

УДК 621.3.061: 681.142.353

**ФОРМАЛЬНЫЙ МЕТОД ЗАПИСИ
СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ДЛЯ КРИОТРОННЫХ АВТОМАТОВ ПО ИХ ЛОГИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ**

С.М.Ачсоева

Работе посвящено формализации процесса записи дифференциальных уравнений для криотронных схем асинхронных автоматов. Динамические процессы в таких автоматах изучались в [1, 2, 3].

Рассматриваются автоматы, реализованные в криотронной вычислительной среде по графу состояний или каноническим уравнениям [1]. Методы синтеза, разработанные в [4, 5, 6], используют матричную форму представления логических функций. Результатом синтеза является матрица инцидентий, состоящая из единиц и нулей, построенная либо по графу состояний (матрица Z), либо по каноническим уравнениям (матрица S) [6]. Матрица инцидентий полностью определяет конкретную схему, реализующую данный автомат в среде, благодаря чему можно непосредственно по матрице инцидентий записать уравнения Кирхгофа для криотронной схемы автомата, не вникая в саму схему.

Подобная операция, носящая формальный характер, состоит в преобразовании матриц и позволяет избежать трудоемкий для больших автоматов процесс составления и преобразования уравнений движения по контурам схемы и, что самое существенное, автома -

твировать этот процесс.

Таким образом, исследование криотронной схемы, реализующей автомат, удобно начать с логического описания автомата, т.е. с графа его состояний или канонических уравнений, и затем совершить формальный переход к уравнениям движения. Численное решение этих уравнений и последующий анализ характера фазовых траекторий дает возможность определить области устойчивости стационарных состояний автомата.

Характер дифференциальных уравнений криотронных автоматов

В статье имеются в виду автоматы без выходов; процессы переключения токов в цепях, соответствующих входным переменным не изучаются.

Асинхронный автомат, заданный графом состояний, реализуется в криотронной вычислительной среде каскадным способом; автомат, заданный каноническими уравнениями, — непосредственным способом [4,5]. Эти схемы описываются следующими системами дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} L\dot{X} &= \Phi_1(X, Y)X, \\ \Sigma\dot{Y} &= \Phi_2(X, Y)Y. \end{aligned} \quad (I)$$

Система (I) записана в векторной форме для безразмерных переменных, соответствующих токам в схеме, нормированным к току питания (в дальнейшем эти переменные будут называться токами); при этом использованы следующие обозначения:

$X = \|x_i\|$ ($i = 1, \dots, p$) — вектор токов в цепях обратной связи, компоненты его сопоставлены внутренним переменным автомата;
 $Y = \|y_j\|$ ($j = 1, \dots, s$) — вектор токов в цепях, реализующих конъюнкции.

$\Sigma = \|\sigma_{ij}\|$ ($i = 1, \dots, s; j = 1, \dots, s$) — диагональная матрица, ненулевые элементы которой являются индуктивностями в цепях с токами Y , нормированными к величине индуктивности сетки криотрона L_c ;

$L = \|l_{ij}\|$ ($i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, p$) — диагональная матрица, ненулевые элементы которой являются нормированными к L_c индуктивностями в цепях с токами X .

