

СТАНДАРТНАЯ ПРОГРАММА
"БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (БПФ)"
ДЛЯ ЭВМ БЭСМ-6

В.М. Величко

I. Назначение

Программа вычисляет коэффициенты разложения функции в ряд Фурье. Функция задана в виде дискретного набора отсчетов длиной $N = 2^n$, где $n \geq 4$ (максимальное значение n ограничено памятью машины). Коэффициенты ряда Фурье определяются в соответствии с [1] следующим образом:

$$A_z = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(-2\pi j z k / N), \quad z=0, \dots, N-1,$$

где X_k - k -й отсчет функции
 $j = \sqrt{-1}$.

Следует обратить внимание на комплексный характер величин A_z и отсутствие коэффициента перед суммой в данном определении.

A_z и A_{N-z} - комплексно-сопряженные, поэтому достаточно вычислить первые $N/2 + 1$ коэффициентов. Поскольку коэффициенты A_0 и $A_{N/2}$ действительные, $A_{N/2}$ заносится в ячейку, предназначенную для мнимой части A_0 .

2. Описание действия

Программа вычисляет коэффициенты Фурье в соответствии со схемой рис. 5 из [1]. Программа составляет (при необходимости) таблицу косинусов и синусов, производит перестановку отсчетов в МОЗУ в соответствии со схемой вычислений для экономии памяти и вычисляет требуемые коэффициенты. Исходный массив и составленная таблица синусов и косинусов сохраняются в МОЗУ. Время работы программы пропорционально $N \log_2 N$ и характеризуется следующими цифрами: вычисление спектра функции из 512 отсчетов с вычислением тригонометрической таблицы занимает около 77 мсек, без вычисления таблицы - около 62 мсек.

3. Инструкция к пользованию

Программа соответствует требованиям к СП БЭСМ-6 [2].

Программа вместе со "встроенными" рабочими ячейками занимает слова с 0 по 300 (в относительных адресах). Информация для программы записывается в 6 информационных словах:

- 00 - $n \equiv \log_2 N$, где N - число отсчетов.
- 01 - адрес начала вспомогательного рабочего поля длиной $2n - 5$.
- 02 - адрес начала массива отсчетов длиной N .
- 03 - адрес начала массива коэффициентов Фурье длиной N .
- 04 - 0 означает, что таблицу синусов и косинусов составлять не надо. В противном случае - надо. После окончания работы программа заносит в эту ячейку 0. (При первом обращении к СП необходимо занести в ячейку ненулевую константу).
- 05 - адрес начала таблицы косинусов и синусов длиной N .

4. Пример

При вызове СП с МБ обращение производится в соответствии с [2]. При вводе СП с перфокарт обращение может быть организовано следующим образом.

41 К	15 240 0100	61 С	00 00 0000
	16 240 0044		00 00 0440
42 К	00 042 0016	62 С	00 00 0000
	15 000 0001		00 00 2000
43 К	16 240 0060	63 С	00 00 0000
	15 300 0010		00 00 4000
44 К	... продолжение программы	64 С	00 00 0000
			00 00 0001
60 С	00 00 0000	65 С	00 00 0000
	00 00 0011		00 00 3000

Программа занимает ячейки 100+400. Массив длиной $2^9 = 512_{10}$ начинается в ячейке 2000, таблица синусов и косинусов вычисляется и заносится в ячейки 3000+3777, массив коэффициентов заносится в ячейки 4000+4777 в следующем порядке: $Re A_0 \equiv A_0$,

$$Re A_{256} \equiv A_{256}, \quad Re A_1, \quad Im A_1, \quad Re A_2, \quad Im A_2, \dots, Re A_{455}, \quad Im A_{455}.$$

Ячейки 440+454 будут заняты рабочим полем. После работы СП в ячейке 64 будет С 00 00 0000, а управление будет передано в ячейку 44.

