УДК 681.142.2

ОБ АЛГОРИТМАХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ОДНОРОДНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В.Г. Хорошевский

В работе рассматриваются основные режимы функционирования однородных универсальных вычислительных систем (УВС) [I] . Намечены пути построения алгоритмов, обеспечивающих эффективное решение задач на однородных УВС. Описаны эвристический алгоритм и алгоритм на основе методов теории игр.

В зависимости от сложности задач и характера их поступления на систему можно выделить три режима функционирования однородной УВС.

I. Решение сложной задачи. Сложность (трудоемкость) задачи характеризуют количеством операций, которые нужно выполнить при ее решении.

Методика решения задач (количество операций не менее 10^{10}–10^{13}) содержится в работах [I,2] . Установлено, что для достаточно широкого круга сложных задач существуют параллельные алгоритмы, эффективно реализуемые на однородных УВС.

В этом режиме задача решается на всех элементарных машинах (ЭМ) системы (на машинах основной подсистемы, если УВС со структурной избыточностью [3]).

Стоит проблема создания универсальных алгоритмов распределения частей сложной задачи между ЭМ УВС и организации взаимодействия машин. Полезными могут быть методы математического программирования.

2. Решение конечного множества задач. Задачи имеют различные параметры (сложность, время решения, ценность, объем памяти, требуемый для решения задачи и т.д.). В общем случае для решения каждой задачи множества требуется такое число ЭМ, которое заключено в некотором интервале.

Алгоритмы распределения задач по ЭМ УВС могут быть построены на основе методов математического программирования. Практическое применение таких алгоритмов ограничено, так как их реализация на вычислительных машинах связана с большими вычислительными трудностями.

Вопросам эффективного решения конечного множества задач, не допускающих распараллеливания, посвящена работа [4].

Ниже будет приведен один из алгоритмов для данного режима функционирования УВС.

3. Решение потока задач. Задачи имеют случайные параметры и поступают в случайные моменты времени. В данном случае алгоритмы функционирования УВС могут быть построены при помощи методов теории массового обслуживания и статистического моделирования сложных систем [5]. Кроме того, задача может быть поставлена в терминах теории игр (см. §2) [6].

§ I. АЛГОРИТМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ЭМ УВС

Основные обозначения, определения и постановка задачи

$\mathcal{J} = \bigcup_{j=1}^{n} J_j$ – множество ЭМ, образующих однородную УВС.

$\mathcal{I} = \bigcup_{i=1}^{L} I_i$ – множество равноправных и независимых задач.

Задачи $I_i \in \mathcal{I}$, $i = 1,2,\dots,L$, будут равноправными, если они имеют одинаковые приоритеты.

Задачи множества $\mathcal{I}$ называются независимыми, если результаты решения $I_i \in \mathcal{I}$ не используются для решения $I_k \in \mathcal{I}$, где $i \neq k$, $i, k = 1,2,\dots,L$.

Задача $I_i \in \mathcal{I}$ имеет ранг $r_i = r$ и время решения $t_i = t$, если для ее решения требуется ровно r ЭМ $J_j \in \mathcal{J}$ и $t > 0$ единиц времени соответственно.

$\mathcal{I}^r \subseteq \mathcal{I}$ – подмножество, в которое входят все задачи $I_i \in \mathcal{I}$, имеющие ранг $r_i = r$. Очевидно, что

$$\bigcup_r \mathcal{I}^r = \mathcal{I}, \quad \mathcal{I}^r \cap \mathcal{I}^\ell = \varnothing; \ r, \ell = 1,2,\dots,n; \ r \neq \ell.$$

$$T^r = \sum_i t_i, \ I_i \in \mathcal{I}^r. \qquad \mathcal{I}^0 = \varnothing, \ T^0 = 0.$$

:= – оператор присваивания (например, значения выражения переменной);

$P\{x\}$ – проверить выполнение условия x;

$P = 1$ – условие x выполнено, $P = 0$ – условие x не выполнено;

$\to A$ – перейти к выполнению оператора A;

$\mathcal{I}^r \Rightarrow J_j \in \mathcal{J}$, $j = s+1, s+2, \dots, s+r$, – задачи подмножества $\mathcal{I}^r \subseteq \mathcal{I}$ назначить для решения на машины $J_j \in \mathcal{J}$, имеющие номера $j = s+1, s+2, \dots, s+r; (s+r) \le n$.