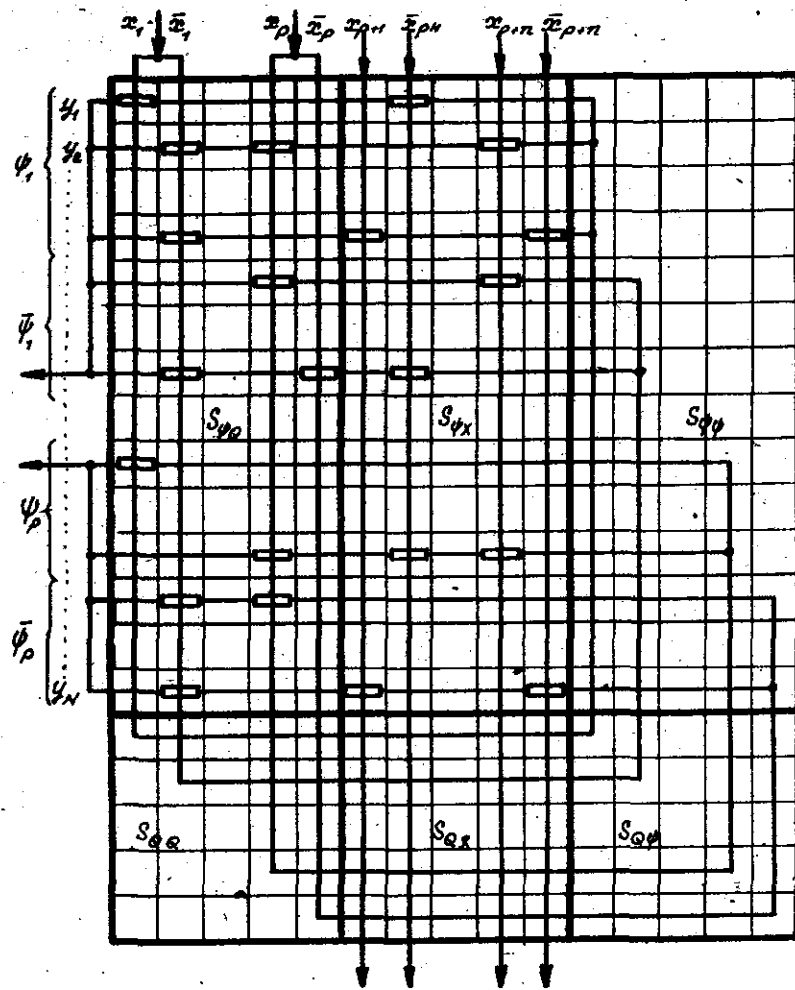


Рис. I

Порядок системы (I) легко определить либо по матрице инцидентий автомата, либо непосредственно по графу состояний или каноническим уравнениям.

С помощью рис. 1 нетрудно подсчитать количество узлов и ветвей в схеме, построенной по каноническим уравнениям, и по общей формуле "число ветвей - число узлов + 1" определить порядок системы дифференциальных уравнений для такой схемы:

$$m = N - p, \quad (2)$$

где N - суммарное число строк в подматрицах $S_{\psi q}$ и $S_{\psi x}$ или число конъюнкций в д.н.ф. всех функций и их отрицаний;

p - половина числа строк подматрицы $S_{\psi x}$ или число внутренних переменных.

Аналогичным подсчетом количества ветвей и узлов на рис. 2 определяется порядок системы (I) для схемы, построенной по графу состояний автомата:

$$m = M + p - 1, \quad (3)$$

где M - число строк в подматрице R_{cx} [6], или количество входных состояний, обозначенных на петлях графа;

p - половина столбцов подматрицы R_{cq} , или число промежуточных переменных.

В криотронных схемах автомата имеются контуры, содержащие индуктивности сеток криотронов и контуры без них. В каскадных схемах - $(M-h)$ контуров, не содержащих ℓ_c , где h - число столбцов в подматрице R_{cd} , или количество вершин в графе состояний. В схемах, полученных непосредственным способом, в контурах, реализующих д.н.ф., не содержится сеток криотронов, таких контуров $N-2p$.

Если предположить, что индуктивности контуров, не содержащих ℓ_c , много меньше, чем ℓ_c , т.е.

$$\sigma_{ii} \ll 1, \quad (4)$$

то криотронная схема автомата может рассматриваться как релаксационная система, в которой все процессы разделяются на "быстрые" и "медленные". "Медленными" являются процессы переключения токов в цепях, содержащих сетки криотронов, "быстрыми" - в цепях без них.

