

УДК 539.216.2:538.2

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПЛОСКОЙ КОЛЬЦЕВОЙ ПЛЕНКИ

Ю.Л. Данилевский

В работах [1,2] показана перспективность применения плоских кольцевых ферромагнитных пленок с круговой анизотропией (ПКА) в области вычислительной техники. Как и в случае любого ферромагнитного образца, для анализа процессов намагничивания и перемагничивания ПКА необходимо знать часть напряженности магнитного поля $\vec{H}_s$, создаваемого самой спонтанной намагниченностью $\vec{M}$ внутри пленки.

Знание части поля $\vec{H}_s$ вне пленки необходимо для выяснения вопросов, связанных с потокоцеплением и, следовательно, взаимодействием системы таких пленок как друг с другом, так и с другими элементами конструкций вычислительных устройств.

Расчет искомого поля $\vec{H}_s$ для ряда практически полезных модельных распределений намагниченности удобно провести с использованием магнитного поляризационного потенциала $\vec{\Pi}$, связанного с $\vec{H}_s$ соотношением

$$\vec{H} = \text{grad div } \vec{\Pi}, \quad (1)$$

удовлетворяющим уравнению

$$\Delta \vec{\Pi} = -4\pi \vec{M}(\vec{r}), \quad (2)$$

решение которого для неограниченного пространства равно

$$\vec{H}(\vec{r}) = \int_V \frac{\vec{M}(\vec{r}') d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (3)$$

где V - объем, занимаемый намагниченностью $\vec{M}$,
 $\vec{r}'$ - координата точки интегрирования,
 $\vec{r}$ - координата точки наблюдения.

Наиболее простая модель распределения намагниченности имеет место при однородности магнитной структуры вдоль угловой координаты φ в цилиндрической системе координат, центр которой совмещен с центром пленки, а ось z направлена вдоль оси симметрии перпендикулярно плоскости пленки. В этом случае магнитное поле пленки, геометрическая форма которой аппроксимируется цилиндрическим кольцом высоты D , внутренним и внешним радиусами R_i и R_e , соответственно, появляется либо при радиальном направлении намагниченности, либо при нормальном к поверхности.

Когда намагниченность направлена перпендикулярно плоскости пленки, внутреннее поле H_s почти всюду, за исключением краев, равно $-4\pi M_s$. Соответственно, поле рассеяния вне пленки практически всюду равно нулю. Точный расчет такого поля хорошо известен, и его влияние на процесс намагничивания пленок изучено достаточно полно и подробно [4], поэтому на нем нет необходимости останавливаться. Однако модель радиального намагничивания пленок фактически не изучена, поэтому есть смысл остановиться на ней подробнее, тем более, что радиальное размагничивающее поле существенно влияет на режим вращения вектора M в плоскости пленки, и знание поля рассеяния не только важно при учете магнитного взаимодействия системы кольцевых элементов, но и может оказаться полезным, например, при разработке магнитополяризационного реле мембранного типа.

При произвольном намагничивании пленки из соотношений (1) + (3), выполнив простые интегрирования и отчасти используя результаты работы [5], получим следующее выражение для компонента поля H_z :

$$H_z = -4\pi M_z(\vec{r}) + 2\pi \int_0^\infty M_z(r') [sh v I_1^{(1)}(x_+) - I_1^{(1)}(x_-)] \frac{dr'}{\sqrt{2zz'}}, \quad (4)$$

$$H_z = -2\pi \int_0^\infty M_z(r') \left[\frac{r'}{z} \{ I_0^{(1)}(x_+) + I_0^{(1)}(x_-) + I_1^{(2)}(x_+) + I_1^{(2)}(x_-) \} - I_1^{(1)}(x_+) - I_1^{(1)}(x_-) \right] \frac{dr'}{\sqrt{2zz'}}, \quad (5)$$

где введены обозначения:

$$I_n^{(m)}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos n\varphi d\varphi}{(x - \cos \varphi)^{1/2 + n} 2^n},$$

$$x_{\pm} = \frac{z^2 + z'^2 + (\frac{D}{2} \pm z)^2}{2zz'}, \quad sh v_{\pm} = \frac{\frac{D}{2} \pm z}{\rho}.$$

