

УДК 518.5:681.142.001.2

# ОПТИМИЗАЦИЯ КРИОТРОННОГО АВТОМАТА

В.К. Королев

Приводится расчет на ЭЦМ "Минск-2" оптимальных параметров автомата, реализованного в криотронной вычислительной среде.

## 1. Моделирование динамики автомата на ЭЦМ

В [1] приведены принципиальная схема и уравнения, описывающие динамику одного из криотронных автоматов. Основными параметрами, характеризующими работу автомата, являются:  $\alpha$  - коэффициент внутренней обратной связи,  $\beta$  - порог разрушения сверхпроводимости и  $\tau$  - постоянная времени автомата.

В цитируемой работе [1] приведено аналоговое моделирование уравнений автомата и исследовано влияние перечисленных параметров на динамическую оценку его надежности.

Встает задача об определении оптимальных значений параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\tau$ , при которых автомат обладал бы наилучшими динамическими качествами (например, быстродействием) при заданной оценке надежности.

При постановке задачи оптимизации возникают две трудности: первая - цифровое моделирование уравнений, вторая - формулировка подходящего критерия оптимальности. Трудность моделирования

уравнений криотронного автомата на ЭЦМ, как указывалось в [1], вызвана существенной нелинейностью системы и наличием трансцендентных уравнений, которые требуется разрешать на каждом шаге интегрирования. При выборе критерия оптимальности приходится приспосабливать требования, вызванные существом задачи, к имеющимся в наличии методам и программам оптимизации.

Для придания уравнениям автомата (система (18) в [1]) более удобного для нас вида несколько изменим обозначения. Фазовые координаты  $x_1$  и  $x_2$  будем обозначать  $y_1$  и  $y_2$ ; "конечные" переменные  $x_3, \dots, x_9$ , исключив  $x_6$  и  $x_{10}$  из двух последних уравнений, заменим на  $x_3, \dots, x_9$ . Далее, у функций  $\varphi_k$ , имеющих один и тот же вид, опустим индексы, параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\tau$  переименуем в  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ .

Записав конечные уравнения относительно "своих" переменных, приведем систему уравнений к виду (ср. с [2]):

$$z_1 = \frac{y_1 \varphi(1-y_1, y_1 - z_1)}{\varphi(\alpha, z_1) + \varphi(1-y_1, y_1 - z_1)},$$

$$z_4 = \frac{y_1 \varphi(1-y_1, y_1 - z_4)}{\varphi(\alpha, z_4) + \varphi(1-y_1, y_1 - z_4)},$$

$$z_5 = \frac{(1-y_1)[\varphi(\alpha, 1-y_1 - z_5) + \varphi(y_1, 1-y_1 - z_5)]}{\varphi(\alpha, z_5) + \varphi(y_1, z_5) + \varphi(\alpha, 1-y_1 - z_5) + \varphi(y_1, 1-y_1 - z_5)},$$

$$z_1 = \frac{y_2 \varphi(1-y_2, y_2 - z_1)}{\varphi(\alpha, z_1) + \varphi(1-y_2, y_2 - z_1)},$$

$$z_1 = \frac{y_2 \varphi(y_1, y_2 - z_1)}{\varphi(\alpha, z_1) + \varphi(y_1, y_2 - z_1)},$$

$$z_9 = \frac{(1-y_2)[\varphi(\alpha, 1-y_2 - z_9) + \varphi(1-y_1, 1-y_2 - z_9)]}{\varphi(\alpha, z_9) + \varphi(y_2, z_9) + \varphi(\alpha, 1-y_2 - z_9) + \varphi(1-y_1, 1-y_2 - z_9)},$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{1}{4x_3} \left\{ -x_1 \varphi(\alpha, z_1) + x_4 \varphi(\alpha, z_4) + z_5 [\varphi(\alpha, z_5) + \varphi(y_2, z_5)] \right\},$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \frac{1}{4x_3} \left\{ -x_1 \varphi(\alpha, z_1) + x_4 \varphi(\alpha, z_4) + z_9 [\varphi(\alpha, z_9) + \varphi(y_2, z_9)] \right\},$$

где

$$\varphi(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{если } u+x, v < x_2, \\ 0, & \text{если } u+x, v \geq x_2. \end{cases} \quad (2)$$

Начальные условия:  $y_1(0) = y_1^0$ ,  $y_2(0) = y_2^0$ .