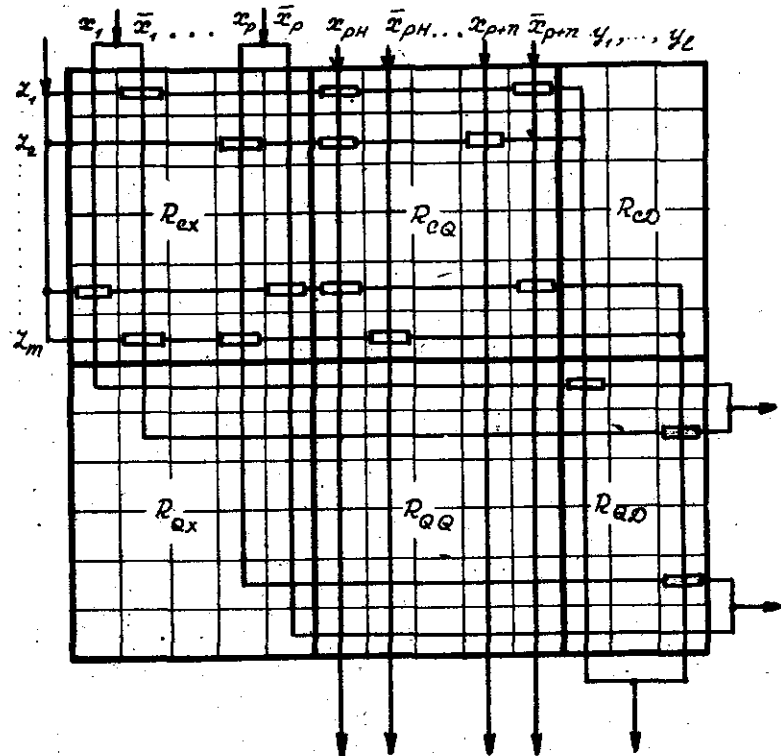


Рис. 2

Поскольку интерес представляет в основном "медленные" движения, то процессы переключения токов в схеме автомата можно изучать с помощью вырожденной системы уравнений, описывающей "медленные процессы", т.е. более низкого порядка по сравнению с (I) [8]. Вырожденная система получается из (I) при $\tau_{ii} = 0$. При этом для каскадных схем порядок (I) снижается до $(p+h-1)$, а для схем, реализованных непосредственным способом, до p .

Вырожденные системы имеют вид для схем с непосредственной обратной связью:

$$\begin{aligned} L\dot{X} &= \Phi_1(X, Y) \cdot X, \\ \Phi_2(X, Y) \cdot Y &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

Для каскадных схем:

$$\begin{aligned} L\dot{X} &= \Phi_1(X, Y, Z) \cdot X, \\ \hat{\Sigma} \cdot Y &= \Phi_2(X, Y, Z) \cdot Y, \\ \Phi_3(X, Y, Z) \cdot Z &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\hat{\Sigma}$ - часть матрицы Σ , для которой не выполняется условие (4), размерность $\hat{\Sigma}$ равна $(h-1) \times (h-1)$;

Z - вектор токов в контурах, не содержащих ℓ_c , размерность $(M-h)$.

Переход от канонических уравнений к дифференциальным

От матрицы инцидентий S , построенной по каноническим уравнениям автомата, осуществляется переход сразу к вырожденной системе уравнений вида (5), т.е. к системе, включающей в себя p дифференциальных и $(N-2p)$ трансцендентных уравнений. При этом исходными являются следующие матрицы:

1) S_{ψ} - матрица, объединяющая $S_{\psi a}$ и $S_{\psi x}$. Размерность S_{ψ} равна $N \cdot 2(p+n)$, где n - число входных переменных. Кроме того, будут использоваться матрицы S_{ψ_i} ($i = 1, \dots, N$), все элементы которых, кроме принадлежащих i -ой строке, равны 0. Элементы i -х строк матрицы S_{ψ} и S_{ψ_i} совпадают.

2) $S_{\psi a}$ - матрица размерностью $N \cdot 2p$.

3) $S_{\psi x}$ - матрица размерностью $N \cdot 2p$.