Для того, чтобы продвинуться дальше в анализе размагничивающего поля, необходимо конкретизировать функцию $M_z(\vec{r})$. Рассмотрим прежде всего наиболее простую ситуацию, когда $M_z(\vec{r})$ всюду постоянна, а $R_i = 0$ и $R_e = \infty$. Тогда интегрирование выражений (4) и (5) легко выполняется, в результате чего для H_z и H_x получаются следующие соотношения:

$$H_z = -4\pi M_s \left(1 - \frac{e^{-|v_+|} + e^{-|v_-|}}{2} \right), \quad (6)$$

$$H_x = 2\pi M_s (|v_+| - |v_-|) = 2\pi M_s \ln \frac{\sqrt{(\frac{D}{2} - z)^2 + z^2} + |\frac{D}{2} - z|}{\sqrt{(\frac{D}{2} + z)^2 + z^2} + |\frac{D}{2} + z|}. \quad (7)$$

Проведем анализ полученных выражений. Прежде всего, практический интерес представляет зависимость компонент H_z и H_x от расстояния z при условии $z^2 \gg |(\frac{D}{2})^2 - z^2|$. Из выражений (6) и (7) нетрудно получить значения H_z и H_x внутри пленки:

$$H_z \approx -2\pi M_s \frac{D}{\rho}, \quad (8)$$

$$H_x \approx -4\pi M_s \frac{z}{\rho}. \quad (9)$$

Итак, формулы (8) и (9) дают основание утверждать, что внутри кольцевой магнитной пленки при радиальном намагничивании существует размагничивающее поле, созданное объемными магнитными зарядами ($\text{div } \vec{M} \neq 0$), и напряженность этого поля оказывается обратно пропорциональной расстоянию от оси пленки. Несомненно, что по сравнению с обычными пленочными образцами с одноосной анизотропией, имеющими форму круглого пятна, кривая намагничивания кольцевых пленок вдоль оси трудного намагничивания будет искажена, причем это искажение будет тем заметнее, чем больше толщина изготовленного пленочного образца.

Это обстоятельство, следовательно, может затруднить определение поля анизотропии H_K при условии, что толщина пленки окажется одного порядка с величиной

$$(R_e + R_i) \frac{H_K}{4\pi M_S}$$

С другой стороны, вид формулы (8) подсказывает, что при ρ , пропорциональном r , величину H_{Sz} , по крайней мере, вдоль средней плоскости, можно сделать постоянной. Для проверки этого предположения рассмотрим модель, изображенную на рис. 1, где

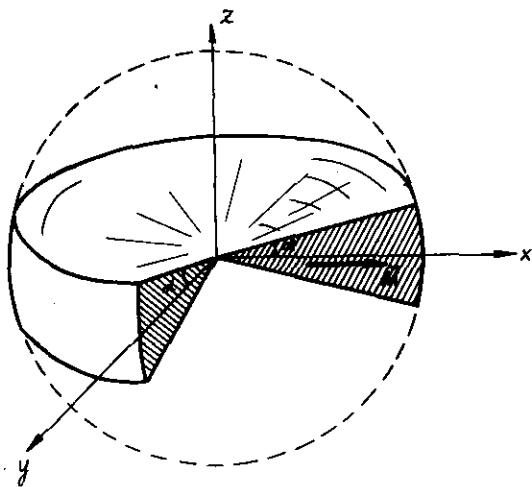


Рис. 1. Расчетная модель кольцевой пленки с возрастающей толщиной.

"пленка" представляет собой шар радиуса R_e , из которого удален материал внутри соосных конусов с координатным направлением z в качестве оси симметрии. Тогда радиальная составляющая Π_z ($\Pi_\varphi = \Pi_z = 0$ для данной задачи) в цилиндрической системе координат запишется в виде:

$$\Pi_z = 2 M_S \int_0^{R_e} \rho' d\rho' \int_0^\pi d\varphi' \int_{\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} d\theta \frac{\rho'^2 \sin \theta' \cos \varphi'}{\sqrt{\rho'^2 - 2\rho'\rho \cos \theta \cos \varphi + \rho^2}},$$

$$\cos w = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \varphi,$$

где для точек наблюдения и интегрирования введены сферические координаты.

Считая, что $R_e \gg z$, т.е. внешний край "пленки" значительно удален от точки наблюдения, получим после выполнения элементарных интегрирований:

$$\Pi = z R_e A(\theta) - z^2 B(\theta).$$

Конкретный вид функций $A(\theta)$ и $B(\theta)$ в принципе нетрудно найти, однако для подтверждения ранее высказанного предположения существенно только, что

$$H_{Sz} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} (z \Pi_z) \right) = -3B(\theta)$$

является функцией полярной координаты θ , т.е. действительно магнитные заряды на поверхности стабилизируют размагничивающее поле таким образом, что последнее оказывается постоянным вдоль радиального направления. Этот стабилизирующий фактор в действительности частично имеет место благодаря затенению части испаряемого материала осевым проводником, следствием чего является уменьшение толщины конденсируемых пленок вблизи оси симметрии [6].

