

УДК 538.2:539.2I6.2

КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЕ  
ПЛОСКИХ КОЛЬЦЕВЫХ ПЕРМАЛЛОЕВЫХ ПЛЕНОК  
С КРУГОВОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Ю.Л. Данилевский, Б.П. Малых, А.А. Селезнев,  
Л.Н. Стерлихина, Г.И. Николаева

В работе [1] качественно было доказано существование кругового направления оси легкого намагничивания (ОНН) в кольце-вых пермалловых пленках, получаемых вакуумной конденсацией патров пермаллоя на плоскую стеклянную подложку в циркулярном магнитном поле. В данной статье излагаются результаты разработки экспериментальных методик перемагничивания, позволяющих получить количественные оценки поля анизотропии  $H_K$ , коэрцитивной силы  $H_c$  и т.д., а также результаты наблюдения доменной структуры пленок с круговой анизотропией ПКА в различных режимах перемагничивания.

§ I. Получение магнитных полей вращательной симметрии

При исследовании процессов намагничивания и перемагничивания ферромагнетиков пространственная конфигурация внешнего поля выбирается из условия обеспечения по возможности однородного намагничивания образца заданной геометрической формы с целью упрощения анализа результатов измерения.

Так, массивные торoidalные сердечники, как правило, исследуются в циркулярном магнитном поле [2]. Массивные образцы эллипсоидальной формы, пластины и стержни и, в частности, обычные пленки с одноосной анизотропией удобно изучать в пространственно-однородном магнитном поле, что позволяет получить информацию о таких важных средних параметрах, как поле анизотропии  $H_K$ , козерцитивная сила  $H_C$  и т.д. Это оказывается возможным благодаря тому, что для любых двух точек пленки величина и направление внешнего поля относительно усредненной по объему ОИН являются одинаковыми и теми же [3].

Однако в случае плоских кольцевых пленок с круговой анизотропией осуществить аналогичные условия намагничивания полностью не удается, ибо на получение желаемых конфигураций магнитного поля (в данном случае циркулярного и радиального) наложены ограничения, вытекающие из уравнений Maxwella. Для выяснения этих ограничений удобно ввести цилиндрическую систему координат  $(z, \varphi, x)$ , центр которой совпадает с центром симметрии пленочного образца, а ось  $z$  — с осью симметрии, перпендикулярной к плоскости пленки. В этой системе координат единственным требованием однородности намагничивания оказывается независимость компонент поля от угловой координаты  $\varphi$ , т.е. вращательная симметрия поля.

Условие вращательной симметрии приводит к тому, что циркулярное квазистатическое магнитное поле  $H_\varphi$  может быть получено либо с помощью осевого токопровода, либо с помощью плотной равномерной намотки вокруг сечения тороида. В то же время напряженность этого поля убывает обратно пропорционально расстоянию  $z$  от оси симметрии. При  $\alpha = R_i/R_b$ , значительно меньшем единицы ( $R_i$  — внутренний радиус пленочного образца, а  $R_b$  — внешний), радиальный градиент магнитного поля существенно оказывается на процессе перемагничивания.

Радиальное магнитное поле для перемагничивания вдоль оси трудного намагничивания (ОНН) можно получить однородным практическим по всей пленке, благодаря очень малой ее толщине (в отличие от массивных сердечников).

Известно, что всякое квазистатическое магнитное поле вращательной симметрии с отличной от нуля радиальной компонентой

4

$H_z$  может быть получено совокупностью круговых витков с током [4]. Но в то же времяineизбежно возникает аксиальная компонента поля. Чтобы устранить ее хотя бы в какой-либо плоскости, необходимо иметь две системы противоположно направленных круговых токов, симметричных относительно выбранной плоскости. Далее задача состоит в том, чтобы в этой плоскости радиальная составляющая поля имела необходимое распределение. Напряженность радиальной компоненты поля  $H_z(\rho)$  в плоскости  $z = 0$  для точки с координатой  $\rho$  в полярной системе координат рассчитывается по формуле [5]:

$$H_z(\rho) = \frac{2}{c} \int_0^{\infty} d\rho' \int_0^{2\pi} dx' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{j_\varphi(\rho', z') z' \rho' \cos \varphi'}{(\rho'^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \varphi' + z'^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

где  $j_\varphi(\rho, z)$  — заданная плотность тока в точке с координатами  $\rho$  и  $z$ .

Предположим, например, что плотность круговых токов задана выражением:

$$j_\varphi = I_0 \delta(z' - \alpha), \quad (2)$$

где  $\delta(z)$  — дельта-функция;  $I_0$  — поверхностная плотность тока в бесконечно тонких витках, расположенных в плоскости  $z = \alpha$  и равномерно распределенных в радиальном направлении. Подставив выражение (2) в формулу (1), получим:

$$H_{z0} = \frac{4\pi I_0}{c\rho} (\sqrt{\rho^2 + \alpha^2} - \alpha). \quad (3)$$

Из формулы (3) следует, что при  $\rho = 0$ ,  $H_{z0} = 0$  и  $\rho \rightarrow \infty$ ,  $H_z \rightarrow \frac{4\pi I_0}{c\rho}$ , т.е. с ростом  $\rho$  радиальная компонента поля стремится к постоянной величине. Например, при  $\rho = 10\alpha$  радиальная компонента составляет приблизительно 90% от асимптотического значения. Следовательно, для того, чтобы  $H_z$  в пределах пленки было искажено не более чем на 10%, поверхность с током должна находиться от плоскости пленки на расстоянии не более чем  $0,1 R_i$ . На практике радиальному компоненту поля можно создать с помощью плоской спиральной катушки с током (рис. I,a). Все компоненты магнитного поля, создаваемого спиральной катушкой, в общем случае не равны нулю. Однако если шаг спирали много меньше среднего радиуса катушки, то круговая состав-

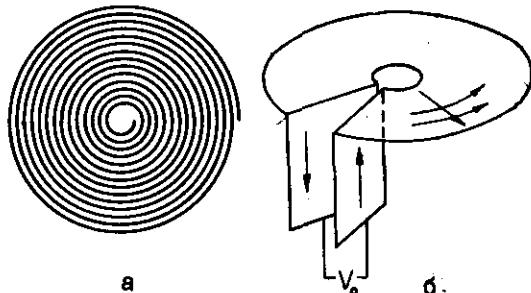


Рис. I. а) плоская спиральная катушка с током, б) плоское кольцо с радиальным разрезом .

ляющая поля практически всюду равна нулю, за исключением малого участка, сравнимого с шагом спирали вблизи оси симметрии. Для повышения однородности радиального поля  $H_z$  плотность токовых витков вблизи оси симметрии должна повышаться. Например, рассмотрим следующее распределение плотности тока:

$$j_\varphi = I_0 \delta(x - \alpha) \frac{\rho_o}{\rho} . \quad (4)$$

Такое распределение можно осуществить с помощью плоского тонкого кольца с током, к радиальному разрезу которого подводится постоянная разность потенциалов (рис. I,б). Действительно, распределение потенциала в кольце равно  $V = V_0 \varphi / 2\pi$ . Тогда плотность тока равна:  $j_\varphi = \frac{\sigma}{\rho} \frac{dV}{d\varphi} = \frac{\sigma V_0}{2\pi\rho}$ , где  $\sigma$  – проводимость материала витка. Подставляя выражение (4) в формулу (I), получаем:

$$H_{z1} = \frac{4\pi I_0 \rho_o}{c\rho \sqrt{\rho^2 + \alpha^2}} (\sqrt{\rho^2 + \alpha^2} - \alpha) . \quad (5)$$

Рассматривая совместно выражения (3) и (5), легко заметить, что соответствующим выбором параметров  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $\rho_o$ ,  $\alpha$  и  $c$ , можно добиться оптимальной однородности магнитного поля вблизи оси симметрии. Разлагая сумму  $H_{z0} + H_z$ , в ряд по обратным степеням  $\rho$ , получаем следующее выражение:

$$H_z = H_{z0} + H_{z1} = \frac{4\pi I_0}{c} \left( 1 - \frac{\alpha}{\rho} + \frac{\alpha^2}{4\rho^2} + \dots \right) + \frac{4\pi I_1}{c} \left( \frac{\rho_o}{\rho} - \frac{\rho_o \alpha}{\rho^2} + \dots \right) . \quad (6)$$

Если, далее, потребовать, чтобы линейные и квадратичные члены ряда по обратным степеням  $\rho$  отсутствовали, то между коэффициентами разложения (6) должна существовать связь:  $I_0 \alpha = I_1 \rho_o$ ,  $\alpha = 2\alpha$ . Тогда выражение для  $H_z$  примет вид:

$$H_z = 4\pi I_0 \frac{1}{c} \left( \sqrt{x^2 + 1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 4}} \right) , \quad (7)$$

где  $x = \frac{\alpha}{\rho}$ . Из формулы (7) следует, что уже при  $\rho = \alpha$  значение поля отличается от предельного всего на 3%.

