$$Y(\tau)=\bigvee_{k=0}^{\alpha-1} sign\left\{\sum_{r=1}^{n}\xi_r(\tau-k)\cdot x_r(\tau-k)+Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]-\gamma_k\right\}\cdot\tau_k. \qquad (13)$$

А-автомат производит вычисление ВК, отображения $Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]$ и порога γ_k при решении $p+q$ уравнений для каждого дискретного отсчета времени.

3-й способ. Среда типа $R^{n+\alpha}$. Фильтр ПФ-3

Если представить временную булеву функцию в виде $Y(\tau)=\varphi(x_1,x_2,\ldots,x_r,\ldots,x_n,\tau_0,\ldots,\tau_k,\ldots,\tau_{\alpha-1})$, то можно предложить еще один способ вычисления ПФ:

$$Y(\tau)=sign\left\{\sum_{r=1}^{n}\xi_r x_r+\sum_{k=0}^{d-1}\xi(\tau-k)+Q^{n+d}[x_r,\tau_k]-\gamma\right\}, \qquad (14)$$

где ξ_r есть ВК при компоненте x_r ;

$\xi(\tau-k)$ есть ВК при временной компоненте τ_k ;

$Q^{n+d}[x_r,\tau_k]$ есть нелинейная составляющая аппроксимирующего полинома по переменным совместно x_r и τ_k . Вычисляется по методике [6]. Для вычисления ПФ типа (14) А-автомат решает систему $d\cdot(p+q)$ уравнений для всех дискретных отсчетов времени один раз.

Запишем также выражение для ПФ, вычисляемого для любого момента времени $(\tau-k)$, $k=1,2,\ldots,d-1$, с учетом "предыстории" процесса по $(\tau-k)$-й момент времени включительно:

$$Y(\tau-k)=sign\left\{\sum_{r=1}^{n}\xi_r x_r+\sum_{k'=1}^{k}\xi(\tau-k)\cdot\tau_{k'}+Q^{n+k}[x_r,\tau_{k'}]-\gamma_k\right\}. \qquad (15)$$

3. Некоторые теоремы о синтезе ПФ в нестационарной дискретной среде

ТЕОРЕМА I. Для сред $R^{n\times d}$ и $R^{n,0}$ информационные мощности рабочих полей $\mathfrak{M}\{X\}\cdot\mathfrak{M}\{L\}$ эквивалентны.

Действительно,

для $R^{n\times d}$

$$\begin{cases}\mathfrak{M}\{X\}=n\cdot d\,;\\ \mathfrak{M}\{L\}=p+q\,;\\ \mathfrak{M}\{X\}\cdot\mathfrak{M}\{L\}=(p+q)\cdot n\cdot d\,;\end{cases} \qquad (16)$$

для $R^{n,0}$

$$\begin{cases}\mathfrak{M}\{X\}=n;\\ \mathfrak{M}\{L\}=(p+q)\cdot d;\\ \mathfrak{M}\{X\}\cdot\mathfrak{M}\{L\}=(p+q)\cdot n\cdot d.\end{cases} \qquad (17)$$

ТЕОРЕМА 2. Для среды R^{n+d} информационная мощность рабочего поля пропорциональна квадрату максимального числа дискретных отсчетов времени:

$$\mathfrak{M}\{X\}\cdot\mathfrak{M}\{L\}\equiv(p+q)\cdot d^2. \qquad (18)$$

Действительно,

для R^{n+d}

$$\begin{aligned}&\mathfrak{M}\{X\}=n+d;\\ &\mathfrak{M}\{L\}=(p+q)\cdot d;\\ &\mathfrak{M}\{X\}\cdot\mathfrak{M}\{L\}=(p+q)\cdot n\cdot d+(p+q)\cdot d^2.\end{aligned} \qquad (19)$$

Далее, проведем исследования на взаимосвязь случаев нелинейной разделимости слов $t_i(k)\in T(k)$ и $f_j(k)\in F(k)$ А-автоматом в средах $R^{n\times d}, R^{n,0}, R^{n+d}$.

Такое исследование позволит нам дать некоторые представления о сложности ПФ относительно нелинейных составляющих $Q^{n\times d}$ (10), $Q^{n,0}$ (13) и Q^{n+d} (15).

Будем опираться на критерий линейной разделимости, который следует из теорем Чоу [8,9]. Критерий Чоу может быть сформулирован следующим образом:

если найдется такое M , что справедливо:

$$\sum_{i=1}^{M}t_i=\sum_{j=1}^{M}f_j \qquad (20)$$

для любых $t_i\in T$ и $f_j\in F$, то подмножества линейно неразделимы.

Точно такой же критерий (20) был также использован в работе Маттсона и Хопкрофта [10].