Описание и рекомендации по применению быстрого преобразо-

заним Фурье имеются в статье [3] настоящего сборника.

В заключение автор выражает благодарность Гусеву В.Д. за советы и консультации при написании программы.

Л и т е р а т у р а

1. W.T. Cochran, J.W. Cooley, D.L. Favin, H.D. Helms, R.A. Kaenel, W.W.Lang, G.C. Maling, D.E.Nelson, C.M.Rader, P.D.Welch. What is the Fast Fourier Transform? IEEE, October, 1967.
2. Математическое обеспечение машины БЭСМ-6. Описание и функции ИТМ и ВТ, МЦ АН СССР, М., 1967.
3. Гусев В.Д. Процедуры быстрого преобразования Фурье и Жонна (данный сборник).

00018

```

0+00 042 0017
15 000 0274
1+17 24 77763
00 000 0000
2+17 042 0016
15 22 00000
3+17 000 0273
15 22 00000
4+17 37 00012
16 010 0000
5+15 012 0034
00 040 0001
6+15 012 0033
01 036 0005
7+15 010 0277
16 010 0004

```

00023

```

0+15 27 00037
00 030 0000
1+15 37 00066
00 010 0000
2+15 30 00144
00 000 0000
3+17 24 77765
01 000 0000
4+15 22 00000
17 010 0071
5+17 040 0014
15 22 00000
6+17 37 00024
15 010 0274
7+00 040 0017
15 027 0002

```

00039

```

0+15 010 0001
00 040 0016
1+15 010 0005
00 040 0015
2+15 30 00000
00 000 0000
3+00 000 0100
00 000 0010
4+00 000 0000
00 000 0077
5+10 114 4417
10 00 01141
6+10 020 0000
00 000 0000
7+15 010 0005
16 23 00000

```

00049

```

0+00 035 0077
15 000 0276
1+16 23 00005
01 24 00000
2+15 010 0277
00 040 0003
3+00 040 0004
00 040 0005
4+00 036 0077
00 040 0002
5+01 045 0002
01 045 0003
6+01 045 0004
00 010 0000
7+03 000 0000
15 000 0275

```

00050

```

0+01 000 0001
15 010 0036
1+03 000 0001
15 014 0036
2+01 000 0000
05 25 77776
3+01 25 00002
02 25 77776
4+03 25 77776
04 25 00002
5+15 010 0275
15 004 0276
6+15 000 0275
00 051 0001
7+01 000 0000
15 014 0036

```

00060

```

0+02 000 0000
03 000 0001
1+04 000 0001
05 25 77776
2+15 22 00000
05 35 00053
3+15 23 00273
16 24 00000
4+00 010 0000
16 000 0004
5+15 10 00021
00 000 0000
6+16 23 00001
01 24 00000
7+16 23 00000
03 24 77775

```

00079

```

0+15 010 0274
00 040 0002
1+00 040 0007
00 036 0101
2+01 000 0008
01 000 0002
3+00 036 0101
01 015 0002
4+01 000 0001
00 000 0000
5+03 25 77777
15 22 00003
6+03 34 00101
00 036 0101
7+01 015 0000
01 000 0003

```

00100

```

0+01 25 00001
15 30 00075
1+16 23 00000
03 24 77775
2+01 25 00003
15 010 0033
3+03 25 77777
15 22 00000
4+13 34 30107
01 000 0000
5+01 25 00001
00 036 0077
6+15 30 00103
00 000 0000
7+16 23 00002
01 24 00000

```

00110

```

0+16 23 00003
13 24 00000
1+00 010 0000
15 000 0275
2+15 000 0276
16 010 0001
3+00 040 0004
16 013 0003
4+00 040 0003
03 25 77777
5+05 25 77775
15 30 00131
6+03 044 0014
15 010 0275
7+15 013 0033
15 000 0275