Таким образом, комбинацией двух систем токов с постоянной и гиперболической плотностями можно получить достаточно однородное радиальное магнитное поле. Как показали измерения поля на модели, формула (7) подтверждается почти всюду, за исключением участков, непосредственно примыкающих к центру и внешнему краю модели, а также в секторе порядка  $10^0$  вблизи разреза.

Рассмотренные методы создания полей позволяют реализовать намагничивание и перемагничивание плоской кольцевой пленки с круговой анизотропией как вдоль ОЛН, так и вдоль ОТН. Этот набор полей достаточен для измерения основных параметров петли гистерезиса и кривой намагничивания.

## § 2. Экспериментальные установки для измерения параметров пленок с круговой анизотропией

Принципы получения циркулярного и радиального полей, описанные выше, легли в основу создания осциллографического метода наблюдения квазистатического перемагничивания пленок с круговой анизотропией.

В устройстве для перемагничивания ПКА вдоль ОТН (см. рис. 2) используется радиальное магнитное поле плоской спиральной катушки с током. Катушка намотана проводом ПЭЛ-0,07 мм и имеет внешний диаметр 2,4 см и внутреннее отверстие диаметром 0,1 см.

Для равномерного намагничивания пленочный образец 5 поме-

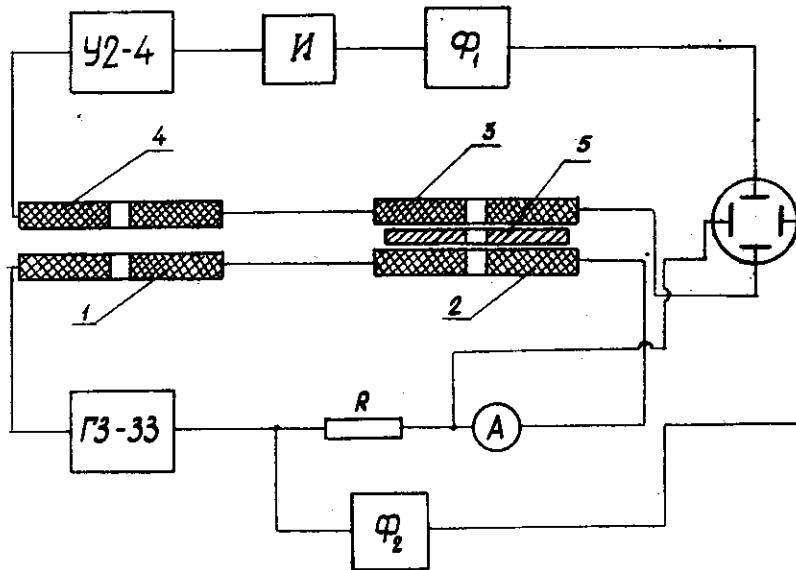


Рис. 2. Блок-схема устройства для наблюдения петель гистерезиса.

дается непосредственно на витки спиральной катушки 2 соосно с ней. С помощью идентичной катушки 3 улавливается сигнал перемагничивания с ПКА, который поступает в измерительный тракт, включающий в себя усилитель У2-4, интегрирующую  $\mathcal{I}$ , фазовращающую  $\Phi$ , цепочки и осциллограф. Измерительный тракт имеет частотную полосу пропускания от 50 Гц до 20 кГц, что позволяет наблюдать на экране осциллографа петли гистерезиса почти без искажений. Катушки 1,4, соединенные последовательно с катушками 2,3, служат для компенсации сигнала помехи по воздуху. Компенсация с достаточной точностью достигается перемещением катушки 4 в горизонтальной плоскости над катушкой 1 при отсутствии образца. Перемагничивание осуществляется с частотой 1 кГц от звукового генератора ГЗ-33. Напряжение с сопротивлением  $R$ , пропорциональное перемагничивающему полю, используется для горизонтальной развертки осциллографа. Фазовращатели  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  служат для коррекции фазы в каналах  $V$  и  $H$ .

Устройство для перемагничивания ПКА вдоль ОЛН в принципе

ничем не отличается от аналогичных устройств для торOIDальных массивных сердечников. В качестве перемагничивающей обмотки используется проводник, проходящий через центральное отверстие в подложке перпендикулярно ее плоскости. Реакция ПКА улавливается торOIDальной обмоткой вокруг сечения пленки. Число витков в обмотке в зависимости от геометрических размеров образца и толщины пленки менялось от нескольких до 50 витков. Для устранения сигнала помехи, однофазного с сигналом ПКА, предусмотрен регулируемый компенсационный виток, расположенный в зоне осевого проводника с током. Остальные узлы схемы ничем не отличаются от соответствующих узлов устройства для перемагничивания в радиальном поле.

Описанные устройства дают возможность наблюдать на экране осциллографа петли гистерезиса при различных режимах перемагничивания, частные циклы, получить основную кривую намагничивания, а также измерить поле анизотропии и коэрцитивную силу кольцевых пленок с круговой анизотропией. Для визуального наблюдения доменной структуры использовались магнитооптический эффект Керра и метод порошковых фигур. С помощью эффекта Керра исследовалось движение единичной круговой границы в циркулярном магнитном поле и определялась коэрцитивная сила смещения по напряженности магнитного поля в месте нахождения границы. Порошковые фигуры на поверхности кольцевых пленок наблюдались в темном поле зрения металлографического микроскопа МИМ-8. Кроме обычных, качественных наблюдений, производилось измерение координат точек между доменными границами в пленке с помощью окуляра с перекрестием, которое совмещалось с различными точками границы.

### § 3. Перемагничивание в циркулярном поле

Известно (см. [3]), что перемагничивание пленочного образца в виде круглого или прямоугольного пятна вдоль ОЛН начинается, как правило, с образования зародышей обратной намагниченности на краю пленки. Затем процесс перемагничивания происходит в два этапа: сначала  $180^\circ$ -е доменные границы, связанные с размагничивающими доменами у краев пленки, движутся в направ-

лении ОЛН, разбивая доменную структуру пленки на совокупность антипараллельно намагниченных доменов; на втором этапе в результате смещения междоменных границ вдоль ОЛН домены, намагниченные по полю, растут за счет противоположно намагниченных доменов (вплоть до их полного исчезновения).

Несколько иная ситуация возникает в ПКА, где нет полей рассеяния от краев, способствующих зародышеобразованию, за исключением всякого рода (внутренних) неоднородностей намагниченности. Такие ПКА представляют собой идеальный объект для изучения процессов образования зародышей обратной намагниченности внутри пленки.

В данной работе исследовались кольцевые пленки с круговой анизотропией состава 80% Ni, 20% Fe и толщиной порядка 2000 Å с внутренним и внешним диаметром 0,1 и 0,8 см, соответственно.

Процесс перемагничивания ПКА качественно выглядит следующим образом. Под действием возрастающего циркулярного поля на внутреннем крае предварительно замагниченного вдоль кругового направления образца возникают зародыши обратной намагниченности серповидной формы (рис. 3, а). Как показывают наблюдения на порошковых фигурах, число зародышей мало. На исследованных об-

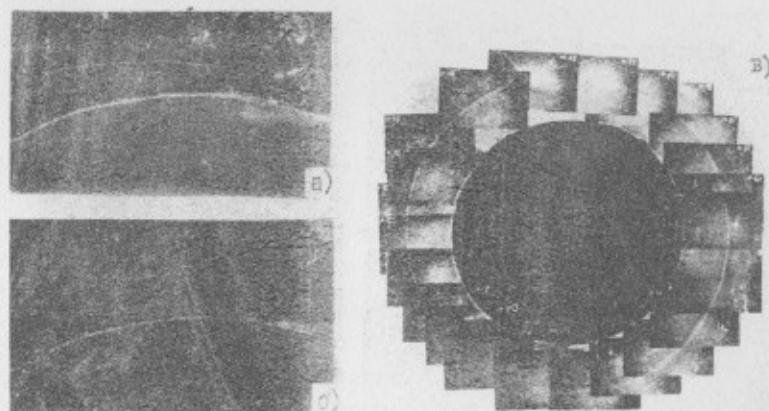


Рис. 3. Процесс формирования круговой границы: (а) и (б) – образование и рост зародыша перемагничивания; (в) – скачкообразное возникновение круговой границы.

