УДК 621.382.8:621.391.827.24

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА ПОМЕХИ В СИГНАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ БОЛЬШИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ

Е.И.Беляев

Известно, что в задаче анализа импульсной помехоустойчивости больших интегральных схем существенное внимание следует уделять процессам в сигнальных линиях [I] .

Рассмотрим статистические характеристики процесса помехи в сигнальной линии, обладающей паразитными емкостными связями с выходами N логических схем; каждая схема срабатывает в случайные моменты времени, распределенные однородно с интенсивностью λ (рис.I). Такая ситуация весьма типична для больших интегральных цифровых схем (в частности, шины настройки в однородных вычислительных средах).

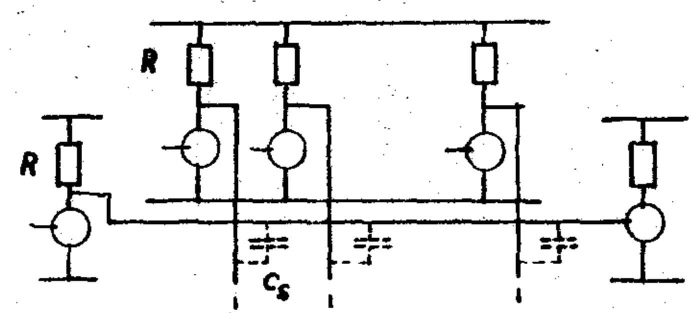

Рис.I.

Эквивалентная схема линии представлена на рис.2: а) для одного входа, б) для N входов. Здесь R - выходное сопротивление логической схемы, C - её входная емкость, C_S - паразитная емкость связи, E - рабочий перепад напряжения логической схемы, (при этом считается, что затухание в линии невелико). Переходная характеристика схемы имеет вид:

$$h(t) = h_0(e^{\alpha t} - e^{\beta t}) \qquad (I)$$

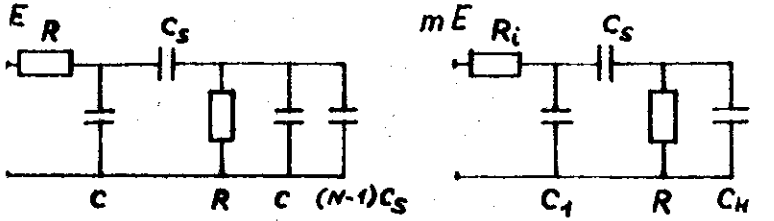

Рис.2.

где h_0, α и β несложно получаются из решения системы (в нашем случае двух) линейных дифференциальных уравнений данной схемы и здесь не приводятся.

При этом входной сигнал схемы представляет собою сумму рабочих перепадов логических схем; m – число схем, находящихся в данный момент в состоянии высокого логического уровня. Значения m во времени представляют собою простую однородную цепь Маркова. Рассматривая эту цепь в моменты переключения хотя бы одной из входных логических схем, установим, что ее переходные вероятности равны

$$p\left(\frac{m+1}{m}\right) = 1-\frac{m}{N} \quad ; \qquad p\left(\frac{m-1}{m}\right) = \frac{m}{N} \tag{2}$$

а остальные $p\left(\frac{k}{l}\right) = 0$ (здесь учтено, что вероятность перехода процесса пропорциональна числу схем, находящихся с состоянии, противоположном направлению перехода); время между переходами Δ распределено по закону Пуассона:

$$p_\Delta(\Delta) = N\lambda\, e^{-N\lambda\Delta} \tag{3}$$

При таких свойствах входного сигнала состояние схемы, описываемой системой n дифференциальных уравнений первого порядка, в общем случае представляют собою n-мерный марковский процесс, плотность вероятности переходов которого может быть найдена интегрированием уравнений Колмогорова.

Можно упростить анализ процесса, используя принцип суперпозиции и на основании (I) представляя процесс в пределах каждого интервала между переключениями $[t_{i-1} \div t_i]$ как детерминированный:

$$u_i(t) = A_i e^{\alpha t} - B_i e^{\beta t} \tag{4}$$

Выбирая при каждом переключении в качестве начала отсчета времени момент переключения, запишем:

$$u_{i+1}(t) = u_i(t+\Delta_{i+1}) \pm h(t)$$

откуда ясно, что величины A_i и B_i после i-го переключения связаны с величинами A_{i-1} и B_{i-1} после $i-1$ -го переключения соотношениями соответственно:

$$\begin{aligned} A_i &= A_{i-1}e^{\alpha\Delta_i} \pm h_0 \\ B_i &= B_{i-1}e^{\beta\Delta_i} \pm h_0 \end{aligned} \tag{5}$$

и не зависят от предыдущих состояний системы. При этом Δ_i – независимая случайная величина, распределенная по закону (3), вероятность + I равна $1-\frac{m_i}{N}$; вероятность – I равна $\frac{m_i}{N}$.

