УДК 681.3.001

ДИАГНОСТИКА НЕИСПРАВНОСТЕЙ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ, РЕАЛИЗОВАННЫХ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

В.Ф. Гурко

Разработка и создание вычислительных сред (ВСр) [1] и методов реализации в них логических схем и автоматов выдвигает задачу диагностики схем, реализованных в вычислительной среде.

В литературе [2,3,4] излагаются вопросы, посвященные тестовому контролю и диагностике неисправностей электрических схем и элементов [5,6].

В данной работе рассматривается диагностика схем, реализованных в ВСр, каждый элемент которой выполняет полный соединительный и функциональный базис („D",„D",„F") [1].

При решении задачи диагностики предполагается, что неисправности - устойчивые и единичные. Ниже рассматриваются следующие виды неисправностей элементов ВСр „D"→„F" и „F"→„D"

Пусть логическая функция вида:

$$f(x_1,x_2,\dots,x_n)=\bigvee_{\kappa=1}^{m}\tilde{x}_{i_1^{\kappa}}\tilde{x}_{i_2^{\kappa}},\dots,\tilde{x}_{i_{\nu_\kappa}^{\kappa}};\ \nu_\kappa\leq n,\ \kappa\in\{1,2,\dots,m\}, \quad (*)$$

реализована в ВСр в виде последовательно-параллельной схемы по методу, изложенному в [7,8,9], и занимает прямоугольное поле A размером $[m\times(2n+2)]$ (рис.1). Строки соответствуют конъюнкциям (*) и имеют номера от 1 до m сверху вниз, столбцы -

– всем переменным и нумеруются слева направо:

$$\{P_1, x_1, \bar{x}_1, \ldots, x_n, \bar{x}_n, P_2\}.$$

Одним из эффективных способов резервирования при реализа-

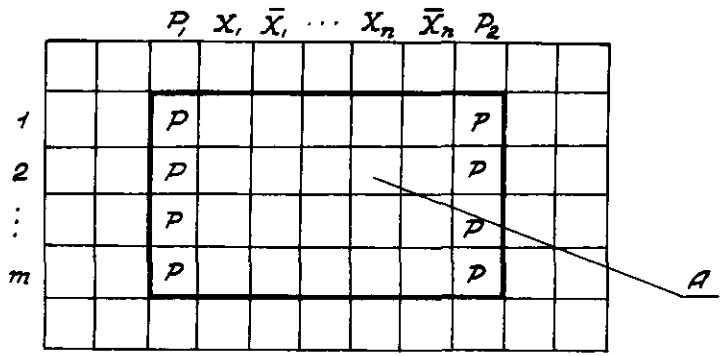

Рис. I

ции в среде логических функций в виде последовательно-параллельной схемы является введение резервных строк. Такой способ резервирования обеспечивает простоту алгоритма перестройки и позволяет ограничиться локализацией неисправностей с точностью до строки.

Задача диагностики логических функций, реализованных в ВСр, может быть поставлена двояко.

I. Контроль можно вести с перестройкой элементов среды при условии, что ошибки исключены и при настройке сбоев быть не может. Следовательно, нарушение работы схемы может возникнуть только вследствие неисправностей в элементах. Построение теста в этом случае упрощается, однако время контроля может возрасти.

2. Перестройка в процессе контроля не допускается. Считается, что нарушение работы схемы может быть вызвано как неисправностями в элементах, так и неверной настройкой. В этом случае строятся диагностические тесты и анализируется результат контроля для выявления координаты неисправности (хотя бы строки в программе).

I. Проверочный тест с перестройкой

Проверить правильность расположения элементов „P" и „D" в поле A можно путем перестройки элементов в столбце P_2. Проверка производится построчно. Пусть проверяется k-я строка, тогда:

а) в столбце P_2 оставляется только k-й элемент, выполняющий функцию „D", остальные элементы этого столбца перестраиваются на „D";

б) если k-я конъюнкция имеет вид

$$x_{i_1^k}^{\sigma_{i_1^k}} \cdot x_{i_2^k}^{\sigma_{i_2^k}} \cdots x_{i_{\nu_k}^k}^{\sigma_{i_{\nu_k}^k}},$$

где $\{i_1^k, i_2^k, \ldots, i_{\nu_k}^k\} \subseteq \{1,2,\ldots,n\}$ и в строке нет неисправности, то при подаче любой переменной $x_{i_\ell^k}$, не равной $\sigma_{i_\ell^k}$, на выходе должно быть "0", а при подаче на вход набора $\sigma_{i_1^k} \times \sigma_{i_2^k} \cdots \sigma_{i_{\nu_k}^k}$ на выходе – "I". Проверка элементов, выполняющих функцию „D" для не входящих в k-ю конъюнкцию переменных и их отрицаний, осуществляется в два такта.