Рассмотрим теперь выражение (7) для H_K . Внутри пленки это поле из-за размагничивающего действия поверхности, вероятнее всего, почти всюду мало влияет на процесс перемагничивания,

в то же время вне пленки оно дает поток рассеяния Φ_s , изменение которого удобно на практике регистрировать круглым витком радиуса R , расположенным соосно пленке на расстоянии h от ее поверхности (рис.2). Вычисления дают:

$$\begin{aligned}\Phi_s &= \int H_{sz} r dr d\varphi = 2\pi(2\pi M_s) \left[\frac{R^2}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{h_-^2 + R^2} + h_-}{\sqrt{h_+^2 + R^2} + h_+} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{h_-}{4} \sqrt{h_-^2 + R^2} - \frac{h_+}{4} \sqrt{h_+^2 + R^2} \right] \approx 2\pi(2\pi M_s) \frac{3}{4} (h_- - h_+) R \\ &= 2\pi M_s \frac{3}{2} D R\end{aligned}$$

где введено обозначение $h_{\pm} \equiv (h \pm D)$.

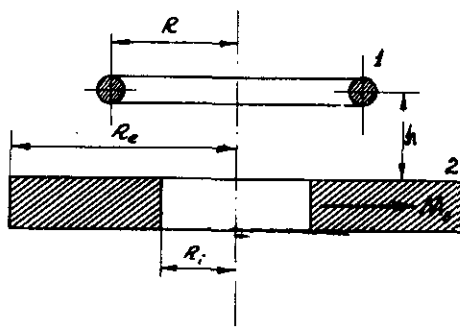


Рис. 2. Съемный виток (1) над поверхностью кольцевой пленки (2).

Полученный результат характерен тем, что для пленки с $R_e \gg R$ величина индуцируемого в витке потока приблизительно не зависит от его расстояния до пленки, и этот поток возрастает линейно с R . Для конечных внутреннего и внешнего радиусов качественно ясно, что это возрастание должно смениться спадом. Но чтобы найти оптимальное значение R , при котором Φ_s максимален, необходимо проанализировать H_s при R_i и R_e конечных.

Выполнив интегрирование по ρ' в формуле (4), после простых преобразований получим следующее выражение для H_{sz} :

$$H_{sz} = -4\pi M_s + D_+ (I(D_+, R_i) - I(D_+, R_e)) + D_- (I(D_-, R_i) - I(D_-, R_e)), \quad (10)$$

где

$$I(D, R) = 2 \int_0^\pi \frac{(z^2 + D^2 - zD \cos \varphi) \cos \alpha \varphi}{(D^2 + z^2 \sin^2 \varphi) \sqrt{z^2 + D^2 + R^2 - 2zR \cos \varphi}}, \quad (D_{\pm} = \frac{D}{2} \pm z).$$

(Данное выражение H_{sz} обобщает результат работы [5] для случая произвольных z). Используя справочник [7], интеграл удобно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned}I &= \frac{\pi \sqrt{z^2 + D^2}}{zD} \left[\Lambda_0(\varphi, \kappa) + E\Lambda(\theta, \kappa) \right] + \\ &\quad + \frac{K(\kappa)}{z} \left[-\frac{\mu(2 - \kappa^2)}{\sqrt{\mu^2 + \kappa^2}} + E\alpha \sqrt{\alpha^2 - \kappa^2} \right], \quad (11)\end{aligned}$$

где $\Lambda_0(\beta, \kappa) \equiv \frac{2}{\pi} [\vec{E}(\kappa) F(\beta, \kappa) + \vec{K}(\kappa) E(\beta, \kappa) - \vec{K}(\kappa) F(\beta, \kappa)]$, $\vec{K}(\kappa)$, $\vec{E}(\kappa)$, $F(\beta, \kappa)$ и $E(\beta, \kappa)$, — полные и неполные эллиптические интегралы I-го и II-го рода, соответственно,

$$\sin \varphi = \sqrt{\frac{\mu^2}{\mu^2 + \kappa^2}}, \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{1 - \alpha^2}{1 - \kappa^2}}, \quad \kappa^2 = \frac{4zR}{(z+R)^2 + D^2},$$

$$\sqrt{z^2 + D^2} - z = \frac{2z}{\mu^2}, \quad \sqrt{z^2 + D^2} + z = \frac{2z}{\alpha^2}, \quad E = \frac{\sqrt{z^2 + D^2} - R}{|\sqrt{z^2 + D^2} - R|}.$$