Сделаем некоторые замечания относительно этой системы уравнений. Прежде всего, имея в виду проводить её интегрирование по методу Рунге-Кутты, аппроксимируем разрывную функцию  $\varphi(u, v)$  гладкой:

$$\varphi(u, v) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg k(u+x, v-x_2).$$

Выбирая коэффициент  $k$  достаточно большим, можно добиться сколь угодно близкой аппроксимации функции (2).

Система конечных уравнений в (I) распадается на 6 отдельных трансцендентных уравнений, каждое — относительно только одной переменной, что существенно облегчает задачу её разрешения. Нетрудно провести анализ уравнений, подставляя функцию (2) при фиксированных  $y_1$  и  $y_2$  (внешние воздействия  $\alpha_i = 1$ ,  $\bar{\alpha} = 0$  или  $\alpha = 0$ ,  $\bar{\alpha} = 1$ ). Мы приходим к выводу о существовании единственного решения для каждого из этих уравнений, корни которых будем находить по методу Вегстейна [3].

Заметим, что система (I) очевидным образом может быть записана вдвое короче, так как содержит аналогичные пары уравнений, различающихся некоторыми членами.

Что касается общего характера (I), то она представляет точную иллюстрацию того общего вида системы уравнений, который мы использовали при описании динамической системы в [2].

Для интегрирования (I) используется программа ПОД РУКУ из [2], для которой составляется нестандартный блок счета правых частей (ПОД SPZ).

Работа этой подпрограммы организуется следующим образом (см. блок-схему на рис. 1). Процедура собственно вычисления правых частей выделена в подпрограмму (N1), поскольку к ней приходится обращаться дважды (для двух аналогичных положений системы (I)). Из N1 осуществляется обращение ещё к двум: подпрограмме Вегстейна (WEG) — для счета  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  и подпрограмме ARK при вычислении  $\frac{dy_i}{dt}$ . Наконец, WEG обращается к под-

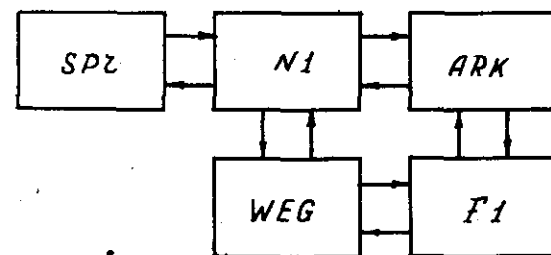


Рис. 1.

программе вычисления соответствующей функции (F1), которая, в свою очередь, использует ARK.

Такая организация процесса счета — с помощью "вложенных" подпрограмм — позволяет максимально сократить программу за счет использования стандартных блоков-подпрограмм.

Как показано в [1], автомат имеет две пары устойчивых состояний, являясь своего рода переключательным устройством, которое под действием внешних сигналов  $\alpha$  и  $\bar{\alpha}$  переключается из одного устойчивого состояния в другое. При определенных сочетаниях параметров  $x_1$  и  $x_2$  появляется пятое — "паразитное" — состояние равновесия. На рис. 2 — 5 приведены фазовые диаграммы автомата, построенные по результатам моделирования уравнений (I) на ЭЦМ "Минск-2". Комбинация параметров и внешних воздействий для этих четырех вариантов приведены в табл. 1.

Таблица 1

| N° | $x_1$ | $x_2$ | $x_3 (10^3 \text{ сек})$ | $\alpha$ | $\bar{\alpha}$ |
|----|-------|-------|--------------------------|----------|----------------|
| 1  | 0,25  | 0,75  | I                        | 0        | I              |
| 2  | 0,25  | 0,75  | I                        | I        | 0              |
| 3  | 0,25  | 0,40  | I                        | 0        | I              |
| 4  | 0,25  | 0,40  | I                        | I        | 0              |

