УДК 681.142.019.3

О ВРЕМЕНИ ОБМЕНОВ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОДНОРОДНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Ю.К.Димитриев, Л.С.Шум

Анализ состояния проблемы передачи данных показывает, что в настоящее время для построения распределенных вычислительных систем (РОВС) 1 реально использование только абонентских систем передачи данных (СПД) с отказами 2, характеризующихся большим временем установления связи между абонентами.

Из анализа шестнадцати типов задач [I], охватывающих основные разделы вычислительной математики, видно, что в каждой задаче присутствуют так называемые много-адресные передачи (МАП), при которых одна и та же информация из передающей ЭМ (ЭМ-П) рассылается в несколько принимающих ЭМ (ЭМ-Пр). Примером может служить обмен значениями сигналов ω между ЭМ, участвующими в выработке обобщенного сигнала условного перехода [I].

Работа РОВС рассматривается в дискретном времени $t=1,2,..$ Считаем, что I) каждый сеанс связи между ЭМ занимает один такт независимо от объема передаваемых данных или времени установления связи между ЭМ-корреспондентами, 2) начало и конец сеанса связи соответствует началу и концу соответствующего такта дискретного времени.

Пусть каждая ЭМ РОВС имеет β каналов связи (абонентских номеров), по которым она может обмениваться информацией с другими ЭМ. Пусть требуется передать w условных единиц информации из ЭМ-П в m ЭМ-Пр. Обычная процедура МАП заключается в последовательном соединении ЭМ-П со всеми ЭМ-Пр и передаче в них информации w. Для простоты здесь и ниже считаем, что передача из ЭМ-П по всем β каналам начинается после установления связи с β ЭМ-Пр ($\beta \leq m$), а процессы установления связи ЭМ-П с β ЭМ-Пр совмещены во времени. При таком допущении обеспечивается наилучшее использование времени машины. Общее время на осуществление МАП определяется выражением:

$$T_1 = \sum_{j=1}^{c} t_{kj} + \tau c w \qquad (I)$$

где t_{kj} – среднее время установления связи между ЭМ-П и ЭМ-Пр; τ – время передачи условной единицы данных; $c = \frac{m}{\beta}$ – число тактов осуществления МАП. Здесь и ниже мы пользуемся усредненными характеристиками СПД.

Опишем алгоритм работы РОВС, при котором время МАП уменьшается. Рассмотрим МАП w условных единиц информации в случае β = I, осуществляемую от ЭМ-П к множеству М ЭМ-Пр, состоящему из m машин.

Разобъем произвольно М на g непересекающихся подмножеств $M_I, M_2, \ldots, M_g$. В каждом M_i (i = I,2,..., g) также произвольно выделим по одной ЭМ: ЭМ-I, ЭМ-2,...,ЭМ-g. В первые g тактов МАП осуществим последовательно передачу в ЭМ-I,ЭМ-2,...,ЭМ-g. При этом в каждую ЭМ-i передадим не только данные w, но и массив абонентских адресов ЭМ, входящих в M_i (кроме адреса самой ЭМ-i), объемом $A = w_a m_i$ условных единиц информации, где w_a – объем информации, для задания адреса одной ЭМ, а m_i – число ЭМ в M_i (без ЭМ-i). После получения на i-ом такте МАП данных A_i, ЭМ-i осуществляет разбиение M_i на k подмножеств $M_{i1}, M_{i2}, \ldots, M_{ik}$, а в ($i$ + I)-ом, (i + 2)-ом,... ..., ($i + k$)-ом тактах передает данные w и A_{ij} (j = I,2,...,k) в ЭМ-ij, выделенные в M_{ij}. Описанные процесс повторяется в каждой выделенной ЭМ-$ij \ldots q$, если для неё $M_{ij \ldots q} \neq 0$. Последовательные разбиения на подмножества делаются так, чтобы во всех подмножествах вида $M_I, M_2, \ldots, M_g$ передача завершалась в одном и том же такте.

Существуют ограничения на число соединений каждой передающей ЭМ с принимающими (т.е. на общее число подмножеств, выделяемых в процессе выполнения описанного алгоритма), связанные с получением заданной стоимости решения задачи на РОВС, поскольку увеличение числа соединений, выполняемое каждой ЭМ, с одной стороны уменьшает время решения задачи за счет более глубоких совмещений, а с другой увеличивает его за счет роста объемов адресной информации, передаваемой между ЭМ. Поэтому рассматриваем

РОВС с ограничением на число соединений α. Для упрощения алгоритма разбиения на подмножества выберем значение α для каждого $M_{ij \ldots q}$ одинаковыми. Для любого m значение α определяется числом подмножеств вида M_i.

Если ЭМ РОВС имеют β > I, то на каждом этапе разбиения исходное множество $M_{ij \ldots q}$ делится на $\alpha\beta$ непересекающихся подмножеств.