разах чаще всего наблюдались один-два зародыша. При дальнейшем увеличении напряженности область обратной намагниченности растет в основном вдоль ОЛН (рис. 3, б). Этот рост заканчивается обычно скачком, в результате которого формируется круговая 180°-я доменная граница (рис. 3, в).

Процессы зародышеобразования в данном случае затруднены не только из-за отсутствия полей рассеяния на краю, но и вследствие уменьшения толщины пленки вблизи внутреннего края. Это уменьшение является результатом эффекта затенения испарителя осевым токопроводом при вакуумном осаждении [6]. Если на внутреннем крае толщина пленки  $D$ , то на расстоянии порядка диаметра токопровода толщина возрастает до  $2D$  и далее практически не меняется. Поэтому на внутреннем крае образуется барьер большей козрцитивной силы, что препятствует образованию областей обратной намагниченности. И хотя напряженность магнитного поля спадает при удалении от оси токопровода, процесс перемагничивания может начинаться не от внутреннего края пленки, где напряженность поля максимальна, а от зародышей перемагничивания, расположенных на более отдаленных участках. На некоторых пленках круговая граница возникает после перемагничивания внутренней части пленки одним большим скачком Барклигаузена. При этом скачкообразно возникшая граница обычно находится в начале равномерной толщины пленки. Однако отдельные низкокозрцитивные образцы почти полностью перемагничиваются одним большим скачком. Для изучения движения круговой границы в таких пленках зародыши перемагничивания создавались локально на внутреннем крае либо неоднородным полем витка, плотно охватывающего магнитопровод, либо дополнительным затухающим переменным циркулярным полем.

Как показывают наблюдения на магнитооптической установке, после формирования кругового фронта дальнейшее перемагничивание происходит посредством смещения единичной круговой 180°-й границы вдоль ОЛН (рис. 4) [7]. Такое движение становится возможным благодаря уменьшению напряженности магнитного поля с расстоянием от оси симметрии.

Если в процессе смещения граница встречает какой-либо дефект, то на этом участке пленки она задерживается и деформируется, но затем при дальнейшем увеличении поля необратимым скач-

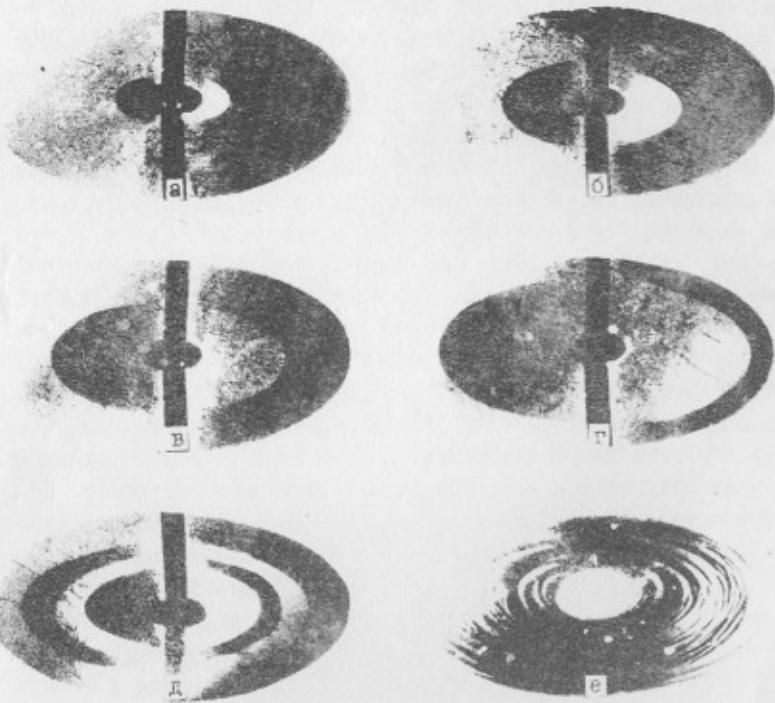


Рис. 4. Доменная структура в пленке с круговой ОЛИ: а, б, в, г, - смещения круговой границы под действием возрастающего циркулярного магнитного поля; д- доменная структура, полученная последовательным изменением полярности и величины циркулярного поля; е - доменная структура, возникающая при снятии радиального поля.

ком преодолевает препятствие, снова принимая приблизительно круговую форму. Необратимость процесса перемагничивания вдоль ОЛН наглядно проявляется в том, что кольцевая доменная структура сохраняется после выключения поля, а не "склонывается" к оси симметрии, как это должно быть в случае обратимого смещения границ. Наличие гистерезисных потерь подтверждается также осциллографированием петли гистерезиса на установке, описанной выше.

На рис. 5 представлены частные циклы гистерезиса при пе-



Рис. 5. Частные циклы (а-д) и предельная петля гистерезиса (е) при перемагничивании вдоль ОЛН.

ремагничивании ПКА в циркулярном поле. Эти циклы являются типичными для всех исследованных образцов. Анализ основной кривой намагничивания и зависимости гистерезисных потерь от амплитуды перемагничивающего поля позволяют сделать следующие выводы: во-первых, пленка перемагничивается расширяющимся кольцевым фронтом по мере увеличения амплитуды циркулярного поля, и, во-вторых, локальные кольцевые участки пленки перемагничиваются по прямоугольной петле гистерезиса с коэрцитивной силой  $H_c$ .

Измерение коэрцитивной силы смещения проводилось двумя способами: осциллографированием петли гистерезиса, согласно проекту стандартов [8], и расчетом напряженности циркулярного поля в месте нахождения круговой границы, расстояние которой от оси определялось визуально на магнитооптической установке. С точностью до ошибок результаты измерения  $H_c$  этими двумя независимыми путями совпали между собой. Результаты измерения  $H_c$  для серии образцов приведены в таблице. (См. стр. 14).

#### § 4. Оценка энергии междоменной границы

Относительно простая доменная структура с одной междоменной границей, возникающей при перемагничивании в циркулярном поле, привлекает внимание возможностью получить более точную информацию о характеристиках магнитной структуры.

Так, в работе [7] была установлена линейная связь между изменением намагченности и радиусом движущейся круговой гра-

ници и, кроме того, была экспериментально оценена поверхность плотность граничной энергии  $\gamma$ . Эта оценка была выполнена

Таблица

| № пленок | Циркулярное поле $H_c$ , а/см | Однородное поле $H_c$ , а/см | Радиальное поле $H_k$ , а/см |
|----------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 4        | 0,28                          | 0,60                         | 3,3                          |
| 5        | 0,21                          | 0,56                         | 3,5                          |
| 10       | 0,30                          | 0,60                         | 3,5                          |
| 20       | 0,75                          | 0,96                         | 3,8                          |
| 8        | 1,00                          | 1,30                         | 3,8                          |
| 27       | 1,10                          | 1,26                         | 4,6                          |
| 18       | 0,70                          | 1,00                         | 4,0                          |
| 7        | 0,94                          | 1,20                         | 3,5                          |
| 12       | 0,54                          | 0,90                         | 3,5                          |

на в предположении равенства сил упругого давления границы и давления эффективного магнитного поля, равного разности внешнего магнитного поля и коэрцитивной силы. Именно из этого равенства следует линейная зависимость между величиной тока  $I$  в осевом проводнике и радиусом кривизны границы  $R$ :

$$R = \frac{0.2 I}{H_e} - \frac{\gamma}{2M_s H_e}, \quad (8)$$

где  $M_s$  — намагниченность насыщения. Экспериментально были получены завышенные значения по сравнению с известными литературными данными, что теоретически объясняется влиянием внешнего поля на доменную границу. Однако только этим нельзя объяснить завышенные значения величины  $\gamma \sim 10 \text{--} 20 \frac{322}{\text{ам}^2}$  для толщины пленок  $\sim 2000 \text{ \AA}$ , так как при расчете принималось  $H_k = H_c$ , что не соответствует значениям  $H_k$  и  $H_c$ , полученным из опыта (см.табл. I).