4) $\dot{X}$ - вектор токов, соответствующих $2p$ внутренним и $2n$ входным переменным и их отрицаниям, размерностью $2(p+n)$, компоненты этого вектора сопоставлены столбцам матрицы S_{ψ} (рис.1).

5) X - вектор токов, соответствующих только промежуточным переменным и их отрицаниям, размерность его $2p$.

$$6) \dot{X} = \frac{dX}{dt}.$$

7) Y - вектор токов в цепях, реализующих конъюнкции, размерностью N . Компоненты его поставлены в соответствие строкам матрицы S_{ψ} .

8) F - матрица сопротивлений криотронов в схеме размерностью $N \cdot 2(p+n)$. Элемент матрицы F равен:

$$f_{ij} = \|(s_{\psi})_{ij}\| \cdot (\arctg \frac{\gamma}{\pi} (x_j + \alpha y_i - \beta) + 0,5) \\ (i = 1, \dots, 2(p+n); j = 1, \dots, N),$$

где x_j - сеточный ток криотрона, y_i - вентиляльный ток, α, β, γ - параметры криотрона [4]. Кроме того, будут использоваться матрицы F_i ($i = 1, \dots, N$), все элементы которых, кроме принадлежащих i -ой строке, равны нулю. Элементы i -х строк матриц F и F_i совпадают.

9) $\Gamma, \Gamma_x, \Gamma_y$ - вспомогательные матрицы, состоящие из единиц и нулей.

Каждая внутренняя переменная и её отрицание реализуются в параллельно-последовательном контуре, изображенном на рис.3. В

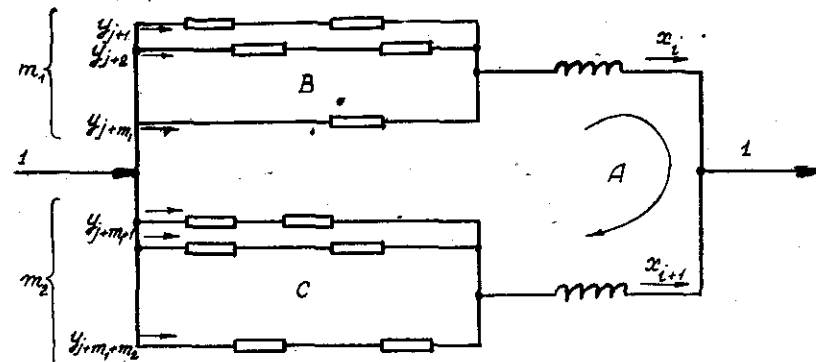


Рис. 3

ветвях этого контура, составляющих параллельные цепи B и C в соответствии с принятым условием (4) индуктивности не учитываются. Каждая из этих цепей заменяется эквивалентной ветвью с активным сопротивлением, определяемым по формуле:

$$P^m = (S_{\psi}^m)^T \left(\sum_{k=j-1}^{j+m_1+m_2} (F_k \cdot S_{\psi_k}^T)^{-1} S_{\psi}^m \right)^{-1} \quad (7)$$

где $m = 1, \dots, p$; матрицы с индексом m являются частями исходных матриц, соответствующими m -ой внутренней переменной.

$$4) \dot{X} = \frac{dX}{dt}$$
$$6) \dot{y} = \frac{dy}{dt}.$$

8) F^I , $F^{\bar{I}}$ - матрицы сопротивлений криотронов в I и во скадах стемы. Их элементы равны:

$$f_{ij}^I = (z_i)_{ij} \cdot (\arctg \frac{\gamma}{\pi} (x_j + \alpha z_i - \beta) + 0.5),$$

$$f_{jk}^{\bar{i}} = (z_{qD})_{jk} \cdot (\arctg \frac{1}{\pi} (y_k + dx_j - \beta) + 0.5).$$

Кроме того, будут использоваться матрицы $F_i^i (i=1, \dots, M)$, определенные так же, как R_c^i , и F_{op} соответствующая R_{op} .