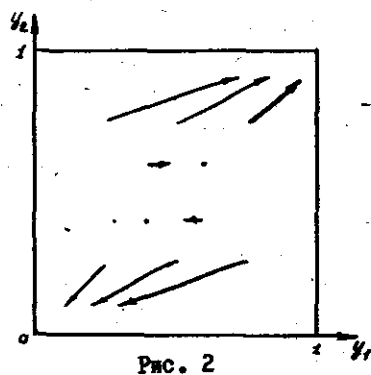


Рис. 2

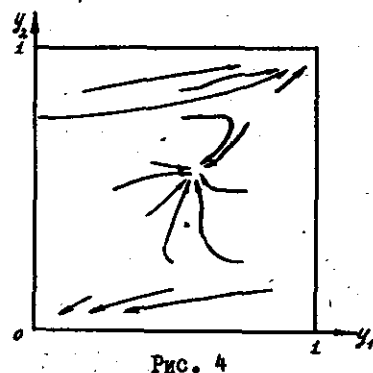


Рис. 4

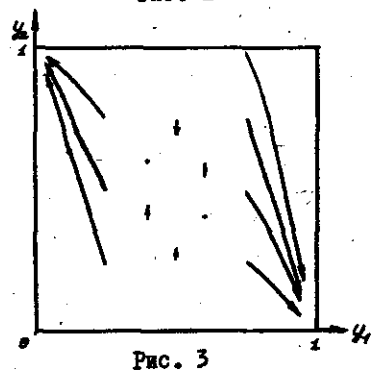


Рис. 3

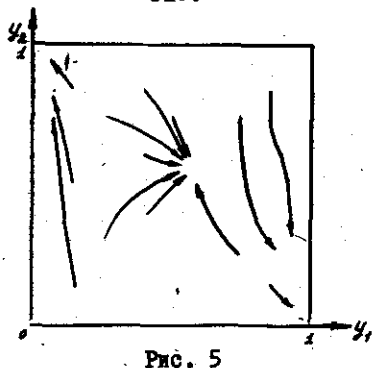


Рис. 5

## 2. Постановка задачи оптимизации и результаты счета

Для формулировки задачи оптимизации рассмотрим отдельную фазовую траекторию для какого-либо варианта, например I, и построим две осциллограммы переходных процессов, соответствующих этой фазовой траектории (рис. 6). Естественно считать за время переключения  $T$  то, в течение которого автомат переходит из заданной окрестности одного состояния в заданную окрестность другого (ср. с [4]).

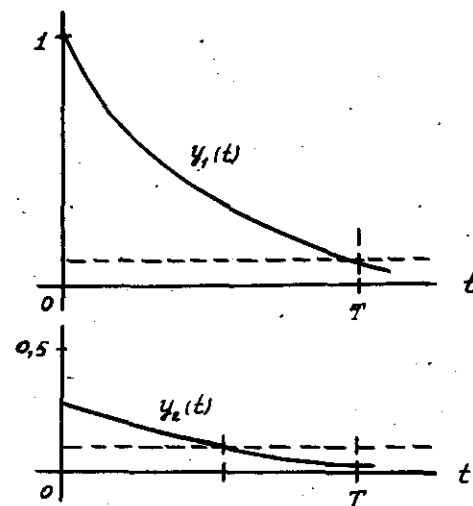


Рис. 6

Физически ясно, что если требовать от  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$  минимального отклонения (например, квадратичного) от своих предельных значений  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$ , то это косвенно будет требованием увеличения быстродействия автомата.