В настоящей работе приводятся результаты уточненных измерений величины  $\gamma$  (ср. с работой [7]), причем был выполнен статистический анализ всех ошибок. Для измерения отби-

рались только те образцы, у которых колышевая форма междоменной границы сохраняется в процессе движения без заметного искажения (рис. 4). На рис. 6 приведены результаты измерений ра-

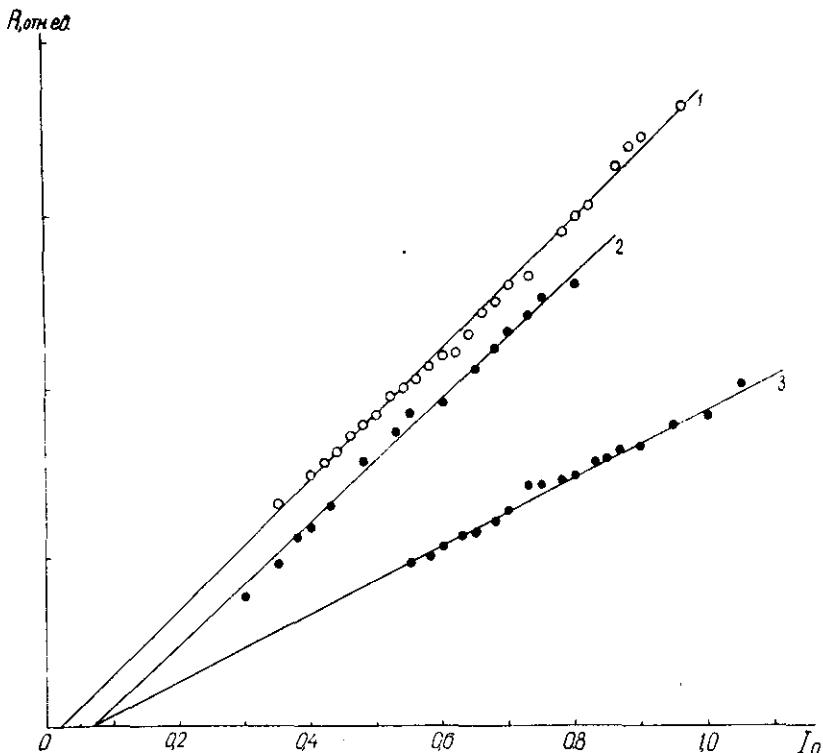


Рис. 6. Зависимость радиуса кривизны границы от тока в осевом проводнике.

диуса кривизны колышевой границы в зависимости от величины тока для трех образцов одинаковой толщины, но с различными  $H_c$ . Значение радиуса кривизны определялось из соотношения  $R = \sqrt{S/\pi}$ ,

где  $S$  — экспериментально определяемая площадь перемагниченного кругового домена. Подбор параметров  $\alpha$  и  $\beta$  в линейной функции  $R = \alpha I - \beta$ , изображающей данную экспериментальную зависимость, осуществлялся по методу наименьших квадратов [9]. Как показал сравнительный анализ, при определении радиуса кривизны

из соотношения  $\sqrt{\frac{S}{H}}$  экспериментальные точки лучше ложатся на прямую (разброс в коэффициентах  $\alpha$  и  $\beta$  меньше), чем при определении радиуса кривизны, как среднего арифметического для нескольких измерений под различными азимутальными углами [7]. Уменьшение разброса происходит благодаря тому, что отпадает необходимость определять точку отсчета радиуса кривизны.

Если принять намагниченность насыщения  $M_s = 800$  гаусс, то для исследованных образцов получится значение  $\gamma = 6 \cdot 18 \frac{322}{64^2}$ . Относительные ошибки измеренных величин  $\gamma$  колеблются от 30 до 50% и складываются из двух источников: аппаратурного, связанного с точностью измерения площади, и структурного, связанного с отклонениями формы круговой границы от точной окружности из-за неоднородностей магнитной структуры пленки. Первый источник дает не более 10% ошибок, а оставшаяся часть (20-40%) определяется неоднородностями в пленке. Найденные экспериментальные значения  $\gamma$  мало отличаются от данных в работе [7] и в 2-4 раза превышают теоретические оценки для плотности энергии границ типа Блоха и Нееля, вычисленные для пермаллоевых пленок толщиной 1000-2000 Å с учетом размагничивающих полей [10, II].

Полученные высокие значения граничной энергии можно качественно объяснить, помимо учета влияния внешнего поля, следующим образом. Как видно из рис. 3, круговая доменная граница очень четко видна при толщине пленки порядка 2000 Å, что не совпадает с известными результатами по наблюдению зависимости структуры границы от толщины пленки [II]. В этой же работе было показано, что без выполнения специальных условий граница между доменами при толщине свыше 1000 Å не должна быть видна с помощью порошковой техники. Четкая картина в нашем случае говорит о большой плотности магнитных зарядов, создаваемых на границе с меняющейся кривизной из-за неоднородностей в магнитной структуре. (Как указывалось выше, граница только в среднем имеет форму окружности). Энергия этих зарядов в целом может привести к увеличению плотности граничной энергии.

## § 5. Перемагничивание в радиальном поле

В данном случае поле действует перпендикулярно ОЛН, поэтому движение вектора намагниченности происходит главным образом процессом вращения. Результаты осциллографирования петель гистерезиса в этом режиме представлены на рис. 7. Отсутствие гистерезиса у частных циклов перемагничивания при амплитудах поля, достигающих почти  $0,5 H_k$ , указывает на обратимый характер процесса. Этот факт находит свое подтверждение и при визуальном наблюдении доменной структуры с помощью эффекта Керра; контраст между темными и

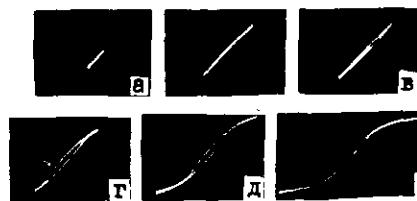


Рис. 7. Раскрытие петель гистерезиса с ростом амплитуды радиального поля.

светлыми участками колцевых доменов монотонно и обратимо меняется в некоторых пределах изменения напряженности радиального поля. Если же напряженность поля превышает некоторую величину, приблизительно равную  $0,5 H_k$ , процесс перемагничивания становится необратимым, о чем свидетельствуют как существование многодоменной структуры, возникшей после размагничивания в радиальном поле (рис. 4, e), так и появление гистерезиса при осциллографировании процесса перемагничивания.

При анализе измерений  $H_k$  необходимо принять во внимание магнитное поле объемных ( $\nabla \cdot M \neq 0$ ) и поверхностных магнитных зарядов, возникающих при повороте вектора намагниченности из циркулярического направления в радиальное. Размагничивающее поле  $H_s$ , создаваемое этими зарядами, рассчитано в работе [12]. Здесь следует отметить существенное различие размагничивающих полей ПКА и обычных пленок с одноосной анизотропией. В то время, как при когерентном вращении намагниченности в обычных пленках направление размагничивающего поля меняется, а величина его (в рассматриваемой точке) остается постоянной, в колцевых пленках поворот намагниченности в радиальном направлении вызывает возникновение размагничивающего поля, направлен-

ного только по радиусу и изменяющегося в зависимости от величины радиальной компоненты вектора  $\vec{M}$ .

Равновесное распределение намагниченности в кольцевой пленке при суммарном действии внутренних и внешних полей может быть найдено из условия минимума полной магнитной энергии  $E$ , равной

$$E = E_k + E_H + E_s ,$$

где  $E_k$  – энергия анизотропии,  $E_H$  – энергия во внешнем магнитном поле,  $E_s$  – энергия размагничивающего поля.

Используя известные выражения для  $E_k$ ,  $E_H$  и  $E_s$  (например, [3]), а также результаты расчета в работе [12], после приравнивания вариации энергии нулю получим следующее интегральное уравнение для распределения намагниченности в пленке:

$$\sin \varphi(\rho) = \frac{h(\rho)}{1+q} + \frac{q}{(1+q)\mathcal{D}^2} \int_0^\infty \sin \varphi(\rho') \rho' d\rho' K(\rho, \rho') , \quad (9)$$

где

$$K(\rho, \rho') = \mathcal{D} \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda l}) j_1(\lambda \rho) j_1(\lambda \rho') dl ,$$

$\varphi(\rho)$  – угол между намагниченностью  $\vec{M}$  и ОМН в плоскости пленки в точке с радиальной координатой  $\rho$ ;

$$h(\rho) = \frac{H(\rho)}{H_k} < 1$$

– радиальное магнитное поле, измеренное в единицах  $H_k$ ,  $q = \frac{4\pi M_s}{H_k}$ ,  $\mathcal{D}$  – толщина пленки,  $j_1(\lambda \rho)$  – функция Бесселя.