Требуется так распределить задачи $I_i \in \mathcal{I}$ по машинам $J_j \in \mathcal{J}$ и определить такую последовательность решения задач, чтобы время T решения задач на однородной УВС было минимальным (субминимальным).

Верхней границей T будет величина

$$\mathcal{T} = \sum_{i=1}^{L} t_i = \sum_{r=1}^{n} T^r,$$

а нижней –

$$\theta^n = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} r T^r.$$

Следовательно,

$$\theta^n \le \min T \le \mathcal{T}.$$

Пусть

$$\theta^{n-k} = \frac{1}{n-k} \sum_{r=1}^{n} r \cdot T^r - \frac{k}{n-k} T_0^k,$$

где $1 \leq k < n$, T_0^k - время решения задач подмножества $\mathcal{J}_0^k \subseteq \mathcal{Y}^k$.

ТЕОРЕМА. Для того, чтобы

$$\theta^n \geq \theta^{n-k}, \quad 1 \leq k < n ,$$

необходимо и достаточно, чтобы

$$T_0^k \geq \theta^n \qquad (I.I)$$

В самом деле,

$$\theta^{n-k} = \left[\frac{1}{n-k} - \frac{k}{n(n-k)} \right] \sum_{z=1}^{n} z T^z + \frac{k}{n(n-k)} \sum_{z=1}^{n} z \cdot T^z -$$

$$- \frac{k}{n-k} T_0^k = \theta^n + \frac{k}{n-k} (\theta^n - T_0^k),$$

что и доказывает теорему.

Задачу $I^k \in \mathcal{J}^k$, время решения которой

$$t^k = \max_i \{t_i\}, \quad I_i \in \mathcal{J}^k,$$

$t^k = T_0^k$ и удовлетворяет неравенству (I.I), будем называть длинной.

Алгоритм

Алгоритм осуществляет пошаговое распределение задач по элементарным машинам УВС. Число шагов зависит от $\mathcal{Y}$ и $\mathcal{J}$. При реализации очередного шага:

I) определяется максимальный ранг m среди непустых подмножеств $\mathcal{Y}^z \subset \mathcal{Y}$;

2) если есть длинная задача ранга $k \leq (n-m)$, то она назначается для решения на машины, которые из дальнейшего рассмотрения исключаются $(n := n-k)$;

3) распределяется подмножество $\mathcal{Y}_0^m \subseteq \mathcal{Y}^m$;

4) распределяются некоторые задачи рангов $z \leq (n-m)$.

На каждом шаге назначаются по машинам такие задачи, при которых ожидаемое время решения данных задач и оставшихся нераспределенными будет минимальным.

Введем следующие операторы:

$\mathcal{L}_1 : t := 0;\ \mathcal{L}_2 : T := 0;\ \mathcal{L}_3 : \Gamma := 0;\ \mathcal{L}_4 : m := n;\ \mathcal{L}_5 : T := T + t;\ P_6 : P\{\mathcal{Y}^m = \emptyset\}, P=0 \rightarrow A_9;$

$\mathcal{L}_7 : m := m-1;\ P_8 : P\{m \neq 0\}, P=1 \rightarrow P_6, P=0 \rightarrow P_{56};\ A_9$: вычислить $\theta^n = \frac{1}{n} \sum_{z=1}^{m} z \cdot T^z$;
$\mathcal{L}_{10} : l := m;\ P_{11} : P\{l > (n-m)\}, P=0 \rightarrow \mathcal{L}_{14};\ \mathcal{L}_{12} : l := n-m;\ P_{13} : P\{l \neq 0\}, P=0 \rightarrow \mathcal{L}_{26};$
$\mathcal{L}_{14} : k := 1;\ A_{15}$: вычислить $t^k = \max_i \{t_i\}, I_i \in \mathcal{Y}^k;\ P_{16} : P\{t^k < \theta^n\}, P=0 \rightarrow H_{19};$
$\mathcal{L}_{17} : k := k+1;\ P_{18} : P\{k \leq l\}, P=1 \rightarrow A_{15}, P=0 \rightarrow \mathcal{L}_{26};\ H_{19} : I^k \Rightarrow J_j \in \mathcal{J},$

