

УДК 62-5:007:621.391:519.2

ПРИРОДА ПРОБЛЕМЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Н.Г.Загоруйко, К.Ф.Самохвалов

В данной работе мы попытаемся дать ответ на следующие два вопроса:

1. В чем состоит суть проблемы распознавания образов?
2. Как должна была бы выглядеть общая теория распознавания образов?

Разумные требования к любой общей теории, очевидно, состоят в следующем:

1. Общая теория должна быть достаточно абстрактной, чтобы быть универсальной.
2. Общая теория должна достаточно полно отражать специфику рассматриваемой проблемы, чтобы быть полезной.
3. Общая теория должна быть конструктивной (это означает, что теория должна включать универсальный алгоритм распознавания).

Вопрос о том, в каких пропорциях следует принимать первые два противоположных требования, решается на основании рассмотрения природы той деятельности, которую мы хотим представить в виде теории. В результате такого рассмотрения должна быть полная ясность в вопросе о том, что мы хотим выразить в предлагаемой теории.

После того как станет ясно, что мы хотим сказать, возникает вопрос о том, как сказать. Этот момент соответствует третьему требованию. Здесь можно рассчитывать на то обстоятельство, что современная математика располагает, по-видимому, достаточно богатыми языковыми средствами. Если это действительно так, то проблема использования математических средств для выражения

того, что мы хотим выразить, - это вопрос лишь математической техники.

В соответствии со всем этим, на протяжении всего первого параграфа нас будет занимать проблема распознавания образов с точки зрения первых двух требований к общей теории; остальные параграфы будут посвящены предварительным формулировкам, на базе которых, как мы надеемся, возможно в перспективе построение адекватного формализма.

### § I. Специфика распознавания образов

Оговоримся вначале, что мы не будем касаться таких задач распознавания, как проблема выбора исходной системы признаков или поиска оптимальной группировки множества объектов (таксономия) [1]. Мы будем здесь рассматривать только один из основных типов задач распознавания - задачу "обучения" или построения решающих функций.

В чем же состоит специфика этой задачи распознавания образов, которую желательно сохранить на любом допустимом уровне общности? Мы считаем, что в следующем:

1. Имеется некоторая система  $A$  (назовем ее "учителем"), которая устанавливает классификацию экспериментального массива  $Z$ , описанного на языке системы признаков  $X_A$ , путем разбиения множества  $Z$  на конечное число  $K$  непересекающихся подмножеств (образов)  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ ;  $K \geq 2$ ). Тому факту, что система  $A$  имеет возможность с помощью эксперимента однозначно установить, к какому классу принадлежит любой элемент массива  $Z$ , в литературе по распознаванию часто соответствует выражение "учителю известна классификация генеральной совокупности реализаций".

2. Указанная выше классификация известна обучаемому автомату  $B$  ("ученику") лишь для части массива эмпирических данных (для "обучающей выборки"  $Z_{ob}$ ), а цель обучения состоит в выработке логических методов распространения классификации на большую часть массива (иногда на весь массив).

3. Реализации обучающей выборки описаны на языке системы признаков  $X_B$ , в общем случае не совпадающей с системой  $X_A$ .

4. Процедура обучения заключается в построении некоторой функции, зависящей от  $Z_{ob}$  и  $X_B$  ("решающей функции"  $D$  ( $Z_{ob}$ ,  $X_B$ )), которая на всех реализациях подмножества  $S_i$  (в том

числе и не входивших в обучающую последовательность) должна принимать значения  $D_i$ , на реализациях из  $S_j$  - значение  $D_j$ , причем  $D_i \neq D_j$ , если  $i \neq j$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, K$ .

5. Решающая функция  $D$ , построенная по обучающей выборке, позволит автомatu  $B$  принимать на генеральной совокупности решения, совпадающие с решениями автомата  $A$ , если выполняются следующие условия: а) имеется связь между обучающей последовательностью и генеральной совокупностью; б) мы правильно угадали (постулировали), в чем она заключается; в) наш формальный аппарат точно отражает характер этой связи.\*)

По сути дела, здесь мы встречаемся с классической для естествознания проблемой предсказания результатов будущих экспериментов на основании результатов прошлых экспериментов. Решение всякой конкретной проблемы распознавания есть, таким образом, построение некоторой естественно-научной теории. Обратное также верно: всякая конкретная естественно-научная теория может рассматриваться как решение подходящей конкретной проблемы распознавания.\*\* Это - то, что касается конкретных проблем распознавания.