При выводе интегрального уравнения предполагается, что радиальные размеры пленки не ограничены, т.е.  $R_i = 0$  и  $R_o \rightarrow \infty$ . Решение уравнения (9) можно найти с помощью стандартного Фурье-преобразования [13]:

$$\sin \varphi(\rho) = \int_0^\infty d\mu \left[ \frac{j_1(\rho\mu) j_1(\rho'\mu)}{1+q-q \frac{1-e^{-\lambda\mu}}{\mathcal{D}\mu}} \right] \int_0^\infty h(\rho') \rho' d\rho' . \quad (10)$$

В некоторых предельных случаях этот двойной интеграл легко вычисляется:

$$\sin \varphi(\rho) = h(\rho) \quad \text{при } \mathcal{D} = 0 ,$$

$$\sin \varphi(\rho) = \frac{h(\rho)}{1+q} \quad \text{при } \mathcal{D} \rightarrow \infty .$$

Следовательно, как и ожидалось, в очень тонких пленках при измерении  $H_k$  искажений из-за магнитных зарядов нет, а в толстых – они могут быть очень большими. Рассмотрим случай  $h = \text{const}$ . После интегрирования по  $\rho'$  для  $\sin \varphi$  получим выражение:

$$\sin \varphi = h \int_0^\infty \frac{j_1(\rho\mu)}{1+q-q \frac{1-e^{-\lambda\mu}}{\mathcal{D}\mu}} \cdot \frac{d\mu}{\mu} . \quad (11)$$

Для выполнения дальнейшего интегрирования удобно ввести следующую аппроксимацию:

$$\frac{1}{1+q-q \frac{1-e^{-\lambda\mu}}{\mathcal{D}\mu}} \approx \frac{1}{1+q} + \frac{q}{1+q} e^{-\frac{q\mathcal{D}\mu}{2}} \quad (12)$$

Подставляя (12) в (11), получаем

$$\sin \varphi(\rho) = \frac{h}{1+q} + h \frac{q}{1+q} \cdot \frac{\sqrt{(\frac{q\mathcal{D}}{2})^2 + \rho^2} - \frac{q\mathcal{D}}{2}}{\rho} . \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что при  $\rho \gg \frac{q\mathcal{D}}{2}$  влияние объемных магнитных зарядов практически исчезает. Следовательно, при регистрации магнитного потока  $\Phi$  плоской спиральной катушкой с магнитопленочного образца радиуса  $R_b \gg \frac{q\mathcal{D}}{2}$  систематическая ошибка в измерении  $H_k$  незначительна. Теперь, используя выражение (13), оценим влияние объемных зарядов количественно:

$$\Phi = \frac{1}{R_b} \int_{R_b}^{R_o} \sin \varphi(\rho) d\rho = \frac{H}{H_k} \left[ \frac{1+q f(\lambda)}{1+q} \right] ,$$

где  $\lambda = \frac{q\mathcal{D}}{2 R_b}$ ;  $f(\lambda) = \sqrt{1+\lambda^2} - \lambda - \lambda \ln \frac{\sqrt{1+\lambda^2} + \lambda}{2\lambda}$ .

Следовательно, относительное, кажущееся, увеличение равно:

$$\Delta H_k = \frac{H_k \varphi \Phi - H_k}{H_k} = \frac{q(1-f(\lambda))}{1+qf(\lambda)} .$$

Рассмотрим пример:  $4\pi M_s = 10000$  гаусс,  $H_k = 5$  эрстед,  $R_b = 0,5$  см,  $\mathcal{D} = 2000$  А. Тогда  $q = 2000$ ,  $\lambda = 0,04$ ,

$$f(\lambda) \approx 1 - \pi \ln \frac{1}{2\lambda} \approx 0,9 \quad \text{и} \quad \Delta H_k \approx 0,11.$$

Итак, если измерение  $H_k$  проводить в соответствии с принятым стандартом [8] по начальной проницаемости в направлении ОТН, то в случае кольцевых пленок необходимо иметь в виду, что фактически измеряется  $H_{k\text{эфф}}$ , превышающее истинное значение  $H_k$  на величину внутреннего размагничивающего поля. Результаты измерения  $H_{k\text{эфф}}$  для ряда образцов приведены в таблице (§ 3).

Для снятия критической кривой перемагничивания вдоль круговой ОЛН прикладывалось перемагничивающее поле, а в направлении ОТН — постоянное поле. На рис. 8 приведены осциллограммы петель гистерезиса при возрастании радиального поля от 0 до  $8 \text{ A/cm}$ . Соответствующая критическая кривая перемагничивания (рис. 9) сильно отличается от астроиды, являющейся критической кривой перемагничивания для модели вращения. Нижняя точка экспериментальной кривой совпадает с квадратичной силой смещения круговой

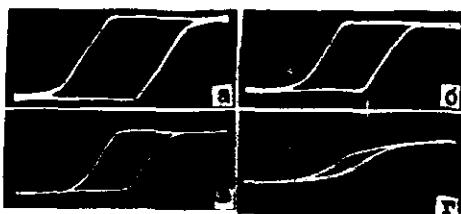


Рис. 8. Перемагничивание в циркулярном поле в присутствии постоянного радиального поля: а -  $H_z = 0$ ; б -  $H_z = 0,28$ ; в -  $H_z = 0,56$ ; г -  $H_z = 1,75$  (A/cm).

границы, положение же верхних точек фиксируется с большим разбросом около значения, близкого к  $H_k$ . Полученные результаты показывают доминирующий характер процессов смещения при квазистатическом перемагничивании вдоль ОЛН и возрастание доли процессов вращения по мере увеличения амплитуды радиального поля, что согласуется с данными для цилиндрических и обычных одноосных пленок [14].

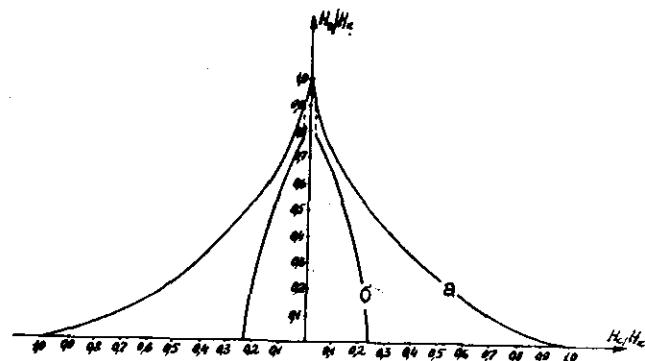


Рис. 9. Критическая кривая перемагничивания: (а) — теоретическая; (б) — экспериментальная.

### § 6. Перемагничивание в однородном поле

В данном режиме перемагничивания ориентация внешнего поля по отношению к локальному направлению ОЛН в различных точках пленки изменяется от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Поэтому некогерентное вращение намагниченности в процессе перемагничивания неизбежно вызывает возникновение объемных и поверхностных зарядов, размагничивающие поля которых являются источником доменообразования. Следовательно, на определенной стадии перемагничивания процесс смещения границ между доменами становится определяющим. Заведомо конкурирующий характер процессов смещения и вращения в данном режиме перемагничивания представляет как теоретический, так и практический интерес.

Естественно начинать изучение с анализа модели локального вращения. Для этого рассмотрим схему кольцевой пленки на рис. 10. Ось  $x$  направим вдоль витков обмотки, равномерно покрывающих пленку; при этом вектор нормали  $\vec{n}$  к плоскости съемных витков совпадает с осью  $y$ . Однородное перемагничивающее поле  $\vec{H}$  направлено под углом  $\psi$ , отсчитываемым от оси  $x$ .

Пусть рассматриваемая точка  $P$  имеет угловую координату

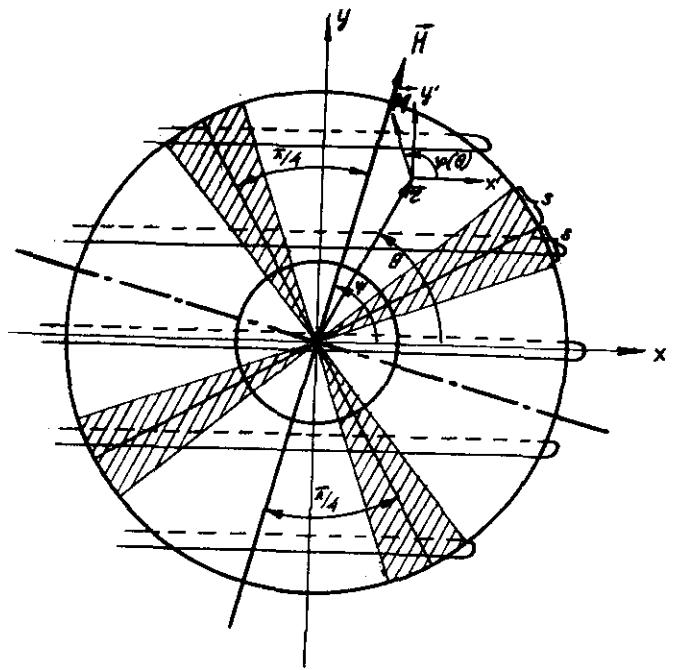


Рис. 10. Схема перемагничивания ПКА в однородном поле.