Общее время на осуществление МАП для данного алгоритма будет:

$$T_2 = \sum_{j=1}^{c} t_{kj} + \tau\left(w_a \beta \sum_{j}^{c} S_j + wc\right) \qquad (2)$$

где $\sum_{j=1}^{c} S_j$ – сумма количеств адресов ЭМ, входящих в подмножества вида $M_{II \ldots I}$ с числом единиц в индексе, равном j (j = I, 2,...,c), лежащих на "критическом" пути реализуемого во времени графа связей ЭМ, а коэффициент β учитывает последовательный характер передачи адресной информации по β каналам; заметим, что данные w по β каналам передаются одновременно. Число ЭМ, входящих в $M_{II \ldots I}$ с числом единиц в индексе, равном j, определяется значением s_i ($i = c - j$) по формуле

$$s_i = (\beta+1) s_{i-1} - \begin{cases} 0, \text{ если } i \leq \alpha \\ \beta s_{i-\alpha-1}, \text{ если } i > \alpha \end{cases} \qquad (3)$$

при начальном значении s_0 = I. С учетом (3) найдем, что

$$\sum_{j=1}^{c} S_j = s_{c-1} + s_{c-2} + \ldots + s_0 = \begin{cases} \frac{1}{\beta}(b^c - 1), \text{ если } c \leq \alpha, \\ < b^{\alpha-1}(b^{\alpha+3} + 1), \text{ если } \\ \qquad 2\alpha+1 \geq c > \alpha \end{cases}$$

где $b = (\beta+1)$. Верхняя граница для $c > \alpha$ выбрана для упрощения расчетов. При α = 2 и β = I (4) справедливо для $m \leq$ I9.

Выражения (I) и (2) для времени МАП содержат по два слагаемых. Первое из них учитывает время на установление связи между ЭМ, а второе – время на осуществление собственно передачи. Вклады, вносимые ими в значение времени МАП, определяются только значениями α, β, w и w_a.

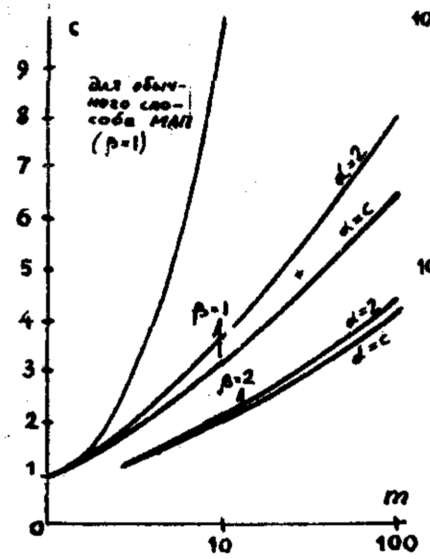

Рис. I

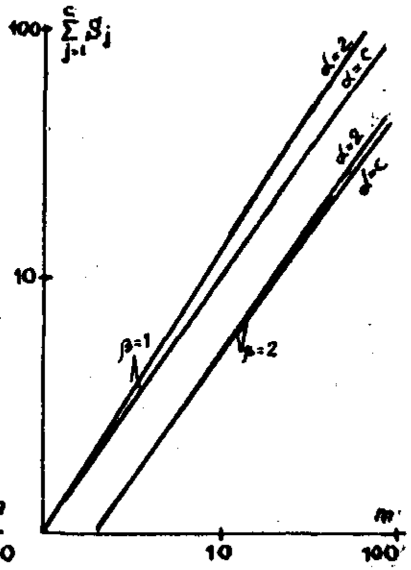

Рис. 2

Условие, при котором алгоритм МАП не хуже обычной процедуры МАП, записывается как

$$T_2 \leqslant T_1 \tag{5}$$

Потребуем, чтобы для каждого из соответствующих слагаемых из (I) и (2) выполнялось соотношение, аналогичное (5). Выигрыш во времени МАП за счет совмещения процессов коммутации между ЭМ (первое слагаемое) пропорционален числу тактов с МАП и иллюстрируется графиком на рис. I для различных значений α и β. Оценка затрат времени на передачу между ЭМ адресной информации (т.е. оценка изменений длины такта обмена) может быть произведена с помощью графика на рис. 2, на котором показана зависимость объема адресной информации, передаваемой по "критическому" пути реализуемого во времени графа обменов, от числа ЭМ, участвующих в МАП.