$j = (n-k+1), (n-k+2), \ldots, n;\ P_{20} : P\{(T + t^k) > \Gamma\}, P=0 \rightarrow F_{22};\ \mathcal{L}_{21} : \Gamma := T + t^k;\ F_{22} : \mathcal{Y}^k := \mathcal{Y}^k - I_i^k;$
$\mathcal{L}_{23} : n := n-k;\ F_{24} : \mathcal{J} := \bigcup_{j=1}^{n} J_j;\ \Pi_{25} : \rightarrow P_6;\ \mathcal{L}_{26} : w := m;\ F_{27}$: сформировать*) такое подмножество $\mathcal{Y}_0^w \subseteq \mathcal{Y}^w$, чтобы T_0^w было максимальным и не превышающим θ^n; $P_{28} : P\{\mathcal{Y}_0^w = \emptyset\}, P=0 \rightarrow \mathcal{L}_{30};\ F_{29}$: сформировать такое $\mathcal{Y}_0^w \subseteq \mathcal{Y}^w$, чтобы T_0^w было минимальным и превышающим θ^n; $\mathcal{L}_{30} : t := T_0^w;$
$H_{31} : \mathcal{Y}_0^w \Rightarrow J_j \in \mathcal{J}, j = 1, 2, \ldots, w;\ F_{32} : \mathcal{Y}^w := \mathcal{Y}^w - \mathcal{Y}_0^w;\ \mathcal{L}_{33} : v := w;\ \mathcal{L}_{34} : u := n - w;\ P_{35} : P\{u \neq 0\},$
$P=0 \rightarrow \mathcal{L}_5;\ P_{36} : P\{v \leq u\}, P=0 \rightarrow \mathcal{L}_{38};\ P_{37} : P\{\mathcal{Y}^v = \emptyset\}, P=0 \rightarrow F_{40};\ \mathcal{L}_{38} : v := v-1;\ P_{39} : P\{v \neq 0\},$
$P=1 \rightarrow P_{36}, P=0 \rightarrow L_5;\ F_{40}$: сформировать такое $\mathcal{Y}_0^v \subseteq \mathcal{Y}^v$, чтобы T_0^v было максимальным и не превышающим t; $P_{41} : P\{T^v > t\}, P=0 \rightarrow P_{47},\ F_{42}$: сформировать такое $\mathcal{Y}_1^v \subseteq \mathcal{Y}^v$, чтобы T_1^v было минимальным и превышающим t ; A_{43} : вычислить θ^n; A_{44} : вычислить $T_0 = t + (\theta^n - \frac{v}{n} T_0^v - \frac{u-v}{n} t)$; A_{45} : вычислить $T_1 = T_1^v + (\theta^n - \frac{u}{n} T_1^v)$; $P_{46} : P\{T_1 > T_0\}, P=0 \rightarrow \mathcal{L}_{53}$;
$P_{47} : P\{\mathcal{Y}_0^v \neq \emptyset\}, P=0 \rightarrow \mathcal{L}_{38};\ H_{48} : \mathcal{Y}_0^v \Rightarrow J_j \in \mathcal{J}, j = w+1, w+2, \ldots, w+v;\ F_{49} : \mathcal{Y}^v := \mathcal{Y}^v - \mathcal{Y}_0^v;$
$\mathcal{L}_{50} : v := u - v;\ \mathcal{L}_{51} : w := w + v;\ \Pi_{52} : \rightarrow P_{35};\ \mathcal{L}_{53} : t := T_1^v;\ F_{54} : \mathcal{Y}_0^v := \mathcal{Y}_1^v;\ \Pi_{55} : \rightarrow H_{48}$;
$P_{56} : P\{\Gamma > T\}, P=0 \rightarrow Я_{58};\ \mathcal{L}_{57} : T := \Gamma;\ Я_{58}$: конец.