$\theta$ , а  $\varphi(\theta)$  - угол между вектором  $M$  и осью абсцисс в точке  $P$ . Исходя из предположения, что свойства пленки в радиальном направлении не меняются, будем характеризовать точки пленки только угловой координатой. Плотность энергии намагниченности во внешнем поле с учетом анизотропии равна

$$E = K \cos^2(\varphi - \theta) - MH \cos(\varphi - \psi). \quad (14)$$

Первая вариация по  $\varphi$  дает уравнение для расчета распределения намагниченности в пленке:

$$-\frac{1}{2} \sin 2(\varphi - \theta) + h \sin(\varphi - \psi) = 0. \quad (15)$$

Вторая вариация дает условие устойчивости:

$$-\cos 2(\varphi - \theta) + h \cos(\varphi - \psi) > 0. \quad (16)$$

Если обмотка вокруг пленки намотана плотно, то суммирование потоков через отдельные витки можно заменить интегрированием. Далее, поскольку в рассматриваемой модели распределение намагниченности зависит только от угла в полярной системе координат, то интегрирование по радиусу дает константу, следовательно, нормированный к единице поток через съемные витки рассчитывается по формуле:

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin \varphi(\theta) d\theta. \quad (17)$$

Из уравнения (15) следует, что

$$\varphi = \theta + P(\psi - \theta), \quad (18)$$

причем  $P(u)$  удовлетворяет уравнению

$$\sin P(u) \cos P(u) - h \sin(P(u) - u) = 0. \quad (19)$$

Из соображений симметрии относительно направления перемагничивания следует, что

$$\Phi(\psi) = \sin \psi \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad \Phi\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(u - P(u)) du. \quad (20)$$

Итак, для расчета петли гистерезиса по формуле (20) необходимо из уравнения (19) найти функцию  $P(u)$ . Для значений поля  $h = 0, 1/2, \infty$  функция  $P(u)$  вычисляется сравнительно просто. При  $h = 0$  из уравнения (19) имеем  $P(u) = m \frac{\pi}{2}$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Однако условию устойчивости (16) удовлетворяют лишь четные значения:  $m = (0, \pm 2, \pm 4, \dots)$ . Простые вычисления дают:

$$\Phi\left(\frac{\pi}{2}\right)|_{h=0} = \pm \frac{\pi}{2}. \quad (21)$$

Очевидно, что при  $h \rightarrow \infty$   $P(u) \rightarrow u$ . Из (20) следует, что

$$\Phi\left(\frac{\pi}{2}\right)|_{h \rightarrow \infty} = 1. \quad (22)$$

При  $h = \frac{1}{2}$  уравнению (19) удовлетворяют две функции:

$$P_1(u) = \frac{(2m+1)\pi+u}{3} \quad \text{и} \quad P_2(u) = 2m\pi - u \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Однако проверка на устойчивость показывает, что  $P_1(u)$  справедливо для  $0 < u < \frac{\pi}{2}$  при  $m = 0, \pm 3, \pm 6$ . При  $m = 2, 5, 8, \dots, -1, -4, -7$  решение  $P_1(u)$  неустойчиво для  $0 < u < \frac{\pi}{2}$ . Для остальных  $m$  решение  $P_1(u)$  устойчиво при  $-\frac{\pi}{2} < u < \frac{\pi}{2}$  и неустойчиво для  $0 < u < \frac{\pi}{2}$ . Решение  $P_2(u)$  устой-

чило для  $\frac{\pi}{4} < u < \frac{\pi}{2}$ . В соответствии с указанными свойствами функции  $P(u)$  простые вычисления по формуле (20) приводят к следующим двум значениям потока:

$$\Phi_1 = \frac{2}{\pi} \left( \frac{3\sqrt{3}}{4} \right) \quad \text{и} \quad \Phi_2 = \frac{2}{\pi} \left( 1 - \frac{3\sqrt{3}}{4} \right). \quad (23)$$

В малой окрестности  $h = 0$ , разлагая уравнение (19) в ряд, имеем:

$$P(u) \approx m\pi + (-1)^m h \sin u. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (20), получаем:

$$\Phi = \pm 2/\pi + h/2 \quad \text{при} \quad h \ll 1. \quad (25)$$

При  $h \gg 1$  из уравнения (19) имеем:

$$P(u) = u - \frac{1}{2h} \sin 2u. \quad (26)$$

Подставляя (26) в (20), получаем:

$$\Phi = 1 - \frac{1}{16\pi h^2} \quad \text{при} \quad h \gg 1 \quad (27)$$

При полях  $\frac{1}{2} < h < 1$  одно из значений потока соответствует скачкам вектора намагниченности из положения неустойчивого равновесия в устойчивое при величинах

$$h = (\sin^{2/3} u + \cos^{2/3} u)^{-3/2}.$$

Поэтому интеграл (20) для ветви решения, соответствующего необратимым скачкам, удобно представить в виде трех слагаемых:

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{4}-s} \cos(u - P_-(u)) du - \int_{\frac{\pi}{4}+s}^{\frac{\pi}{2}+s} (u - P_+(u)) du + \right. \\ & \left. + \int_{\frac{\pi}{4}-s}^{\frac{\pi}{4}+s} \cos(u - P_-(u)) du \right], \end{aligned} \quad (28)$$

где  $P_-(u)$  и  $P_+(u)$  являются двумя ветвями решения уравнения (19), причем  $P_-(u)$  соответствует неперемагниченной части пленки, а  $P_+(u)$  — перемагниченной. Угол  $s$  определяет величину перемагниченного сектора пленки (рис. 10) и вычисляется из уравнения:

$$h = \left[ \sin^{2/3} \left( \frac{\pi}{4} - s \right) + \cos^{2/3} \left( \frac{\pi}{4} - s \right) \right]^{-3/2}, \quad (29)$$

причем  $s$  меняется от нуля до  $\frac{\pi}{4}$ .

Вблизи  $h = \frac{1}{2}$  функции  $P_-(u)$  и  $P_+(u)$  можно считать приближенно-совпадающими соответственно с  $P_2(u)$  и  $P_1(u)$  для поля  $h = \frac{1}{2}$ . Тогда расчет по формуле (28) дает:

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \left[ \left( 1 - \frac{3\sqrt{3}}{4} \right) + \sqrt{3}s \right] \approx \frac{2}{\pi} \left( -\frac{3\sqrt{3}}{4} + 1 + \frac{5\sqrt{3}}{2} \sqrt{(2h)^{2/3} - 1} \right). \quad (30)$$

Выражение (30) позволяет получить значение козерцитивной силы из условия

$$\Phi|_{h=h_0} = 0.$$

Выполняя простые вычисления, получаем:

$$h_0 = 0,56 \quad \text{или} \quad H_c^0 = 0,56 H_k. \quad (31)$$

Для обратимого движения намагниченности вблизи  $h = \frac{1}{2}$  имеем:

$$P(u) \approx \frac{u}{3} + \frac{2}{3} \operatorname{tg} \frac{2u}{3} (h - \frac{1}{2}), \quad (32)$$

откуда для потока получается следующий результат:

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{3\sqrt{3}}{4} + (h - \frac{1}{2}) 10,45 \right]. \quad (33)$$

Вблизи  $h = 1$  для расчета обратимой ветви петли можно воспользоваться асимптотикой (26), а необратимую ветвь построить, экспонентируя результат при  $h = \frac{1}{2}$ , учитывая условие слияния обеих ветвей решения при  $h = 1$ . Таким образом, соотношения (21, 22, 23, 27, 30, 31, 33) дают возможность построить петлю гистерезиса для пленки с круговой анизотропией в однородном магнитном поле, исходя из модели ложачинного вращения вектора намагниченности в поле анизотропии и внешнем однородном магнитном поле. Результаты построения показаны на рис. II, а. Для сравнения на рис. II, б приведена типичная петля гистерезиса для одного из образцов. Хотя и наблюдается внешнее сходство обеих петель, однако результаты измерения козерцитивной силы  $H_c$  в однородном поле для ряда образцов, приведенные в таблице (см. стр. 14), свидетельствуют о том, что  $H_c = (0,2 \pm 0,3) H_k$ , т.е. примерно в два раза меньше расчетной величины (31).