Что же касается общей теории распознавания, то она должна содержать общие рекомендации относительно того, как следует предсказывать будущие эксперименты, отправляясь от некоторого количества прошлых. То есть мы соглашаемся считать общей теорией распознавания то, что в методологической литературе носит название "общей теории индуктивного вывода". Нам кажется, что все конкретные задачи распознавания, известные до настоящего времени, согласуются с такой трактовкой.

Что можно сказать о самой возможности существования такого рода общей теории распознавания?

Выше приведенный анализ убеждает нас в том, что вопрос о существовании общих методов предсказания принципиально ничем не отличается от вопроса о существовании любого другого закона природы. Специфика состоит лишь в том, что в данном случае речь идет о существовании фундаментального закона природы (назовем его "законом предсказания"), управляющего открытием законов природы.

\* В разных вариантах формулировки некоторых из этих специфических черт проблемы распознавания высказывались в ряде работ, в частности в [2, 3].

\*\*) Если не обращать внимания на различие по важности, теоретической и прикладной значимости конкретных задач распознавания и естественно-научных теорий.

Как и всякий другой, этот закон природы первоначально может быть лишь постулирован и оправдан в дальнейшем только прагматически.

Роль "прошлых экспериментов" в процессе построения общей теории распознавания будет играть опыт решения конкретных задач распознавания. Можно согласиться с тем, что этот опыт пока невелик. Однако, здесь существенным оказывается тот факт, что способы предсказания мы можем изучать и на истории открытия любых других законов природы. Перефразируя Е. Вигнера [4], можно сказать, что, подобно тому, как отдельные события служат сырьем для построения законов природы, сами законы природы можно рассматривать в качестве сырья для построения общей теории распознавания. Так что множество "прошлых экспериментов" дополняется всем опытом развития естественных наук.

Что же мы можем постулировать в качестве закона предсказания?

История естественно-научных открытий показывает, что всем им присуща одна общая черта.\* Путем собирания и фиксации большого количества данных опыта в какой-либо области, мы можем создать длинные списки показаний стрелок или описаний меняющихся цветовых пятен. Однако, никакая наука не является совокупностью фактов, мы будем иметь науку только тогда, когда сможем установить принципы, из которых вытекают уже известные нам факты и факты, требующие будущей экспериментальной проверки. Более того, если установленные нами принципы будут так же сложны, как и сами известные факты, то они опять-таки не составляют науки. И дело тут не в эстетических наклонностях учёных или в "принципе экономии мышления". Если мы посмотрим, какие теории действительно предпочитались, то найдем, что решающим основанием для признания той или иной теории было не экономическое и не эстетическое, а скорее то, которое часто называют динамическим. Это значит, что предпочиталась та теория, которая делала науку более динамичной, т.е. более пригодной для экспансии в область неизвестного, для предсказания. И вот, общим правилом является, по-видимому, то обстоятельство, что математические простые теории оказываются также и динамическими. Этот исторический факт и есть та общая черта научных открытий, которую мы считаем возможным положить в основу закона предсказания.

Этой концепции простоты придерживались многие исследователи, создавшие естественно-научные теории (Максвелл, Эйнштейн, Дирак и др.). Первая относительно отчетливая формулировка такой кон-

\* При описании этой части мы допускаем без специальных пометок текстуальные заимствования из книги Ф. Франка [5].

цепции принадлежит, по-видимому, у. Оккаму ("бритва Оккама" [5]), одна из последних - Соломонову [6, 7].

Итак, мы предполагаем строить общую теорию распознавания образов, отправляясь от согласующейся с опытом развития естественных наук гипотезы, что природа эмпирической реальности такова, что наиболее экономичные описания опытов оказываются и наиболее адекватными. Математическое изящество, простота - вот те формальные свойства, которые обычно обеспечивают (как это ни удивительно) эмпирическую истинность любой естественно-научной гипотезы.