Необходимость передачи адресной информации сокращает выигрыш времени МАП. Считая, что для задания адреса любой ЭМ РОВС

требуется одинаковое количество единиц информации (W_α бит), определим соотношение K между объемом передаваемого сообщения (W единиц информации) и объемом адресной информации

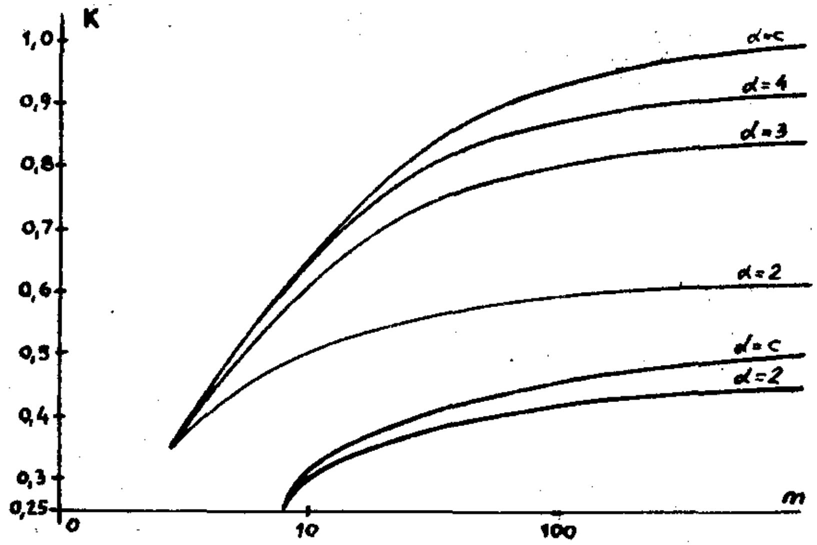

Рис. 3

($K = W/W_\alpha$), при котором описываемый алгоритм МАП оказывается не хуже обычной процедуры МАП. В этом отношении для нас представляет интерес соотношение между вторыми слагаемыми:

$$\tau\left[W_\alpha \beta \sum_{j=1}^{c} S_j + Wc\right] \leqslant \tau c W \tag{6}$$

откуда можно найти, что

$$K \leqslant \frac{\frac{m}{\beta} - c}{\beta \sum_{j=1}^{c} S_j} \tag{6a}$$

Зависимость $K = f(m)$ для случая равенства в (6а) показана на рис.3. Значение коэффициента K, найденное для конкретной РОВС, может использоваться как для определения эффективности описанного алгорима МАП для заданных значений m, α, β и W, так и для решения вопроса о планировании решения общей задачи на РОВС.

Найдем оценку влияния α на время МАП, выраженное в числе тактов дискретного времени для $\beta > 1$. Обозначим через c_{min} число тактов, необходимое для осуществления МАП к m ЭМ при $\alpha = c$, и через c_{max} – для осуществления МАП при $\alpha = 1$. Так как число ЭМ, подсоединенных на последовательных тактах дискретного времени, определяются для c_{min} как члены геометрической прогрессии с первым членом, равным I и знаменателем $(\beta+1)$, а при c_{max} – как члены геометрической прогрессии с первым членом, равным I, и знаменателем β, то

$$c_{min} = \left[\frac{\ln m}{\ln(\beta+1)}\right]$$

$$c_{max} = \left[\frac{\ln(m(\beta-1)+1)}{\ln\beta} - 1\right]$$

где квадратные скобки означают целую часть числа.

Оценим разность $c_{max} - c_{min}$ при $\beta > 1$. Можно записать

$$c_{max} = \frac{\ln m}{\ln\beta} \pm \delta_1 ,$$

где $|\delta_1| < 1$; тогда

$$c_{max} \leq \frac{\ln m}{\ln\beta} + 1 .$$

Для c_{min} аналогично имеем $c_{min} = \frac{\ln m}{\ln\beta} - \delta_2$, где $|\delta_2| < 2$. Тогда

$$c_{min} \geq \frac{\ln m}{\ln\beta} - 2 .$$

Таким образом,

$$c_{max} - c_{min} \leq \left(\frac{\ln m}{\ln\beta} + 1\right) - \left(\frac{\ln m}{\ln\beta} - 2\right) = 3 .$$

Итак, описанный алгоритм работы РОВС позволяет уменьшить время осуществления МАП сравнительно с обычной процедурой обменов, когда всю работу по передаче ведет только ЭМ, в которой эти данные образуются. Уменьшение времени МАП оказывается возможным

благодаря разделению множества М ЭМ, которым эти данные предназначены, на подмножества и совмещению передач данных машинам этих подмножеств; при этом передающие ЭМ назначаются из числа ЭМ, входящих в М.

Найдены выражения для затрат времени на МАП для обычного и предложенного алгоритмов, учитывающие усредненные характеристики СПД.

Эти соотношения могут использоваться как для оценки целесообразности конкретного способа распараллеливания задачи так и для планирования работы РОВС в целом.

Литература

1. ЕВРЕИНОВ Э.В., КОСАРЕВ Ю.Г. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, "Наука" СО, 1966.

2. БАВИЛЕВИЧ Е.В. и др. Передача данных, сб., "Связь" 1969.