Качественное объяснение такому различию дают магнитооптические наблюдения доменной структуры при перемагничивании. На рис. 12 представлена доменная структура, возникающая после снятия поля с зигзагообразной междоменной границы, расположенной вдоль направления поля. Возникновение этой границы нетрудно по-

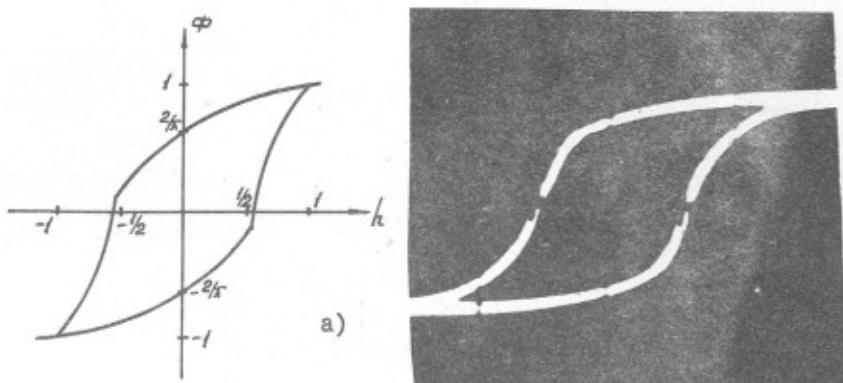


Рис. II. Петли гистерезиса ПКА в однородном поле; а - из модели вращения; б - экспериментальная.

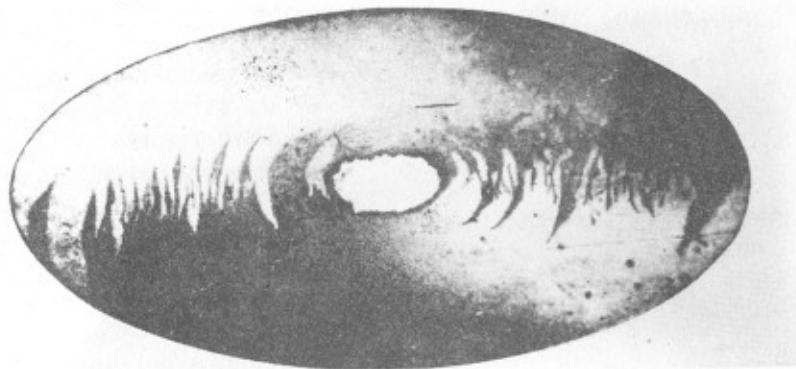


Рис. 12. Доменная структура после снятия однородного поля.  
Нить на основе рассмотренной выше модели. Действительно, из-за симметрии процесса перемагничивания относительно направления поля линия симметрии при  $h = 0$  является линией магнитных по-

лосов, магнитные поля которых приводят к появление зигзагообразной границы. При дальнейшем перемагничивании отдельные клиновидные участки зигзагообразной границы растут, приводя к размагничиванию всей пленки при значениях поля, меньших  $0,56 H_c$ . Естественно, что в таком режиме зоны перемагничивания под углом  $45^\circ$ , схематически показанные на рис. 10, не существуют.

О сложности процесса перемагничивания в пространственно однородном магнитном поле свидетельствует наблюдаемое с помощью эффекта Керра колебательное движение кольцевой доменной структуры, предварительно созданной циркулярным полем (рис. 13, а). При наложении слабого переменного поля круговые границы колеблются в направлении, перпендикулярном полю. Рис. 13, б пред-

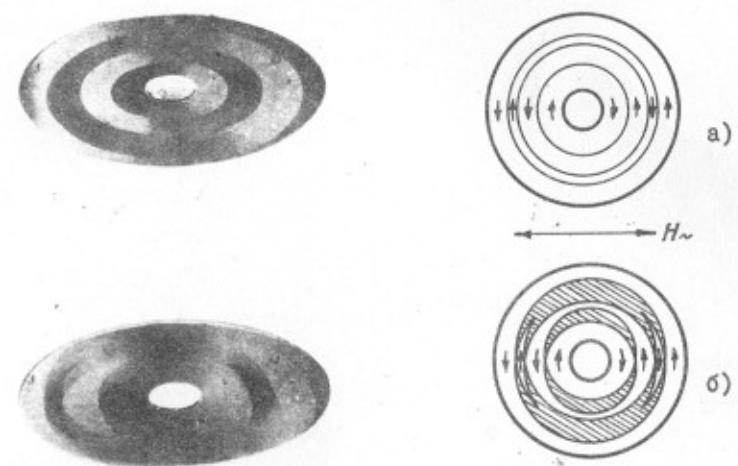


Рис. 13. а - колебания кольцевых границ в однородном поле;  
б - схема, иллюстрирующая образование серповидных доменов (заштрихованы перемагничающиеся участки пленки).

ставляет схему этого явления и объясняет существование неподвижных серповидных участков, расположенных вдоль трудной оси, совпадающей с направлением поля. Из этого же рисунка видно, что при колебательном движении центрального кольца образуется ал-