Разумеется, мы употребляем понятия "математическая простота" и "математическое изящество" пока на сугубо интуитивном уровне. Как раз вопрос о том, каким образом точно сформулировать эти понятия, избавившись от субъективного произвола в оценках гипотез по этим критериям, и составляет ядро проблемы выбора подходящего формализма. Это - предмет обсуждения в последующих параграфах.

## § 2. Схематический набросок общей теории распознавания

Для предварительных целей мы считаем вполне достаточным ограничиться случаем только двух (причем, вначале даже непересекающихся<sup>\*</sup>) образов. Обобщение на случай большего числа образов может быть осуществлено тривиальными переформулировками. Случай пересекающихся образов будет рассмотрен позже.

Итак, рассмотрим задачу распознавания двух непересекающихся образов. Весь эмпирический массив (прошлые и возможные будущие эмпирические данные) представляется в виде совокупности  $Z$  слов  $q$  в подходящем конечном алфавите. Без ограничения общности этот алфавит можно представить состоящим из десяти символов - цифр от "0" до "9", так как любой массив данных можно однозначно перенумеровать натуральными числами. Исходная классификация, заданная на множестве натуральных чисел значениями "и", "л", "н" функции  $D$ , может быть записана в следующем виде:

$$D(q) \begin{cases} \text{и, если } q \in O_1 \cap Z \\ \text{л, если } q \in O_2 \cap Z \\ \text{н, если } q \in Z / (O_1 \cup O_2) \end{cases} \quad (I)$$

Здесь  $q$  - произвольное натуральное число из множества  $Z$ ,  $O_1$  - исходящая выборка в пространстве  $X$ , не должна содержать одинаковых реализаций, привадлежащих разным образам.

$O_1$  и  $O_2$  - непустые множества натуральных чисел, представляющих в обучающей выборке первый и второй образы.  $O_1 \cup O_2 = Z_{\geq 0}$

Представим себе одностороннюю ленту с ячейками, занумерованными слева направо натуральными числами. Тогда функцию  $F$  можно записать на такой ленте символами "и" во всех ячейках под номерами из  $O_1$ , "л" - в ячейках под номерами из  $O_2$  и "н" - в остальных ячейках ленты. Например, если  $O_1 = \{1, 3, 4, 5\}$  и  $O_2 = \{9, 10, 12, 13\}$ , что соответствующая лента имеет вид (для наглядности символ "в" писать не будем):

Лента I.	$D$	и	и	и	и			л	л		л	л				
	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II	I2	I3	I4

Рис. I

Всякую такую ленту ( $L'_1$ ) будем называть исходной, а любую другую ленту ( $L'_2$ ), которая имеет во всех ячейках  $O_1$  и  $O_2$  те же значения  $D$ , что и исходная, назовем обобщением данной исходной ленты (или обобщенной лентой). Так ленты 2 и 3, изображенные на рис. 2, являются обобщенными для ленты I, а лента 4 не является таковой.

Лента 2.	$D$	и	и	и	и	и	л	и	л	л	л	л				
	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II	I2	I3	I4

Лента 3.	$D$	л	и	л	и	и	и	л	л	л	л	л	л			
	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II	I2	I3	I4

Лента 4.	$D$	и	и	л	и	и	и	и	л	и	л	и	л			
	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II	I2	I3	I4

Рис. 2

Обобщенная лента может быть представлена функцией  $D^*$ , определяемой следующим образом:

$$D^*(q) \begin{cases} i, & \text{если } q \in O_1^*, \geq 0, \\ l, & \text{если } q \in O_2^*, \geq 0, \\ n, & \text{если } q \in Z \setminus O_1^* \cup O_2^*. \end{cases} \quad (2)$$

Если исходную ленту  $L'_1$  рассматривать в качестве протокола прошлых экспериментов, то всякую обобщенную ленту  $L'_2$  можно считать протоколом, дополнительно отражающим возможные результаты будущих экспериментов (или протоколом предсказания, согласующегося с прошлым опытом).

