

УДК 538.53:538.221:539.23

РАСЧЕТ САМОИНДУКЦИИ ПЛЕНОЧНОГО КОЛЬЦЕВОГО ИНДУКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА

Ю.Л. Данилевский, И.С. Лискер, А.А. Селезнев

В данной работе проводится расчет самоиндукции $\angle$ модели пленочного кольцевого индуктивного элемента. Эта модель по своим геометрическим параметрам близка к реальным образцам, полученным на основе технологии, описанной в работе [1]. Поэтому оказывается целесообразным сравнить расчетные данные с результатами измерения самоиндукции на серии опытных образцов. Так как толщины диэлектрических и ферромагнитных слоев, находящихся внутри обмотки, малы, то для расчетной модели без большой погрешности можно принять, что все витки обмотки лежат в одной плоскости. Схематически замкнутая пленочная обмотка индуктивного элемента изображена на рис. 1, а. Рис. 1, б дает представление об отдельном фрагменте обмотки с указанием необходимых для выполнения вычислений обозначений:

- R_e - внешний радиус обмотки,
- R_i - внутренний радиус обмотки,
- Δ - средняя ширина проводящего слоя,
- α - средний угловой размер радиального участка проводника.

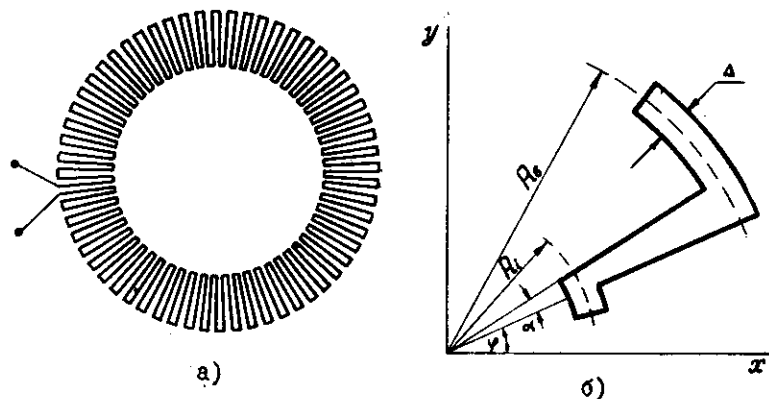


Рис. 1

- а). Конфигурация контура модели индуктивного элемента.
б). Элементарный период модельного контура.

Оценим сначала только самоиндукцию обмотки L без учета ферромагнитного материала в зазоре. Для выполнения расчета воспользуемся известной формулой самоиндукции [2]:

$$L = \frac{1}{I^2} \iint_{V V'} \frac{j(\vec{z}) j(\vec{z}')}{|\vec{z} - \vec{z}'|} d\vec{z} d\vec{z}', \quad (1)$$

где $|\vec{z} - \vec{z}'|$ - расстояние между точками с координатами $\vec{z}$ и $\vec{z}'$ внутри проводящей обмотки объемом V ; $\vec{z}$, $\vec{z}'$ - радиус-векторы в цилиндрической системе координат, начало которой совпадает с центром симметрии модели, а ось z перпендикулярна плоскости чертежа рис. 1, $j(\vec{z})$ - плотность тока в точке $\vec{z}$, I - полный ток через обмотку. Удобно расчленить величину L на три слагаемых:

$$L = L_{zz} + L_{\varphi\varphi} + 2M_{z\varphi}, \quad (2)$$

где L_{zz} и $L_{\varphi\varphi}$ - коэффициенты самоиндукции, определяемые только соответственно радиальной ($j_z(\vec{z})$) и азимутальной ($j_\varphi(\vec{z})$) плотностями тока в точке $\vec{z}$, $M_{z\varphi}$ - коэффи-

циент взаимной индукции между j_z и j_φ . Воспользовавшись разложением

$$\frac{1}{|\vec{z} - \vec{z}'|} = \frac{1}{\sqrt{\rho\rho'}} \left[Q_{-1/2}(ch\eta) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} Q_{m-1/2}(ch\eta) \cos m(\varphi - \varphi') \right],$$

$$ch\eta \equiv [\rho^2 + \rho'^2 + (z - z')^2] / 2\rho\rho'$$

и интегрируя выражения для L_{zz} на основе формулы (1) по φ и ρ' , z и z' при условии $R_i \gg \Delta$ (Δ - толщина витков), получим:

$$L_{zz} = \frac{\pi}{\Delta^2} \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \int_{R_i}^{R_\delta} \rho d\rho \int_{R_i}^{R_\delta} \rho' d\rho' \sum_{k=0}^{\infty} \left[Q_{(2k+1)N-3/2}(ch\eta) + \right. \\ \left. + Q_{(2k+1)N+1/2}(ch\eta) \right] \frac{\sin(2k+1)\alpha N}{2k+1}, \quad (3)$$

где N - число витков в модели, $Q_\nu(x)$ - присоединенная функция Лежандра второго рода.