9) $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_X, \Gamma_Z$ - вспомогательные матрицы, состоящие из единиц и нулей.

Первый каскад схемы, реализующей автомат по графу состояний, представляет собой параллельно-последовательную схему, изображенную на рис. 4. Каждая ветвь с током i_k может быть соеди-

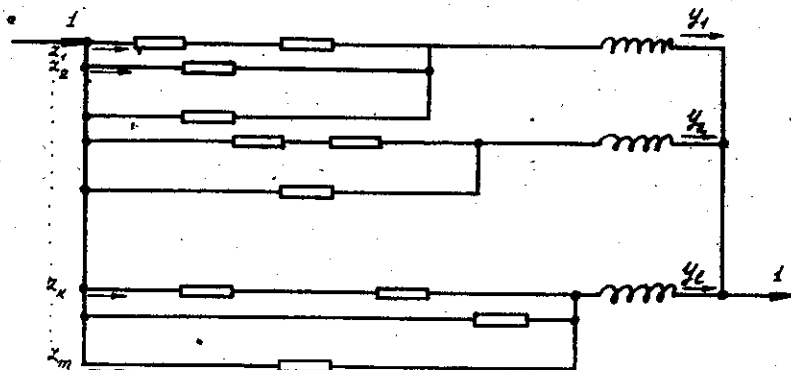
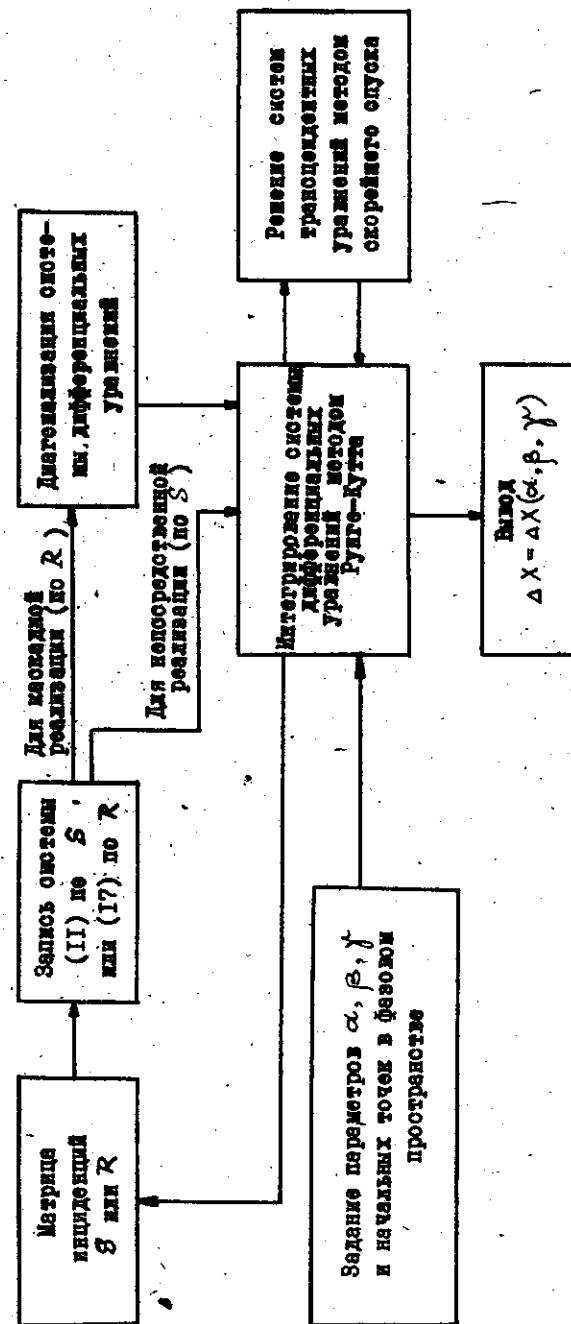


Рис. 4.