Среди множества всех возможных лент  $L'_2$  выделим множество  $\mathcal{A}$  таких, которые могут быть реализованы конечными автономными последовательностными машинами ( $\Pi$  - машинами) [8]. Эти элементы ленты  $L'_2$  мы можем рассматривать как реально допустимые описания экспериментов. Ограничение это не будет очень сильным, так как всё то, что можно реализовать на машине Тьюринга за ко- нечное число тактов, можно реализовать и на  $\Pi$  - машине.

В качестве меры сложности описания, фиксированного на ленте  $L'_2$ , естественно рассматривать минимально возможное число состояний  $\Pi$  - машины, реализующей данную ленту. Назовем наиболее простым обобщением исходных данных ту обобщенную ленту  $L_C$ , которая удовлетворяет условию

$$M_C = \min_{L \in \mathcal{A}} M_L. \quad (3)^*$$

В общем случае множество  $C$  всех лент  $L_C$  может состоять более чем из одного элемента (несколько обобщений равной минимальной простоты). Устроим "голосование" этих лент, по результатам которого построим ленту  $\mathcal{L}$ : в  $i$ -ю ячейку ленты  $\mathcal{L}$  будем писать символ "и", если количество этих символов в  $i$ -й ячейке всех лент  $L_C$  было больше, чем символов "л" (и, соответственно, наоборот). Если число голосов за "и" и "л" в  $i$ -й ячейке одинаково, то в  $i$ -ю ячейку записывается символ "и", если он записан в ближайшей слева (или справа) ячейке ленты  $\mathcal{L}$  (и, соответственно, наоборот). Если такая  $i$ -я ячейка окажется на одинаковом расстоянии от ближайших "и" и "л", то можно (по соглашению) записать в неё символ "и" или "л", или символ "н" (распознавание "с отказом", "с порогом"). Назовем построенную таким способом ленту  $\mathcal{L}$  - наипростейшим обобщением.

Множество  $C$  лент  $L_C$  для ленты I (рис. I) представлено на рис. 3а, а наимпростейшее обобщение ленты I - лента  $\mathcal{L}$  - на рис. 3б.

Количество состояний  $\Pi$  - машины, реализующей любую из лент  $L_C$  и ленту  $\mathcal{L}$ , одинаково.

Содержание ячеек  $O_1^*$  и  $O_2^*$  ленты  $\mathcal{L}$  отражает результаты практически приемлемый алгоритм поиска ленты  $L_C$  представляющей собой предмет дальнейших исследований.

C:D	и	(и)	и	(и)	(и)	(и)	и	и	и	л	(л)	л	(л)	(л)	л
	и	(и)	и	(и)	(и)	(и)	и	и	и	л	(л)	(л)	(л)	(л)	л
	и	(и)	и	(и)	(и)	(и)	и	л	л	л	(л)	(л)	(л)	(л)	л
	и	(и)	и	(и)	(и)	(и)	л	л	л	(л)	(л)	(л)	(л)	(л)	л
9	0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II	12	13	14...

Рис. 3а

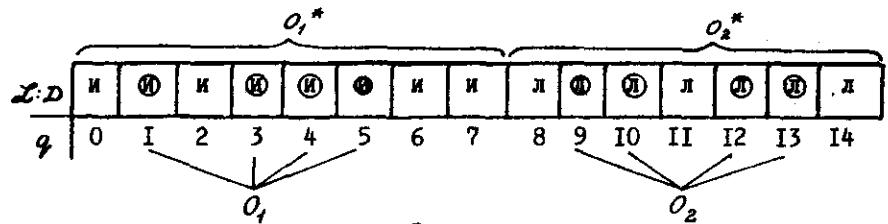


Рис. 3б

таты как прошлых ( $O_1$  и  $O_2$ ) так и будущих экспериментов, при - чём будущие результаты предсказываются этой лентой, как нам кажется, наилучшим образом. Закон предсказания теперь эквивалентен следующему утверждению: природа эмпирической реальности такова, что из всех общих методов предсказания будущих экспериментов наиболее успешным \* будет метод, основанный на протоколе наикратчайшего обобщенного описания результатов прошлых экспериментов.