Нетрудно показать, используя свойства функции $Q_\nu(x)$, что при $N \gg 1$ и $R_\delta - R_i \ll R_i$

$$Q_{(2k+1)N-3/2}(ch\eta) + Q_{(2k+1)N+1/2}(ch\eta) \approx 2K_0[(2k+1)N\eta],$$

где $K_0(x)$ - цилиндрическая функция мнимого аргумента. Если предположить, что $\alpha \approx \Delta / 2\sqrt{R_\delta R_i}$ и $(R_\delta - R_i)N / \sqrt{R_\delta R_i} \gg 1$, то интеграл (3) легко вычисляется, и после суммирования по k окончательно получим:

$$L_{zz} \approx 4(R_\delta - R_i)N (\ln 2\sqrt{R_\delta R_i} / \Delta N + \frac{3}{2}). \quad (4)$$

Сравнивая (4) с известными формулами для различных проводников (например, [4]), можно видеть, что она очень похожа на формулу самоиндукции для линейного проводника длиной $2(R_\delta - R_i)N$ и радиусом $\sim \Delta(R_\delta - R_i)N^2 / 10\sqrt{R_\delta R_i}$. При значениях параметров, средних для экспериментальных образцов: $N = 60$, $R_\delta = 8$ мм, $R_i = 6$ мм, $\Delta = 0,1$ мм для L_{zz} получим величину

$$L_{zz} \approx 110 \text{ см}, \quad (5)$$

причем нетрудно убедиться, что указанные значения параметров удовлетворяют математическим ограничениям, при которых был выполнен данный расчет.

Найдем теперь второй член в выражении (2) $L_{\varphi\varphi}$. На основе формулы (1) при тех же допущениях, какие были сделаны при расчете L_{zz} , получим:

$$L_{\varphi\varphi} \approx \pi R_i \left(\ln \frac{2R_i}{\Delta} + \frac{3}{2} \right) + \pi R_g \left(\ln \frac{2R_g}{\Delta} + \frac{3}{2} \right) + 2\pi \sqrt{R_g R_i} \ln \frac{R_g + R_i}{R_g - R_i}. \quad (6)$$

Из полученного выражения видно, что первое и второе слагаемые представляют собой самоиндукцию внутреннего и внешнего токовых колец, соответственно, а третье слагаемое — удвоенную взаимную индукцию этих токовых колец, уменьшенную в 4 раза. Подставляя в эту формулу значения, соответствующие экспериментальным образцам, получим:

$$L_{\varphi\varphi} = 11 \text{ см} + 17 \text{ см} + 8 \text{ см} = 36 \text{ см}. \quad (7)$$

Нет необходимости проводить расчет $M_{z\varphi}$, так как магнитное взаимодействие радиальных и круговых токов весьма мало из-за их взаимно перпендикулярного направления в смежных участках.

Итак, самоиндукция модели в целом определяется двумя слагаемыми L_{zz} и $L_{\varphi\varphi}$, вычисляемыми по формулам (4) и (6). Полная величина самоиндукции модели для геометрических параметров, усредненных по серии экспериментальных образцов, получается суммированием выражений (5) и (7):

$$L \approx 110 \text{ см} + 36 \text{ см} = 146 \text{ см}.$$

Измерения, проведенные с экспериментальными образцами, дали величину $L_2 \sim 100 \text{ см}$. Учитывая приближенный характер модели и расчетов, можно считать согласие расчета и эксперимента удовлетворительным. Добавочное увеличение индуктивности за счет ферромагнетика с проницаемостью μ можно грубо учесть, воспользовавшись формулой для индуктивного элемента, магнитный поток которого полностью замкнут в материале ферромагнетика [4]:

$$L_{\mu} = \mu \cdot 4\pi N^2 S / \ell, \quad (9)$$

140

где S — площадь сечения ферромагнетика внутри обмотки, ℓ — средняя длина магнитопровода, N — число витков. В данном случае $\ell \approx \pi(R_g + R_i)$, $S \approx (R_g - R_i)\Delta_{\mu}$ (Δ_{μ} — толщина магнитной пленки). Оценить влияние ферромагнетика можно по отношению самоиндукции обмотки к дополнительной индуктивности, обусловленной ферромагнетиком. Эффективное влияние магнетика тем выше, чем больше отношение L_{μ}/L , которое, по крайней мере, должно быть больше единицы.

Из этого условия следует, что для экспериментальных образцов, геометрические размеры которых были приведены выше, проницаемость должна удовлетворять требованию: $\mu > 200$ при толщине $\Delta_{\mu} \sim 1$ микрон.

Следует отметить, что полученные соотношения не учитывают такие факторы, как поле анизотропии, существование доменов в пленках, дефекты структуры в них, а также взаимное влияние осадочных слоев на физические свойства пленок. Тем не менее при разработке пленочных индуктивных элементов важно хотя бы в первом приближении иметь представление о соотношениях между электромагнитными параметрами и геометрическими размерами электро- и магнитопроводов в этих элементах.

Л и т е р а т у р а

1. ЛИСКЕР И.С., ДАНИЛЕВСКИЙ Ю.Д. Способ изготовления катушек индуктивности. АС. СССР № 177472. Изобр. Пром. обр., Тов. знаки, 1966, № 1.
2. ТАММ И.Е. Основы теории электричества. М., ГИТТЛ, 1954.
3. КРАТЦЕР А., ФРАНЦ В. Трансцендентные функции. М., ИЛ, 1963.
4. КАЛАНТАРОВ П.Л., ЦЕЙТЛИН Л.А. Расчет индуктивностей. М., 1953.

Поступила в редакцию
15.1.1970 г.