Операторная схема алгоритма [5] имеет следующий вид:

$\mathcal{L}_1$	$\mathcal{L}_2$	$\mathcal{L}_3$	$\mathcal{L}_4$	${}^{4,35,39}\mathcal{L}_5$	${}^{6,8,25}P_{6\downarrow 9}$
$\mathcal{L}_7$	$P_{8\downarrow 56}^{\uparrow 6}$	${}^{6}A_9$	$\mathcal{L}_{10}$	$P_{11\downarrow 14}$	$\mathcal{L}_{12}$
$P_{13\downarrow 26}$	${}^{11,13}\mathcal{L}_{14}$	${}^{14,18}A_{15}$	$P_{16\downarrow 19}$	$\mathcal{L}_{17}$	$P_{18\downarrow 26}^{\uparrow 15}$
${}^{16}H_{19}$	$P_{20\downarrow 22}$	$\mathcal{L}_{21}$	${}^{20,21}F_{22}$	$\mathcal{L}_{23}$	F_{24}
Π_{25}^{6}	${}^{13,17}\mathcal{L}_{26}$	F_{27}	$P_{28\downarrow 30}$	F_{29}	${}^{28,29}\mathcal{L}_{30}$

*) При формировании подмножеств может быть использован метод [7] .

$$H_{31} \quad F_{32} \quad \mathcal{L}_{33} \quad \mathcal{L}_{34} \quad {}^{34,52}P_{35\downarrow 5} \quad {}^{35,39}P_{36\downarrow 38}$$

$$P_{37\downarrow 40} \quad {}^{36,37,41}\mathcal{L}_{38} \quad P^{1,36}_{39\downarrow 5} \quad {}^{37}F_{40} \quad P_{41\downarrow 47} \quad F_{42}$$

$$A_{43} \quad A_{44} \quad A_{45} \quad P_{46\downarrow 53} \quad {}^{41,46}P_{47\downarrow 58} \quad {}^{47,55}H_{48}$$

$$F_{49} \quad \mathcal{L}_{50} \quad \mathcal{L}_{51} \quad \Pi^{35}_{52} \quad {}^{46}\mathcal{L}_{53} \quad F_{54}$$

$$\Pi^{41}_{55} \quad {}^{1}P_{56\downarrow 58} \quad \mathcal{L}_{57} \quad {}^{56}Я_{58}$$

Время T решения задач, распределенных по ЭМ УВС при помощи данного алгоритма, может оказаться не минимальным. Это объясняется тем, что на каждом шаге остаются нераспределенными такие задачи, которые на последующих шагах не всегда позволяют выделить для каждой ЭМ вычислительную работу с одним и тем же временем выполнения. Если предусмотреть анализ на несколько шагов вперед, то возможно, что T будет меньшим. Но при этом алгоритм может оказаться алгоритмом полного перебора, который практически применять не имеет смысла.

В результате применения алгоритма может быть построена таблица Ганта [8], в которой столбец слева содержит все ЭМ $J_j \in \mathcal{J}$. Каждый столбец с номером k означает k - й шаг (шаг начинается с оператора P_6 и заканчивается на операторе $\mathcal{L}_5$ или $\mathcal{L}_{57}$). На пересечении строки j и столбца k указывается последовательность задач, которые на шаге k назначаются для решения на ЭМ $J_j \in \mathcal{J}$.

Проиллюстрируем алгоритм на примере. Пусть $n = 5$, $L = 20$, а задачи имеют такие параметры (время решения и ранг), которые указаны в табл. I.