Ограничимся в дальнейшем анализом практически важной ситуации, когда $\{z, R_i, R_e\} \gg D_{\pm}$. Тогда

$$\begin{aligned}\Lambda_0(\varphi, \kappa) &\approx 1, \\ \Lambda_0(\theta, \kappa) &\approx 1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 - \kappa^2}}{\sqrt{1 - \kappa^2} + \sqrt{1 - \alpha^2}}, \\ \alpha &\sim 1, \quad \mu \sim \frac{1}{1 - \alpha^2}.\end{aligned}$$

Следовательно,

$$I(D, R) = \frac{\pi}{D} \left(1 \pm \frac{\sqrt{\alpha^2 - \kappa^2}}{\sqrt{1 - \kappa^2} + \sqrt{1 - \alpha^2}} \right) + \frac{\vec{K}(\kappa)}{z} (-2 + \kappa^2 \pm \sqrt{\alpha^2 - \kappa^2}). \quad (12)$$

Подставив это выражение в (10), можно получить формулу для H_{sz} , выписывать которую в явном виде не обязательно ввиду ее громоздкости. Достаточно того, что формулы (11) и (12) позволяют, во-первых, легко убедиться, что (6) и (8) являются их частными

случаями при $\kappa = 0$, во-вторых, явно выразить факт суперпозиции действия объемных и поверхностных (на торцах!) зарядов, в-третьих, получить в случае необходимости количественную оценку H_{sz} и H_{sx} (H_{sx} может быть получено из H_{sz} по формуле

$$H_{sx} = - \int_z^{\infty} \frac{\partial H_{sz}}{\partial z} dz,$$

вытекающей из равенства $\text{rot } \vec{H} = 0$).

Для определения оптимального радиуса R кольцевого стемного витка, при котором поток через виток максимален, непосредственное интегрирование в квадратурах H_{sz} по площади невозможно, поэтому в данной работе ограничимся приближенной оценкой R , достаточной для практических расчетов.

Согласно формуле (1), можно записать:

$$H_{sz} = \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} (z \frac{\partial \Pi_z}{\partial z}).$$

Тогда

$$\Phi = 2\pi \int_0^R H_{sz} z dz = 2\pi R \frac{\partial \Pi_z}{\partial z} \Big|_{z=R}. \quad (13)$$

Из формулы (3) нетрудно получить:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = - \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi \int_{R_i}^{R_e} z' dz' \left[\frac{2M_s}{\sqrt{z^2 + z'^2 - 2zz' \cos \varphi + D_+^2}} + \frac{2M_s}{\sqrt{z^2 + z'^2 - 2zz' \cos \varphi + D_-^2}} \right].$$

При условии $\{R_i, R_e\} \gg |D_\pm|$ имеем следующее разложение. в ряд:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} \approx -2M_s \int_0^\pi \cos^2 \varphi d\varphi \int_{R_i}^{R_e} R z'^2 dz' \left(\frac{1}{(z^2 + z'^2 + D_+^2)^{3/2}} - \frac{1}{(z^2 + z'^2 + D_-^2)^{3/2}} \right) \approx \frac{\pi M_s (D_-^2 - D_+^2)}{2R} \left(\frac{R_e^3}{(R^2 + R_e^2)^{3/2}} - \frac{R_i^3}{(R^2 + R_i^2)^{3/2}} \right) \quad (14)$$

Подставляя результат (14) в формулу (13) и приравнявая производную Φ по R нулю, после простых вычислений получим, что Φ максимально при

$$R_{opt} = R_e \gamma^{3/5} \sqrt{\frac{1 - \gamma^{2/5}}{1 - \gamma^{6/5}}}, \quad \gamma \equiv \frac{R_i}{R_e}. \quad (15)$$

Соотношение (15) дает ориентацию в эксперименте для выбора оптимального диаметра витка, измеряющего реакцию пленки при радиальном движении вектора намагниченности.