ТЕОРЕМА 3. Если $Q^{n\times d}[x_r(\tau-k)]\neq 0$, то всегда $Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]\neq 0$ для всех $k=0,1,2,\ldots,d-1$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Запишем критерий Чоу для среды $R^{n\times d}$

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{k=0}^{d-1}t_i(\tau-k)=\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=0}^{d-1}f_j(\tau-k). \qquad (21)$$

Если условие (21) выполняется, то в силу аддитивности операции двойного суммирования, выражение (21) можно разложить на d составляющих:

$$\sum_{i=1}^{M}t_i(\tau-k)=\sum_{j=1}^{M}f_j(\tau-k) \qquad (22)$$

для всех $k=0,1,2,\ldots,d-1$. Выполнение условий (22) для всех $k=0,1,\ldots,d-1$ по критерию Чоу свидетельствует об отличии от нуля нелинейных компонент $Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]$ одновременно по всем $\tau_0,\ldots,\tau_k,\ldots,\tau_{d-1}$.

СЛЕДСТВИЕ I. Если $Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]=0$ при любом $k\leq d-1$, то

$$Q^{n\times d}[x_r(\tau-k)]=0.$$

Действительно, если $Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]=0$ хотя бы для единственного k , то $\sum_{i=1}^{M}t_i(\tau-k)\neq\sum_{j=1}^{M}f_j(\tau-k)$, что приводит к невыполнению тождества (21).

ТЕОРЕМА 4. Если $Q^{n\times d}[x_r(\tau-k)]\neq 0$ хотя бы для одного $k\leq d-1$, то всегда $Q^{n+d}[x_r,\tau_k]\neq 0$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В соответствии с правилом кодировки информации в среде R^{n+d} по (15) и (19) каждое слово в векторной форме имеет вид $X+\tau$. Тогда критерий Чоу для среды R^{n+d} можно представить следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{M}(t_i+\tau_{ki})=\sum_{j=1}^{M}(f_j+\tau_{kj}), \qquad (23)$$

или (23)

$$\sum_{i=1}^{M}t_i=\sum_{j=1}^{M}f_j,$$

т.к. $\sum_{i=1}^{M}\tau_{ki}=\sum_{j=1}^{M}\tau_{kj}$ – по условию теоремы 4 о выборе векторов в одинаковые отсчеты времени. Фиксируя k, замечаем, что тождества (22) и (23) полностью совпадают.

ТЕОРЕМА 5. Если $Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]\neq 0$, то всегда $Q^{n+d}[x_r,\tau_k]\neq 0$.

Доказательство очевидно с учетом результатов теорем 3, 4.

СЛЕДСТВИЕ 2. Если $Q^{n+d}[x_r,\tau_k]=0$, то и подавно $Q^{n,0}[x_r(\tau-k)]=0$ и $Q^{n\times d}[x_r(\tau-k)]=0$ для всех $k=0,1,2,\dots,d-1$.

Доказательство очевидно с учетом результатов теорем 3,4, 5.

На основании результатов теорем 3, 4 и 5 и следствий 1, 2 можно сделать чисто качественное замечание: с увеличением порядкового номера по способу задания информации на входе А-автомата степень нелинейности ПФ увеличивается. Действительно, ПФ-1 нелинеен тогда и только тогда, когда ПФ-2 нелинеен для всех без исключения отсчетов времени. ПФ-3 может быть нелинейным не только за счет того, что выполняются условия для нелинейности ПФ вычисленных по первым двум способам. Такой фильтр может нести дополнительную нелинейность за счет выполнения тождества $\sum_i\tau_{ik}=\sum_j\tau_{jk'}$ и для фиксированного $k\,(k\neq k')$.

4. <u>Пример</u>. Построить ПФ по 1-му, 2-му и 3-му способам для дискретного процесса, представленного на рис. 1 с параметрами: $n=3$; $k=0,1,2$; $p=3$; $q=5$. На рис. 1 показано расположение на трехмерном гиперкубе каждой из вершин $t_i(k)\in T(K)$ и $f_j(k)\in F(K)$ в каждый из дискретных отсчетов времени.

Применяя А-автомат к средам $R^{n\times d}$, $R^{n,0}$, R^{n+d} по [6], окончательно получаем следующие структуры ПФ.

<u>По 1-му способу</u>:

$$Y(\tau)=sign\{-1\cdot x_1(\tau)+3x_2(\tau)-2x_2(\tau-1)-4x_2(\tau-2)-1\}. \qquad (24)$$

<u>По 2-му способу</u>:

$$Y(\tau)=sign\{x_1(\tau)+2x_2(\tau)+x_3(\tau)-3\}\cdot\tau_0\vee sign\{x_1(\tau-1)-$$
$$-x_2(\tau-1)+x_1(\tau-1)x_2(\tau-1)+x_2(\tau-1)\cdot x_3(\tau-1)+$$

$$+x_1(\tau-1)\cdot x_2(\tau-1)\cdot x_3(\tau-1)-1\}\cdot\tau_1\vee$$
$$\vee sign\{x_1(\tau-2)-3\cdot x_2(\tau-2)+x_3(\tau-2)\}\,\tau_2. \qquad (25)$$

<u>По 3-му способу</u>:

$$Y(\tau)=sign\{3x_1-1\cdot x_2-6x_3-3\tau_0-1\cdot\tau_1+1\cdot\tau_2+$$
$$+5x_2\cdot\tau_0+2x_1\bar{x}_2\cdot\tau_1-2\bar{x}_1\bar{x}_2\cdot\tau_1-$$
$$-4x_1x_2\cdot x_3\cdot\tau_1-6x_2\cdot x_3\cdot\tau_2-3\}. \qquad (26)$$

Видим, что ПФ-3 все же оказался сравнимым (по числу ВК) с ПФ-2.