После применения алгоритма может быть получена таблица Ганта (табл. 2), Δ_k - время решения задач, распределенных на шаге k. Общее время решения

$$T = \sum_{k=1}^{5} \Delta_k = 132 .$$

Легко заметить, что

$$\mathcal{T} = 319, \qquad \theta^n = 31,1 .$$

Пусть T_m - минимальное значение T, которое устанавливается в результате полного перебора,

$$\tau = \frac{T - T_m}{T_m}, \qquad \vartheta = \frac{T - \theta^n}{\theta^n} .$$

Опыт по применению алгоритма показывает, что для τ и ϑ оценки математических ожиданий равны

$$\widetilde{M}\tau = 0,025; \qquad \widetilde{M}\vartheta = 0,25,$$

а эмпирические дисперсии -

$$\widetilde{D}\tau = 0,002; \qquad \widetilde{D}\vartheta = 0,03.$$

§ 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В ТЕРМИНАХ ТЕОРИИ ИГР

Сформулируем проблему распределения задач по элементарным машинам однородной универсальной вычислительной системы в терминах теории игр [6].

Имеется два "игрока": вычислительный центр (ВЦ), который эксплуатирует однородную УВС, и диспетчер, который снабжает ВЦ задачами различных рангов.

Однородная УВС состоит из n ЭМ, каждая из которых обладает интенсивностью отказов λ. Кроме того, имеется $1 \leq m \leq n$ восстанавливающих устройств; μ - интенсивность восстановления отказавших ЭМ в восстанавливающем устройстве.

Будем говорить, что ВЦ использует стратегию с номером $i \in E$, $E = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$, если для решения задач отводится i ЭМ. Распределение вероятностей по всему множеству стратегий

$$P = \| p_0, p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_n \|, \sum_{i \in E} p_i = 1,$$

будем называть с м е ш а н н о й стратегией (p_i - вероятность выбора стратегии $i \in E$).

В дальнейшем будем считать, что ВЦ выбирает стратегию $i \in E$, если имеется i исправных ЭМ. Следовательно, $\{p_i\}$, $i \in E$, будет стационарным распределением вероятностей состояний системы.

Допустим, что число элементов подмножества $\mathcal{J}^z \subseteq \mathcal{J}$, $z \in E$, $z \neq 0$, достаточно большое и такое, что могут быть сформиро-

Т а б л и ц а I

r \ I_i^r	I_1^2	I_2^3	I_3^2	I_4^5	I_5^5	I_6^2	I_7^4	I_8^1	I_9^2	I_{10}^3	I_{11}^1	I_{12}^5	I_{13}^2	I_{14}^3	I_{15}^4	I_{16}^1	I_{17}^1	I_{18}^4	I_{19}^3	I_{20}^1	I_i^r / T^r
I								I5			I2					I0	6			I05	I48
2	I5		7			52			30				2								I06
3		4								I8				I					2		25
4							9								I			3			I3
5				6	I7							4									27

Т а б л и ц а 2

J_j \ k	I	2	3	4	5
J_1	$I_4^5\ I_5^5\ I_{12}^5$	$I_7^4\ I_{15}^4\ I_{18}^4$	$I_2^3\ I_{10}^3\ I_{14}^3\ I_{19}^3$	$I_6^2\ I_{13}^2$	
J_2	$I_4^5\ I_5^5\ I_{12}^5$	$I_7^4\ I_{15}^4\ I_{18}^4$	$I_2^3\ I_{10}^3\ I_{14}^3\ I_{19}^3$	$I_6^2\ I_{13}^2$	
J_3	$I_4^5\ I_5^5\ I_{12}^5$	$I_7^4\ I_{15}^4\ I_{18}^4$	$I_2^3\ I_{10}^3\ I_{14}^3\ I_{19}^3$	$I_1^2\ I_3^2\ I_9^2$	I_{17}^1
J_4	$I_4^5\ I_5^5\ I_{12}^5$	$I_7^4\ I_{15}^4\ I_{18}^4$	$I_8^2\ I_{16}^2$	$I_1^2\ I_3^2\ I_9^2$	I_{11}^1
J_5	$I_4^5\ I_5^5\ I_{12}^5$	I_{20}^1	I_{20}^1	I_{20}^1	I_{20}^1
J_j / Δ k	27	I3	25	54	I3

Т а б л и ц а 3

n	I	2	3	4
P^*	{0,4; 0,6}	{0; 0,286; 0,7I4}	{0; 0,286; 0,063; 0,65I}	{0; 0,286; 0,063; 0,023; 0,628}
Π^*	{0,2; 0,8}	{0; 0,429; 0,57I}	{0; 0,I75; 0,38I; 0,444}	{0; 0,036; 0,277; 0,323; 0,364}
V	2,4	4,857	7,46	9,97I