```

00120

0*04 25 77775
11 24 00002
1*15 010 0275
14 011 0000
2*14 25 00001
11 25 00001
3*15 26 00121
15 24 77775
4*15 010 0276
11 22 00000
5*04 012 0000
15 000 0276
6*15 30 00131
00 000 0000
7*15 010 0276
04 112 0000

00150

0*15 30 00154
00 000 0000
1*12 044 0007
00 042 0012
2*00 036 0101
00 040 0012
3*11 044 0010
11 045 0011
4*16 23 00003
01 24 00000
5*11 22 00000
01 22 00000
6*02 24 00000
12 044 0005
7*07 045 0007
15 30 00162

00200

0*15 010 0300
01 000 0001
1*01 010 0000
15 004 0275
2*15 000 0300
01 010 0000
3*15 005 0275
02 000 0000
4*15 010 0300
01 000 0000
5*04 25 77777
15 22 00000
6*04 35 00164
05 25 77777
7*15 22 00000
05 35 00160

00230

1*00 005 0000
15 000 0276
1*01 010 0001
02 005 0001
2*15 000 0300
01 010 0001
3*02 004 0001
15 000 0277
4*03 017 0000
15 000 0273
5*13 010 0276
03 017 0001
6*15 004 0273
15 000 0273
7*15 010 0276
03 017 0000

00130

0*15 000 0276
04 25 00001
1*01 010 0000
15 23 00276
2*13 000 0000
01 010 0001
3*15 23 00276
13 000 0001
4*01 010 0002
15 23 00276
5*02 22 00000
13 000 0000
6*01 010 0003
15 23 00276
7*02 22 00000
15 000 0001

00160

0*11 22 00000
01 25 00002
1*11 22 00000
02 25 00002
2*16 23 00005
03 24 00000
3*10 044 0004
15 30 00166
4*01 25 00002
02 25 00002
5*07 045 0003
00 000 0000
6*02 010 0000
03 017 0000
7*15 000 0275
02 010 0001

00210

0*06 25 77777
15 22 00000
1*06 35 00151
00 000 0000
2*15 010 0277
00 036 0077
3*00 040 0002
00 036 0102
4*00 040 0004
04 25 77777
5*16 23 00003
01 24 00000
6*01 045 0002
16 010 0005
7*15 013 0277
00 040 0003

00240

1*15 000 0272
15 010 0277
1*03 017 0001
15 006 0272
2*15 000 0272
15 004 0275
3*00 035 0101
01 000 0000
4*15 010 0275
15 005 0272
5*00 035 0101
02 000 0000
6*15 010 0273
15 004 0300
7*00 035 0101
01 000 0001

00140

0*01 25 00004
15 22 00000
1*05 37 00127
07 25 77770
2*15 22 00000
07 35 00116
3*15 30 00022
00 000 0000
4*16 23 00000
06 24 77777
5*15 010 0277
00 040 0007
6*03 036 0101
00 040 0012
7*10 24 00001
11 24 00002

00170

0*03 017 00001
15 006 0275
1*15 000 0275
02 010 0000
2*03 017 0001
15 000 0276
3*02 010 0001
03 017 0000
4*15 004 0276
15 000 0276
5*01 010 0001
15 004 0276
6*15 000 0300
01 010 0001
7*15 005 0276
02 000 0001

00220

0*01 010 0000
01 004 0001
1*01 000 0000
01 005 0001
2*01 005 0001
01 000 0001
3*00 000 0000
00 000 0000
4*03 25 00002
00 000 0000
5*01 25 00002
02 25 77776
6*01 010 0000
02 004 0000
7*15 000 0275
01 010 0000

00250

0*15 010 0273
15 005 0300
1*00 035 0101
02 000 0001
2*14 25 77777
15 02 00000
3*14 35 01224
11 010 0003
4*15 014 0036
01 000 0003
5*15 30 00023
00 000 0000
6*17 32 70707
00 000 0000
7*17 32 70707
00 010 0000