Из изложенного ясно, что величины A_i , B_i , m_i образуют трехмерную однородную цепь Маркова.

Рассмотрим первое выражение (5) для случая положительного перехода (знак "+"). Из него элементарно следует:

$$e^{\alpha\Delta} = \frac{A_i - h_0}{A_{i-1}} \quad ; \qquad \frac{\partial\Delta}{\partial A_i} = \frac{1}{\alpha(A_i - h_0)} \tag{6}$$

После чего из общих соотношений для распределений функций случайных аргументов и с использованием (3) получаем плотность вероятности перехода для А:

$$k_{A+}\left(\frac{A_i}{A_{i-1}}\right) = p_\Delta\left[\Delta(A_i . A_{i-1})\right]\frac{\partial\Delta}{\partial A_i} = \frac{N\lambda}{\alpha(A_i - h_0)}\left(\frac{A_i - h_0}{A_{i-1}}\right)^{\frac{N\lambda}{\alpha}} \tag{7}$$

Кроме того, из уравнений (5) выражается

$$B_i = \Phi(B_{i-1} \cdot A_i \cdot A_{i-1}) = B_{i-1}\left(\frac{A_i - h_0}{A_{i-1}}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} + 1 \tag{8}$$

после чего можно выразить совместную плотность вероятности перехода для A и B при положительном переходе:

$$k_+\left(\frac{A_i , B_i}{A_{i-1}, B_{i-1}}\right) = k_{A+}\left(\frac{A_i}{A_{i-1}}\right)\delta\left(B_i - \Phi(B_{i-1}, A_i . A_{i-1})\right) \tag{9}$$

Отметим, что δ -функция обязана своим появлением наличию функциональной однозначной связи A_i и B_i при данных A_{i-1} , B_{i-1} , m_i , очевидной из (5) [2].

Идентично рассматривая выражения (5) для отрицательного перехода, получим $k_-\left(\frac{A_i, B_i}{A_{i-1}, B_{i-1}}\right)$; все сочетания при этом идентичны (6), (7), (8) с соответствующими изменениями знаков. Полная совместная плотность вероятности перехода для A и B с учетом (2) имеет вид:

$$k\left(\frac{A_i, B_i}{A_{i-1}, B_{i-1}}\right) = \frac{m_i}{N} k_+\left(\frac{A_i, B_i}{A_{i-1}, B_{i-1}}\right) + \frac{N-m_i}{N} k_-\left(\frac{A_i, B_i}{A_{i-1}, B_{i-1}}\right) \quad (10)$$

Стационарное распределение величины определяется как собственный вектор матрицы (2), после чего выражение (10) усредняется по и далее строится матрица вероятностей переходов.

Практически процесс обычно симметричен и $m_{cp} = \frac{N}{2}$. При этом возможно непосредственное построение матрицы вероятностей переходов $\left[A_i, B_i / A_{i-1}, B_{i-1}\right]$ по соотношениям (5) с равновероятным выбором знака "+" или "-". Для этого множество значений A ,B делится на дискретные подмножества; практическая область значений Δ также делится на дискретные интервалы $T_1, T_2, \ldots, T_m$ с вероятностями соответственно $p_1, p_2, \ldots, p_m$, после чего для любых исходных значений $A_j B_k$ переходные вероятности находятся непосредственными статистическими испытаниями.

Собственный вектор полученной матрицы – стационарное совместное распределение величин A, B – позволяет определить практически любые характеристики исследуемого процесса. В частности, используя соотношения для среднего времени обращения состояния [3], получим интенсивность пересечений процессом уровня b :

$$\lambda_b = N \lambda p_b \quad (11)$$

где p_b – стационарная вероятность события

$$A e^{\alpha \Delta} + B e^{\beta \Delta} \geq b$$

Литература

1. НАУМОВ Ю.Е. Интегральные логические схемы. Сов.радио, 1970.
2. ЛЕВИН Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. "Сов.радио", 1969.
3. ФЕЛЛЕР В. Введение в теорию вероятностей и её применения. "Мир", 1968.