ваны подмножества $\bar{\mathcal{J}}^z \subseteq \mathcal{J}^z$ с суммарным временем решения задач

$$\bar{T}^z = \sum_i t_i\ , \quad I_i \in \bar{\mathcal{J}}^z ,$$

удовлетворяющим условию

$$\bar{T}^z + O(\bar{T}^z) = \text{I единице времени} \qquad (2.I)$$

Здесь $O(\bar{T}^z)$ – бесконечно малая более высокого порядка малости, чем $\bar{T}^z$. Очевидно, что условию (2.I) легко удовлетворить, если за единицу времени взять величину ∇ такую, что $\nabla \gg t_i$ для каждой задачи $I_i \in \mathcal{J}$.

В дальнейшем под задачей будем понимать такие подмножества равноправных и независимых задач одного и того же ранга, суммарное время решения которых равно (близко к) единице времени. Следовательно, будем считать, что имеется множество

$$\mathcal{J} = \bigcup_{j=1}^{n} \mathcal{J}^j$$

такое, что для любой задачи $I_i \in \mathcal{J}^j$ и для любого $\mathcal{J}^j \subset \mathcal{J}$ время t_i = I единице времени.

Легко заметить, что допущения, сделанные в данном параграфе, практически выполнимы.

Будем говорить, что диспетчер выбрал стратегию с номером $j \in E$, если он направил для решения на УВС задачу ранга j . Смешанной стратегией диспетчера назовем

$$\Pi = \left\| \begin{matrix} \Pi_0 \\ \Pi_1 \\ \vdots \\ \Pi_j \\ \vdots \\ \Pi_n \end{matrix} \right\| , \qquad \sum_{j \in E} \Pi_j = 1 .$$

Матрица платежей вычислительному центру

$$C = \left\| \begin{matrix} c_{00} & c_{01} \dots & c_{0j} \dots & c_{0n} \\ c_{10} & c_{11} \dots & c_{1j} \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots \dots & \dots \dots & \dots \\ c_{i0} & c_{i1} \dots & c_{ij} \dots & c_{in} \\ \dots & \dots \dots & \dots \dots & \dots \\ c_{n0} & c_{n1} \dots & c_{nj} \dots & c_{nn} \end{matrix} \right\| . \qquad (2.2)$$

В матрице C каждая строка представляет стратегию ВЦ,а каждый столбец – стратегию диспетчера. Если ВЦ выбирает стратегию с номером i , а диспетчер – стратегию с номером j , то диспетчер "платит" ВЦ сумму c_{ij} , $i,j \in E$.

Если ВЦ применяет смешанную стратегию P , а диспетчер – смешанную стратегию Π , то средний платеж вычислительному центру составит

$$H = P\,C\,\Pi = \sum_{j=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} c_{ij}\, p_i\, \pi_j \ .$$

ВЦ имеет оптимальную смешанную стратегию P^* , а диспетчер – оптимальную смешанную стратегию Π^* , такие, что

$$P^* C\, \Pi \geq V \qquad \text{для всех} \quad \Pi ,$$

$$P\ C\, \Pi^* \leq V \qquad \text{для всех} \quad P ,$$

$$V = P^* C\, \Pi^* ,$$

или

$$V = \max_{P} \min_{\Pi} P\,C\,\Pi = \min_{\Pi} \max_{P} P\,C\,\Pi \ .$$

Пара $\{P^*, \Pi^*\}$ называется решением игры, а V – ценой игры.