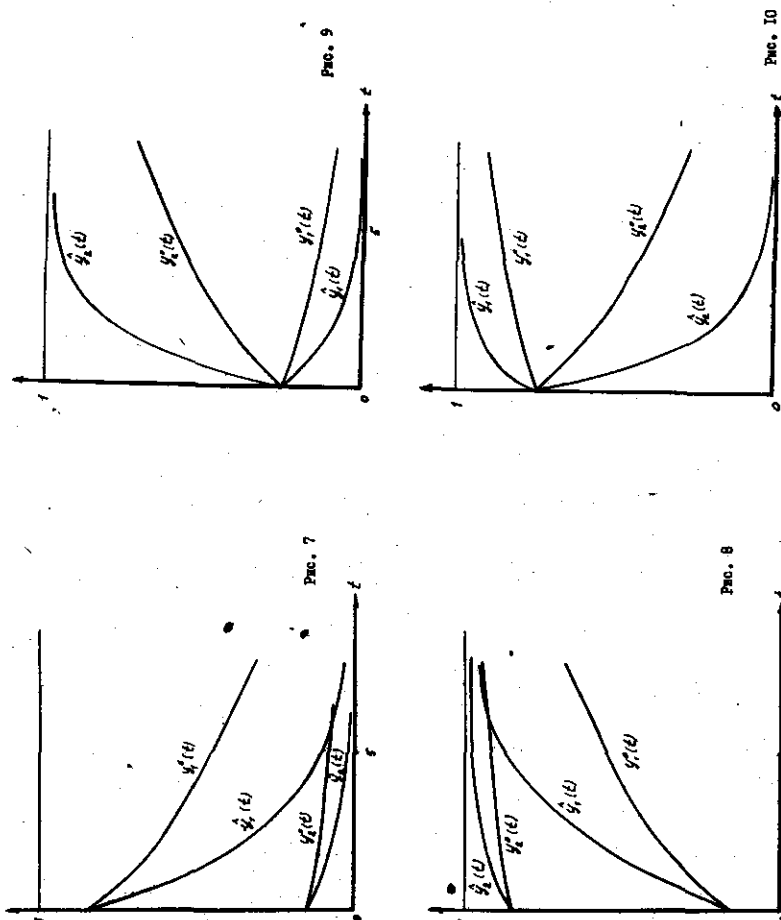
Таким образом, мы приходим к задаче минимизации функционала

$$S = \int_0^{t_N} [(y_1 - \bar{y}_1)^2 + (y_2 - \bar{y}_2)^2] dt, \quad (3)$$

где величина  $t_N$  выбирается заведомо большей априорного времени переключения  $T^0$ .

На параметры  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  накладываются двусторонние ограничения, вызванные физическими и технологическими требованиями, а также учитывающие результаты исследований на устойчивость (см. рис. 10 в [1]).

Итак, мы получаем задачу, аналогичную сформулированной в [2], с той лишь разницей, что функционал (3) содержит два слагаемых. Это обстоятельство потребовало лишь небольшого изменения программы ПОПАДИС.



Был проведен счет нескольких вариантов. Для ускорения счета использованы асимптотические свойства функции (2) при заданных ограничениях на параметры и фазовые переменные:

$$\varphi(u + x_i, v) = \begin{cases} 0, & \text{если } u = 0; \\ 1, & \text{если } u = 1. \end{cases}$$

В табл. 2 приведены исходные данные и результаты оптимизации для этих вариантов.

Т а б л и ц а 2

| $N^{\circ}$ | $x_1^{\circ}$ | $x_2^{\circ}$ | $x_3^{\circ}$ | $s^{\circ}$ | $\hat{x}_1$ | $\hat{x}_2$ | $\hat{x}_3$ | $\hat{s}$ |
|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| 1           | 0,25          | 0,75          | I             | 2,53        | 0,01        | 0,05        | 0,30        | 0,90      |
| 2           | 0,25          | 0,75          | I             | 2,52        | 0,01        | 0,05        | 0,40        | 1,07      |
| 3           | 0,25          | 0,75          | I             | 2,12        | 0,01        | 0,05        | 0,22        | 0,49      |
| 4           | 0,25          | 0,75          | I             | 2,12        | 0,01        | 0,05        | 0,19        | 0,48      |

Кривые переходных процессов показаны на рис. 7-10. Соответствие вариантов и фазовых диаграмм следующее: рис. 7 соответствует нижним траекториям рис. 2, рис. 8 - верхним; рис. 9 - левым траекториям рис. 3, рис. 10 - правым траекториям рис. 3.

По результатам счета видно, что все три параметра стремятся в процессе оптимизации к нижним пределам, причем постоянная времени сильнее других параметров влияет на быстродействие.

Задача предложена Б.М.Фомелем.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Б.М. ФОМЕЛЬ. Вопросы динамики асинхронных автоматов. - Вычислительные системы, Новосибирск, "Наука" СО, 1969, вып. 33.
2. В.К. КОРОЛЕВ. Применение методов квадратичного программирования для оптимизации параметров динамических систем. Динамический сборник.
3. Дж.Н. ЛАНС. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. М., ИЛ, 1962.
4. Г.Д. ГЕТЧЕЛ, Р.А. РОБЕР. Методы оптимального проектирования и синтеза переключаемых схем. - ТИИЭР, 1967, т. 55, № II.

Поступила в редакцию  
9. I. 1969 г.