УДК 681.142.001.2

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА НА БЕССДВИГОВЫХ РЕГИСТРАХ

В.П.Толстьев, Я.И. Фет

Обычно в цифровых вычислительных устройствах при выполнении арифметических операций исходные числа подвергаются некоторым преобразованиям. Так, например, в большинстве алгоритмов используется сдвиг исходных чисел, замена их промежуточными результатами и т.п. Для осуществления таких преобразований исходная информация и промежуточные результаты должны храниться в регистрах, обеспечивающих возможность сдвига и записи информации.

В тех случаях, когда источником информации являются устройства, не обладающие этими свойствами (например, постоянные запоминающие устройства, электромеханические регистры, различные цифровые датчики и т.д.), использование обычных алгоритмов требует применения дополнительного оперативного запоминающего устройства для временного хранения исходных чисел и промежуточных результатов. Источники информации, не обладающие возможностями сдвига и записи информации, мы будем называть бессдвиговыми регистрами.

В настоящей работе рассматриваются алгоритмы выполнения арифметических операций, позволяющие существенно сократить расход электронного оборудования при использовании бессдвиговых регистров.

Поскольку в подобных случаях обычно не предъявляется высоких требований к быстродействию вычислительных устройств, то с целью экономии оборудования естественно применить последовательную арифметику.

В дальнейшем будем пользоваться нумерацией разрядов чисел по степени основания, определяющей вес разряда. Так, разряд единиц будем называть нулевым, разряд десятков – первым и т.д. Процесс вычисления каждой цифры результата будем называть элементарным циклом, а номер элементарного цикла считать равным номеру получаемого в данном цикле разряда результата.

Сложение выполняется обычным образом, начиная с младших разрядов операндов.

Вычитание. Чтобы обеспечить возможность применения бессдвиговых регистров, достаточно рассматривать уменьшаемое как положительное число, а вычитаемое – как отрицательное и выбирать в качестве уменьшаемого тот из операндов, который больше по абсолютной величине. Тогда результат операции вычитания всегда будет положительным числом, следовательно, на выход устройства будут поступать результаты поразрядных операций в дополнительных кодах, которые в данных условиях совпадают с прямыми. При этом знак результата может быть легко определен в соответствии со знаками операндов и относительной величиной их модулей.

Процесс выполнения операции вычитания состоит из двух этапов.

Первый этап – сравнение операндов по абсолютной величине. При выполнении этого этапа первый операнд всегда посылается в сумматор прямым кодом, а второй – обратным. Результат этого суммирования на выход не поступает. Относительная величина операндов определяется по наличию или отсутствию переноса при сложении старших разрядов: если перенос имеется, значит первый операнд больше второго, если перенос отсутствует, значит второй операнд больше первого.

Второй этап – в соответствии с результатами проведенного на первом этапе сравнения меньший по абсолютной величине операнд посылается на сумматор в дополнительном коде, больший операнд – в прямом коде. Затем производится последовательное поразрядное сложение без учета циклического переноса.

Умножение выполняется так называемым "перекрестным" методом, который заключается в следующем.

Умножение двух n-разрядных сомножителей производится путем выполнения $2n$ элементарных циклов.

В нулевом элементарном цикле вырабатывается одно элементарное произведение путем умножения нулевого (младшего) разряда множимого на нулевой (младший) разряд множителя. Младший разряд этого элементарного произведения равен нулевому (младшему) разряду окончательного произведения, а старший его разряд является переносом в первый разряд.

В первом элементарном цикле вырабатываются два элементарных произведения путем умножения нулевого разряда множимого на первый разряд множителя и первого разряда множимого на нулевой разряд множителя. Частичное произведение первого цикла равно сумме этих двух элементарных произведений и переноса, полученного в нулевом цикле. Младший разряд частичного произведения первого цикла равен первому разряду окончательного произведения, а старшие его разряды являются переносами в следующие разряды.

В каждом последующем цикле от 0-го до $(n-1)$-го количество элементарных произведений увеличивается на единицу, а далее – от $(n-1)$-го до $(2n-1)$-го – уменьшается на единицу. Элементарными произведениями в каждом цикле являются произведения всевозможных пар цифр разрядов операндов (в каждой паре одна цифра множимого и одна-множителя) таких, что сумма номеров разрядов обеих цифр любой пары равна номеру цикла.

В каждом цикле определяется точное значение одного разряда окончательного произведения, номер которого равен номеру цикла. Старший, $(2n-1)$-й разряд окончательного произведения равен переносу, полученному в предыдущем цикле.

Деление выполняется методом проб цифр частного. Очередная цифра частного (начиная со старшего разряда) находится путем последовательных проб (от 1 до 9). При каждой пробе делитель умножается на все уже полученные в предыдущих циклах разряды частного (включая младшую-пробную цифру). Вычисляемые пробные кратные делителя вычитаются из соответствующей части делимого. Если знак этой разности положительный, то для данного разряда частного пробуется следующая большая цифра, если знак отрицательный, то в качестве окончательного значения данного разряда частного записывается цифра предыдущей пробы. В каждом элементарном цикле пробного умножения, которое выполняется перекрестным методом, вырабатывается точная цифра текущего разряда произведения. Эта цифра тотчас же суммируется с обратным кодом соответствующего разряда делимого. После обработки всех разрядов произведения по наличию или отсутствию циклического переноса можно судить о знаке разности, который определяет необходимость выполнения очередной пробы цифры частного. Применяемое при этом последовательное поразрядное сравнение кратного делителя с делимым аналогично процессу сравнения операндов на первом этапе рассмотренной выше операции вычитания.

Основное преимущество примененного метода перекрестного умножения заключается в том, что разрядность промежуточных результатов, которые необходимо хранить в процессе вычислений, значительно меньше, чем при других методах умножения. Можно показать, что при умножении n -разрядных десятичных чисел перекрестным методом разрядность промежуточных результатов не более $\ell_g n+3$, в то время как при умножении общепринятым методом накопления кратных множимого разрядность промежуточных результатов равна $n+1$.

Операция деления методом подбора цифр частного выполняется на том же оборудовании, что и остальные операции, и требует лишь незначительных добавлений в устройстве управления.