В рассмотренных выше расчетах выкладки удалось провести почти до конца благодаря простой конфигурации намагниченности. В общем же случае произвольного распределения намагниченности вычисления оказываются значительно сложнее. Существенным облегчением в такой ситуации является выбор системы ортогональных криволинейных координат, позволяющей аппроксимировать контур пленки одной из координатных поверхностей. Кроме того, необходимо, чтобы уравнение Лапласа для скалярного магнитного потенциала ψ ($\psi = -\text{div } \vec{\Pi}$) в выбранной системе координат допускало разделение переменных. Такой системой координат для кольцевых пленок является система овалондных координат, впервые исследованных в работе [8]. С цилиндрическими координатами они связаны равенством

$$z + ix = a \operatorname{dn} (i\bar{K}(\kappa) - \alpha - i\beta), \quad (16)$$

где $\operatorname{dn}(x)$ — эллиптическая функция от x ("дельта амплитуды"), α и β — овалондные координаты, $-\bar{K}(\kappa) \leq \alpha \leq \bar{K}(\kappa)$, $0 \leq \beta \leq \bar{K}(\kappa)$

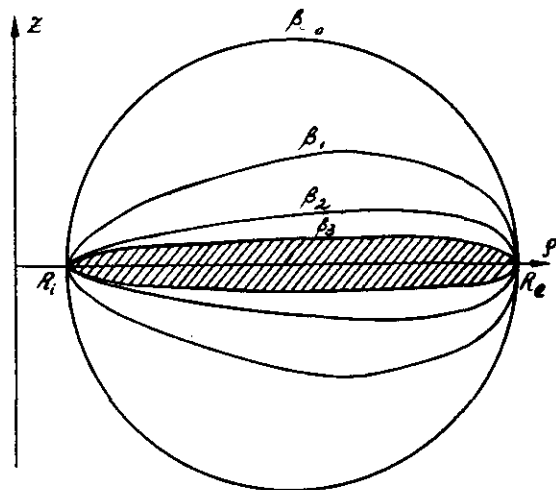


Рис. 3. Аппроксимация сечения кольцевой пленки в оваловидных координатах.

симирует геометрическое сечение кольцевой пленки.

Сопоставляя параметры соотношения (16) с геометрическими параметрами кольцевой пленки, можно показать, что

$$\gamma = \frac{R_i}{R_e} = \kappa' \operatorname{sn}^2(\beta_0, \kappa'), \quad \alpha = \sqrt{\frac{R_e R_i}{\kappa'}},$$

$$D = R_e \cdot \operatorname{cn}(\beta_0, \kappa') d\pi(\beta_0, \kappa').$$

Детальный анализ приложений оваловидных координат применительно к задачам кольцевых пленок требует специального рассмотрения, поэтому в данной работе укажем, что наиболее перспективно применение этих координат к анализу спектра спиновых магнитостатических колебаний.

Выводы

1. Выполнен анализ размагничивающего поля при радиальном намагничивании кольцевых пленок.

2. Сделана оценка оптимального диаметра кольцевого накладного съемного витка.

3. Предложено применение оваловидных криволинейных координат к расчету магнитных полей кольцевых пленок.

Литература

1. ЛИСКЕР И.С., ДАНИЛЕВСКИЙ Ю.Л. Тонкие плоские ферромагнитные пленки и индуктивные элементы тороидального типа. - "Вычислительные системы", Новосибирск "Наука" СО, 1966, вып. 20, стр. 29-36.

2. ДЯТЛОВ В.Л. Некоторые вопросы построения магнитных плоских пленочных элементов вычислительной техники с замкнутыми магнитопроводами. - "Вычислительные системы", Новосибирск, "Наука" СО, 1966, вып. 20, стр. 3-28.

3. СТРАТТОН Д.А. Теория электромагнетизма. М.-Л., ОГИЗ, 1948.

4. СУХУ Р. Магнитные тонкие пленки. М., "Мир", 1967.

5. DANILOV V.I., IANOVICI M. Magnetic field of radially and uniformly magnetized cylindrical configurations. Rev. Roum. de Physique, 1969, 14, N 8, p. 781-800.

6. БЕДРИН Ю.Д., ДАНИЛЕВСКИЙ Ю.Л., МАЛЫХ Б.П. Сравнение некоторых методов наведения кругового направления оси легкого намагничивания в плоских кольцевых ферромагнитных пленках. - Данный сборник, стр. 44-58.

7. ЖУРАВСКИЙ А.М. Справочник по эллиптическим функциям. М.-Л., АН СССР, 1941.

8. ЛЕБЕДЕВ Н.Н. The functions associated with a ring of oval cross-section. Techn. Phys. USSR, 1937, N 3, p. 3-24.

9. САВЕЛОВ А.А. Плоские кривые. М., Физматгиз, 1960.

Поступила в редакцию
20.I.1969.