PNC, 6-

нена с группой параллельных ветвей, индуктивность которых по принятому условию (4) равна нулю. Параллельные ветви с токами x_i эквивалентны ℓ ветвям, обладающим активным сопротивлением.

Диагональная матрица этих сопротивлений получается следующим образом:

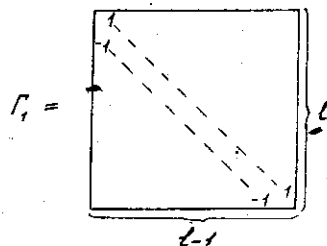
$$P = (R_{CD}^T (\sum_{i=1}^M F_i^T (R_{CD}^i)^T)^{-1} R_{CD})^{-1}, \quad (12)$$

где M — количество ветвей с токами x .

Дифференциальные уравнения для контуров с токами y и z запишутся таким образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^T (P y + R_{QD}^T \dot{y}) &= 0, \\ \Gamma_2^T (F^T z) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

где



Второй каскад схемы автомата состоит из P контуров вида рис. 5.

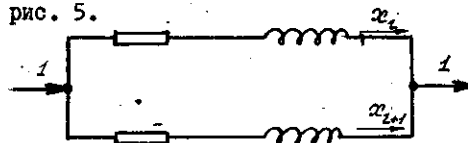


Рис. 5.

Дифференциальные уравнения для этих контуров совместно с (12, 13) и зависимостью между токами x , y и z составят полную систему

уравнений для каскадной схемы:

$$\Gamma_1^T ((R_{CD}^T (\sum_{i=1}^U F_i^T (R_{CD}^i)^T)^{-1} R_{CD})^{-1} y + R_{QD}^T \dot{y}) = 0;$$

$$\Gamma_2^T (F_{QD}^T x + R_{CQ}^T \dot{x}) = 0;$$

$$\Gamma_2^T (F^T z) = 0; \quad \varepsilon^T y = 1;$$

$$R_{CD}^T z = y; \quad \Gamma_x^T x = \varepsilon.$$

где матрицы Γ_z , Γ_x и ε совпадают по структуре с аналогичными матрицами из пункта 2.

Заключение

Формальный метод записи уравнений движения для криотронных схем автоматов используется в алгоритме анализа динамики таких схем на ЦМ. Блок-схема этого алгоритма дана на рис. 6. Исходной информацией об автомате является матрица инцидентий, в результате для заданных значений параметров α , β , γ [3] получается величина области устойчивости ΔX .

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Э.В. БРЕМНОВ, Ю.Г. КОСАРЬ. Вычислительные системы высокой производительности, Новосибирск, 1966.
2. Б.М. ФОМЕЛЬ. Динамика триггера в криотронной вычислительной среде. — Вычислительные системы, Новосибирск, Наука, 1967, вып. 26, стр. 107.
3. Б.М. ФОМЕЛЬ. Вопросы динамики асинхронных автоматов. — Вычислительные системы, Новосибирск, 1969, вып. 33, стр. 57.
4. С.М. АЧАСОВ. Исследование устойчивости криотронного автомата на ЦМ. — Вычислительные системы, Новосибирск, 1969, вып. 33, стр. 74.
5. О.А. БАНДМАН. Реализация автоматов в криотронной вычислительной среде. — Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, 1968, вып. 33, стр. 126.
6. О.А. БАНДМАН. Реализация автоматов в криотронной вычислительной среде по заданному графу состояний. — Вычислительные системы, Новосибирск, 1969, вып. 33, стр. 44.
7. О.А. БАНДМАН. Методы реализации автоматов в криотронной вычислительной среде. — Труды I межвузовской конференции по цифровым интегрирующим структурам и вычислительным средам. Таганрог, 1969 г.
8. А.А. АНДРОНОВ, А.А. ВИТТ и С.Э. ХАЙКИН. Теория колебаний, М., 1959.

Поступила в редакцию
10.П.1970 г.