5. Анализ трех способов синтеза ПФ (с точки зрения практической применимости)

1) Синтез ПФ-1 наиболее эффективен для решения таких задач, когда в дискретных описаниях элементов процесса $X(\tau-k)$ всегда содержится информация $r<n$, которая не меняется во времени (меняется только "хвост" вектора $X(\tau-k)$). Например, в медицинских задачах типа [7] каждая история болезни содержала так называемые данные об анамнезе порядка 30% от $\mathfrak{M}\{X\}$, которые не менялись во времени. Незначительная вероятность того, что ПФ-1 нелинеен, дает исследователю основание проводить достаточно убедительные исследования процесса без затрат на вычисления комплексных признаков.

2) ПФ-2 позволяет вычислять прогноз на данный момент времени наиболее оперативно. ПФ-2 может применяться для описания таких процессов, для которых характерна небольшая корреляция отдельных его проявлений в заданные дискретные отсчеты времени (эргодические процессы).

3) И ПФ-1, и ПФ-2 позволяют оценить степень влияния каждого из параметров в каждый момент времени отдельно по величине ВК $\xi_r(\tau-k)$.

4) В отличие от п. 3, ПФ-3 позволяет оценить степень влияния на процесс того или иного дискретного отсчета времени. Если $\xi(\tau-k)>0$, это означает, что на этапе $(\tau-k)$ ситуациям $t_i(k)$ "легко" выйти на подмножество $T(K)$. Если же $\xi_r(\tau-k)<0$, это означает, что на этапе $(\tau-k)$ ситуациям $t_i(k)$ "трудно" выйти в область "удовлетворительных реализаций" $T(K)$.

5) Если компонента ПФ-3 $Q^{n+d}[x_n(\tau-k)]=0$, то ПФ-3 — самый компактный из возможных ПФ.

6) Процедура вычисления ПФ-3 наиболее трудоемкая (теорема 2), однако использование ПФ-3 на практике наиболее удобно. Достаточно установить "I" на позиции $(\tau-k)$ во временном регистре, чтобы "узнать" о состоянии объекта в момент $(\tau-k)$.

7) Если процессы линейны, то с помощью функции $Z(\tau)$, можно проводить более точный прогноз (по методу "идентификация вслепую" [6],[7]).

8) Предлагаемые способы синтеза ПФ можно интерпретировать на абстрактном уровне. Структурный синтез с точностью до вычисления каждого коэффициента ПФ завершается А-автоматом. Программная модель А-автомата инвариантна относительно заданного способа абстрактного синтеза. Практически задание информации на вход А-автомата по тому или иному способу осуществляется с помощью сервисных подпрограмм перекодировки. Сервисные подпрограммы занимают незначительный объем по сравнению с объемом собственно программной модели А-автомата.

Литература

1. В.М. ГЛУШКОВ. Синтез цифровых автоматов. М., Физматгиз, 1962.
2. В.М. ЧЕНЦОВ. О синтезе стохастических автоматов. - Теория дискретных систем. М., МЭИ, 1967.
3. А. КОФМАН, Р. КРЮОН. Массовое обслуживание. Теория и приложения. М., Мир, 1965.
4. Н.С. РАЙБМАН, В.М. ЧАДЕЕВ. Адаптивные модели в системах управления. М., Советское радио, 1966.
5. Д.А. ПОСПЕЛОВ. Логические методы анализа и синтеза схем. М.,-Л., 1964.
6. И.И. ДЗЕГЕЛЕНОК, А.Г. ШИГИН. Порождение прогнозирующего фильтра на программной модели ЦВМ. Настоящий сборник, стр.114-128.
7. И.И. ДЗЕГЕЛЕНОК, В. КУБЭРА, В.Г. ПОПОВ, А.Л. СЫРКИН, А.Г. ШИГИН. Эксперименты на эвристической программе "консилиум" А-автоматов. - Настоящий сборник, стр. 129-138.
8. C.K.SHOW. Boolean function realizable with single threshold devices. Proceedings of the IRE, 1961, 39, N 1.
9. C.K.SHOW. On the characterization of threshold functions. Proc. Ann. Symp. Switching Circuit Theory and Logical Design, 1961, p. 34-38.
10. R.L.MATTSON and J.E.HOPCROFT. Synthesis of minimal threshold logic networks. IEEE Trans., 1965, EC-14, N 4.

Поступила в редакцию
19.VII.1969 г.