В практических задачах распознавания часто допускается некоторая доля ошибок исходной классификации (например, когда обучающая последовательность состоит из пересекающихся множеств, или когда  $O_1$  от  $O_2$  отделяется слишком "вычурной" границей). \*\*

Разрешением на некоторую долю ошибок по обучающей последовательности можно воспользоваться для упрощения протокола  $L_d$ , а следовательно и  $L$ . Многие считают, что разрешение делать не - \*\* успешным в большинстве случаев, т.к. не исключено, что в некотором конкретном случае более точное предсказание будет выдано датчиком случайных чисел.

\*\* Примеры упрощения решающих функций за счет некоторой потери точности описания исходных данных содержатся в работах [12,13].

большое число ошибок на обучающей последовательности, когда она плохо представляет генеральную совокупность, полезно со всех точек зрения. Однако, до тех пор, пока не удастся найти способ строго оценивать степень представительности, нельзя дать каких-нибудь рекомендаций об оптимальной величине этой доли допустимых ошибок. Здесь мы будем считать, что доля ошибок из тех или иных соображений нам задана. В этих условиях с учетом всего сказанного выше закон предсказания может быть сформулирован так: Простейшая теория, объясняющая известные факты с заданной степенью точности, является и наиболее адекватной для предсказания неизвестных фактов.

#### § 4. Заключение

Необходимо отметить, что приведенное описание природы проблемы распознавания во многом является компилятивным. Кроме источников уже цитированных при описании специфики проблемы, можно сослаться также на тот факт, что критерием простоты при поиске решений конкретных задач распознавания обычно руководствуются почти все авторы работ в области распознавания образов. Мы здесь старались только подчеркнуть, что простейшее описание предпочтительно не только (и не столько) из чисто утилитарных соображений, но также и из-за его более высоких динамических свойств.

Мы понимаем, что описанные выше схема теории распознавания и конкретный вариант определения простоты могут в дальнейшем претерпеть те или иные изменения. В частности, нам хотелось бы, чтобы решающая функция не зависела от способа кодировки экспериментального массива, а определение простоты не зависело от автомата, реализующего решающую функцию. Может оказаться, что из-за громоздкости общего алгоритма предсказания в конкретных задачах нам придется искать какие-нибудь его упрощенные аналоги и мы придем к алгоритмам, которыми все мы уже давно пользуемся. Тогда (если закон предсказания справедлив) мы сможем быть уверенными в том, что ничего лучшего при данных ограничениях ресурсов мы в принципе не смогли бы сделать.

#### Литература

1. Н.Г. ЗАГОРУЙКО. Классификация задач распознавания образов. Тр. ИМ СО АН СССР. – Вычислительные системы, вып.22, Новосибирск 1966.

2. М.М. Бонгард. Проблема узнавания. Изд-во "Наука", М., 1967.
3. Вопросы статистической теории распознавания. Под ред..  
Б.В. ВАРСКОГО. Изд-во "Сов.Радио", М., 1967.
4. ВИГНЕР Е. События, законы природы и принципы инвариантности. УФН, том 85, вып. 4. (1965).
5. Ф.ФРАНК. Философия науки, М., 1960.
6. R.J. SOLOMONOFF, A Formal Theory of Inductive Inference,  
Part I, Inform. and Control, vol.7, N 1, March. 1964.
7. R.J. SOLOMONOFF A Formal Theory of Inductive Inference,  
Part II, Inform. and Control, 224-254, June 1964.
8. R.A. Fisher On the Mathematical Foundations of Theoretical  
Statistics, phil. Trans.Roy. Soc.Lond, A 222, 309-368(1922).
9. М.А.АЙЗЕРМАН, А.А.ГУСЕВ, Л.И. РОЗНОЭР, И.М. СМИРНОВА, А.А.  
ТАЛЬ. Логика, автоматы, алгоритмы, М., 1963.
10. Кибернетический сборник, вып. 4, 1962.
11. Р.М. МАЛКИНА, А.А. ПЕРВОЗВАНСКИЙ. Построение последовательного решающего правила в задаче распознавания образов.  
Доклад на международной конференции "Теория автоматов и искусственный интеллект". Ташкент, 1968.
12. Н.Г. ЗАГОРУЙКО . Линейные решающие функции, близкие к оптимальным. - Вычислительные системы, вып. 19, 1965.

Поступила в редакцию  
8.1.1969г.