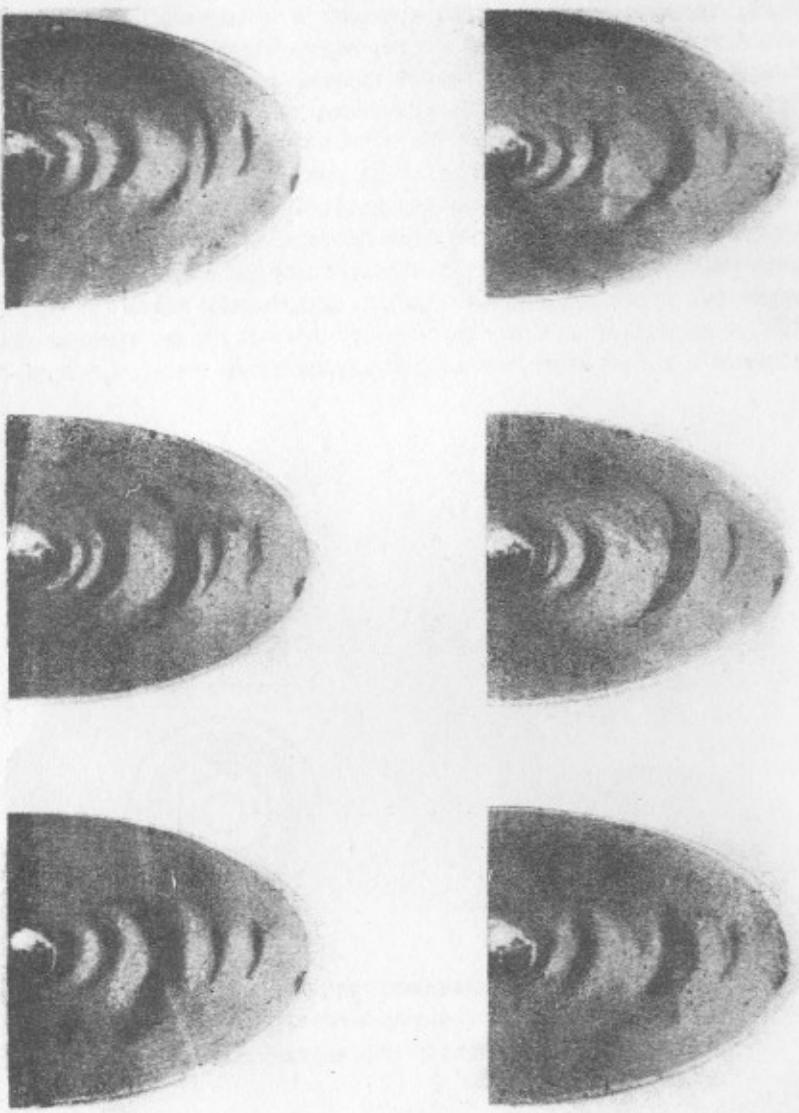


Рис. 14

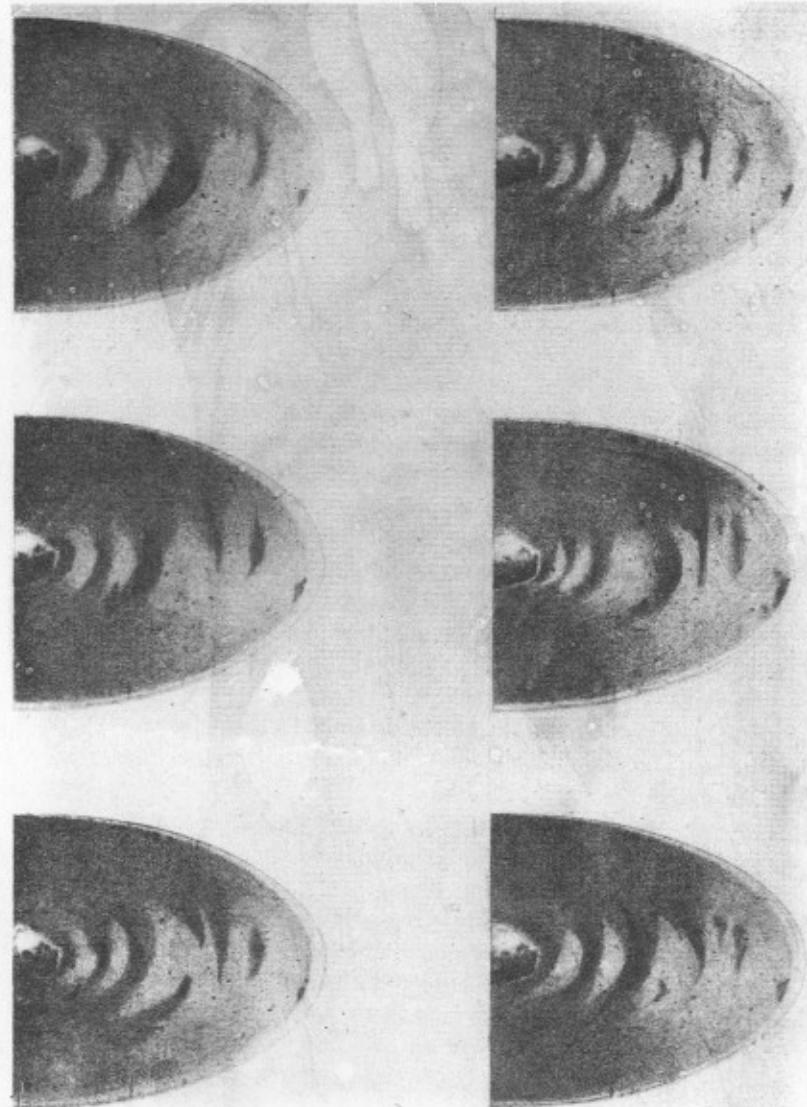


Рис. 14 (продолжение)

клиновидная фигура, вытянутая вдоль той же оси. Именно такая картина наблюдалась визуально (рис. 13, а).

При дальнейшем увеличении поля происходит сползание серповидных участков в радиальном направлении, так как в месте их расположения переменное поле перпендикулярно ОДН. На одних образцах они двигаются к центру пленки, на других - к ее внешнему краю; имеются образцы, на которых серповидные участки могут двигаться в обе стороны в зависимости от частоты и величины внешнего поля. На месте уединенных границ возникают новые, так что вся картина в целом периодически повторяется с частотой, значительно меньшей частоты перемагничивания. Это обстоятельство позволило снять на кинопленку процесс периодического сползания границ с целью более точной фиксации деталей движения доменов. Кадры из кинофильма приведены на рис. 14; при этом кадр I (9) показывает состояние пленки, принятое за исходное. Частота перемагничивающего поля, направленного по горизонтальной оси, составляет около 1 килогерца, частоты съемки - примерно 10 кадров в секунду. В скобках указаны номера кадров на кинопленке, что позволяет оценить интервал времени между кадрами. На фотографиях можно проследить образование клиновидных участков доменов вблизи внешнего края пленки, их замыкание и образование кольцевых участков, появление темных и светлых серповидных участков посередине пленки и их дальнейшее движение к центру пленки. На некотором расстоянии от внутреннего края пленки серповидные участки перестают наблюдаться, и видно лишь сползание кольцевых участков к центру. Процесс от начала возникновения клиновидного участка на кадре 2 (12) до исчезновения образованного им "кольца" на кадре 12 (33) занимает примерно 2 секунды.

Приведенное чисто качественное описание показывает, что процесс перемагничивания в однородном поле имеет довольно сложный характер. Для количественного описания периодического сползания границ требуется более детальные исследования.

#### Заключение

Полученные в данной работе результаты отражают наиболее существенные закономерности формирования доменной структуры и

движения междоменных границ при квазистатическом перемагничивании ПКА в различных по амплитуде и направлению полях и позволяют сделать следующие выводы.

1. При перемагничивании вдоль ОДН процесс перемагничивания в силу неоднородности циркулярного поля осуществляется смещением единичной круговой 180-градусной границы от внутреннего края пленки.

2. Контролируемость положения круговой границы и управляемость ее движением указывают на возможность использования ПКА для реализации функциональных элементов вычислительной техники.

3. Простота кольцевой доменной структуры позволяет не только определить квазирадиальную силу смещения, но и оценить энергию междоменной границы.

4. При радиальном намагничивании в режиме вращения, как и в обычных одноосевых пленках, существование дисперсии намагнченности проявляется в возникновении серповидных доменов после выключения поля.

5. В отличие от обычных пленок в ПКА при отклонении вектора намагнченности от ОДН появляются не только поверхностные, но и объемные заряды. Возникающее при этом размагничивающее поле направлено по радиусу, и его величина зависит от угла отклонения от ОДН. Вследствие этого при экспериментальном определении  $H_k$  фактически определяется эффективное поле анизотропии. Так, учет только объемных зарядов при толщине пленки 2000 Å приводит к увеличению  $H_k$  на 10%. Кроме того, размагничивающее поле создает возвращающий момент, который увеличивает угол обратимого вращения по сравнению с обычными пленками.

6. В пространственно-однородном поле процесс перемагничивания носит смешанный характер, т.е. происходит как смещением границ, так и вращением намагнченности, о чем свидетельствует неравенство  $H_c < H_e^o < H_k$ .

## Л и т е р а т у р а

1. ДАНИЛЕВСКИЙ Ю.Л., ЛИШЕР И.С. Экспериментальное исследование круговой анизотропии в тонких плоских кольцевых ферромагнитных пленках. - "Вычислительные системы", Новосибирск, "Наука" СО, 1966, вып. 20, стр. 37.
2. КИФЕР И.И. Исследование ферромагнитных материалов. М., "Энергия", 1969.
3. СУХУ Р. Магнитные тонкие пленки. Пер. с англ., М., "Мир", 1967.
4. ГЛАЗЕР В. Основы электронной оптики. Пер. с нем. М., ГИТТА, 1956.
5. ТАММ И.Е. Основы теории электричества. М., ГИТТА, 1954.
6. БЕДРИН Ю.Д., ДАНИЛЕВСКИЙ Ю.Л., МАДЫХ Б.Л. Сравнение некоторых методов измерения кругового направления оси легкого намагничивания в плоских кольцевых ферромагнитных пленках. - Данный сборник, стр. 44-58.
7. ДАНИЛЕВСКИЙ Ю.Л., СЕЛЕЗНЕВ А.А. Определение энергии 180°-й доменной границы в плоской кольцевой пермалловой пленке. - Физика магнитных пленок. Материалы международного симпозиума, 8-16 июля 1968 г., Иркутск, 1968, стр. 154.
8. АБАКУМОВ Б.М., КОБЕЛЕВ В.В., САЛАНСКИЙ Н.М., ДОБРОТИН В.Н., СТРАХОВ В.Г., МИЛКОВ А.Г. Проект стандарта на измерение статических свойств тонких магнитных пленок. М., ИТМ и ВТ АН СССР, 1967.
9. ШИГОЛЕВ Б.М. Математическая обработка наблюдений. М., ФМ, 1962.
10. AHAVONI A. Energy of one dimensional domain walls in ferromagnetic films. J.Appl. Phys., vol.37, №8, p.3271-3279, 1966.
11. MATHFESSEL S., MIDDELBROCK S., THOMAS H. Domain walls in thin magnetic Ni-Fe films. J.Appl. Phys., Suppl. to vol. 31, 1960, pp. 302-304, N 5.
12. ДАНИЛЕВСКИЙ Ю.Л. Магнитное поле плоской кольцевой пленки. - Данный сборник, стр.33-43.
13. ДИТКИН В.А., ПРУДНИКОВ А.П. Интегральные преобразования и операционные исчисления. СМБ, М., ФМ, 1961.
14. РОСНИЦКИЙ О.В., ТОРОТЕНКОВ С.Б. Импульсные характеристики цилиндрических тонких магнитных пленок для запоминающих устройств. Запоминающие устройства. Тонкие магнитные пленки. "Наука", 1968, стр. 69-76.
15. КОРОЛЬКОВ Н.В., МАРИЧЕВА Г.И., МАНАТОВ Ю.А., ЦАГОРЕЛИ Д.В. Тонкие ферромагнитные пленки. - Некоторые вопросы намагничивания, ВЦ АН СССР, Москва, 1970, вып. 6.

Поступила в редакцию  
1.1.1970 г.