Требуется определить решение и цену игры: ВЦ – диспетчер. Выпишем члены матрицы (2.2):

$$c_{ij} = \Delta(i-j)\,[\,j c_1 + (i-j)\, c_2\,] + \\ + \bar{\Delta}(i-j)\,[\,i c_2 + (j-i)\, c_3\,] \ ,$$

где

$$\Delta(\ell) = \begin{cases} \text{I при } \ell \geq 0, \\ 0 \text{ при } \ell < 0, \end{cases} \quad \bar{\Delta}(\ell) = \begin{cases} 0 \text{ при } \ell \geq 0, \\ \text{I при } \ell < 0, \end{cases}$$

c_1 – цена эксплуатации ЭМ УВС в единицу времени [9] (платеж вычислительному центру при решении задачи единичного ранга),

c_2 – величина штрафа, выплачиваемого диспетчером в единицу времени за одну простаивающую ЭМ,

c_3 – величина штрафа, выплачиваемого диспетчером в единицу времени, если номер его стратегии больше номера стратегии ВЦ на единицу, то есть, если $j = i+1$, $i, j \in E$.

Если $c_1 < c_3 < c_2$, то платежная матрица (2.2) не имеет седловых точек.

Применяя один из методов решения [6] , можно найти цену и решение рассматриваемой прямоугольной игры. Следует обратить внимание на то, что вычислительные трудности существующих методов в данном случае не являются препятствием к их практическому применению. В самом деле, для заданной УВС и для заданных c_1, c_2, c_3 требуется только один раз найти решение. Кроме того, это решение может быть найдено при помощи рассматриваемой УВС.

Варьируя, например, параметры μ, m , можно найти такое распределение вероятностей состояний системы $P = \| p_0, p_1, \dots, p_n \|$, которое будет достаточно близко к оптимальной смешанной стратегии $P^* = \| p_0^*, p_1^*, \dots, p_n^* \|$.

Диспетчер должен назначить задачи в соответствии с оптимальной стратегией Π^* .

В табл. 3 приведены оптимальные смешанные стратегии для ВЦ и диспетчера, цены V для систем, состоящих из I,2,3,4 ЭМ. $c_1 = 2$, $c_2 = 4$, $c_3 = 3$.

Видно, что чем меньше ранг задачи, тем меньше и вероятность ее назначения.

Таким образом, в работе приведен эвристический алгоритм распределения равноправных и независимых задач произвольного ранга по машинам системы. Алгоритм не связан с большими вычислительными трудностями и обеспечивает субминимальное время решения совокупности задач на УВС.

Сформулирована в терминах теории игр проблема назначения задач различных рангов по машинам УВС, имеющим вероятность отказа, отличную от нуля. Алгоритмом функционирования УВС в этом случае является обеспечение распределений вероятностей P^* и Π^*, которые находятся при помощи стандартных методов теории игр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э.В. ЕВРЕИНОВ, Ю.Г. КОСАРЕВ. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, "Наука", СО, 1966.
2. Ю.Г. КОСАРЕВ. Распараллеливание по циклам. – Вычислительные системы, Новосибирск, "Наука", СО, 1967, вып. 24, стр. 3-20.
3. В.Г. ХОРОШЕВСКИЙ. О двух классах однородных универсальных вычислительных систем. – Труды I Всесоюзной конференции "Вычислительные системы", Новосибирск, "Наука", СО, 1968, вып. I, стр. 70-84.
4. В.Г. ХОРОШЕВСКИЙ. Об алгоритмах распределения задач по ЭЦВМ. – Труды Сибирского физико-технического института им. В.Д. Кузнецова, Томск, Изд-во университета, 1965, вып. 47, стр. 29-34.
5. Н.П. БУСЛЕНКО. Моделирование сложных систем. М.,"Наука", 1968.
6. М. ДРЕШЕР. Стратегические игры. Теория и приложения. М., "Сов.радио", 1964.
7. E.S. PAGE. On Monte-Carlo methods in congestion problems: I. Searching for an optimum in discrete situations.- Operation Research, Virginia,1965,v.13,N 2,p.291-299.
8. Ю.С. ГОЛУБЕВ-НОВОЖИЛОВ. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М., "Сов. радио", 1967.
9. В.Г. ХОРОШЕВСКИЙ, Э.Г. ХОРОШЕВСКАЯ, Т.М. ГОЛОСКОКОВА. Расчет технико-экономических показателей однородных универсальных вычислительных систем высокой производительности. Данный сборник, стр. 38 – 60.

Поступила в редакцию
15. IУ. 1969 г.