Таким образом, проверка каждой строки занимает $(\nu_k + 3)$ тактов. Обозначим через τ один такт работы среды через θ – один такт перестройки. Тогда для проверки всего поля A потребуется время

$$T = \left(\sum_1^m \nu_k + 3m\right)\tau + m\theta .$$

2. Проверочный тест без перестройки среды

Задача состоит в том, чтобы найти такую последовательность входных сигналов, которая дала бы возможность по значениям выхода судить о том, правильно ли работает схема, и если нет, то в какой строке содержится неисправность.

Для этого строится таблица функций неисправностей [2], состоящая из 2^n строк, соответствующих всем наборам от n переменных, и стольких столбцов, сколько существует различных неисправностей. Для k-й строки программы, реализующей конъюнкцию

$$x_{i_1^k}^{\sigma_{i_1}^k}\; x_{i_2^k}^{\sigma_{i_2}^k} \cdots x_{i_{\nu_k}^k}^{\sigma_{i_{\nu_k}}^k} \; ,$$

возможны следующие типы неисправностей:

I. Тип „F" → „D", соответствующий замене одной из переменных в этой конъюнкции константой "I". Ей соответствует своя функция неисправности (их число равно ν_k).

2. Тип „D" → „F" в элементах, соответствующих не входящим в k - ю конъюнкцию переменным и их отрицаниям (число таких неисправностей и функций неисправностей равно $2(n-\nu_k)$).

3. Тип „D" → „F" для элементов, соответствующих входящим в k - ю конъюнкцию переменным и их отрицаниям (число таких неисправностей, которым соответствует одна функция неисправности, равно ν_k).

В дальнейшем удобно использовать следующее обозначение функции неисправности: $f_{k,i}^{j}$, где j - тип неисправности (j = I,2,3), k - номер строки (конъюнкции) (k = I,2, ..., m), i - номер переменной ($i = 1,2,\dots, n$).

Итак, k - й конъюнкции в заданной $f(x_1 x_2 \dots x_n)$ соответствует всего $\mu_k = 2n - \nu_k + 1$ функций неисправностей, и общее число столбцов в таблице равно

$$\mu = 2mn - \sum_1^m \nu_k + m + 1 \; .$$

ПРИМЕР. Пусть в среде построена функция

$$f_0 = x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \; .$$

Программа настройки имеет вид (рис. 2). Распределение неисправностей показано в таблице, причем в пустые клетки следует мыс-

	X_1	$\bar{X}_1$	X_2	$\bar{X}_2$	X_3	$\bar{X}_3$	X_4	$\bar{X}_4$		
P	D	F	D	F	D	D	D	D	P	
P	D	D	F	D	D	F	D	D	P	
P	D	F	D	D	F	D	D	F	P	
P	F	D	F	D	D	D	D	D	P	f_0

Рис. 2

Таблица одиночных неисправностей

$X_1X_2X_3X_4$	f_0	$f_{1,1}^1$	$f_{1,2}^1$	$f_{2,2}^1$	$f_{2,3}^1$	$f_{3,1}^1$	$f_{3,3}^1$	$f_{3,4}^1$	$f_{4,1}^1$	$f_{4,2}^1$	f_1^3	f_2^3	f_3^3	f_4^3	$f_{1,3}^2$	$f_{1,3'}^2$	$f_{1,4}^2$	$f_{1,4'}^2$	$f_{2,1}^2$	$f_{2,1'}^2$	$f_{2,4}^2$	$f_{2,4'}^2$	$f_{4,2}^2$	$f_{4,2'}^2$	$f_{4,3}^2$	$f_{4,3'}^2$	$f_{4,4}^2$	$f_{4,4'}^2$
0111	0	1		1						1																		
0101	0	1				1				1																		
0110	0	1		1						1																		
0100	0	1								1																		
1000	0		1		1			1	1																			
0000	1													0											0		0	
0001	1													0											0			
0010	1																											
0011	1																											
1001	1												0										0					
1011	1											0								0		0						
1010	1											0								0	0							
1101	1																											
1100	1										0				0		0											
1110	1										0					0	0											
1111	1										0					0		0										

ленно перенести соответствующие значения функции f_0 .

Очевидно, что составление таблицы функций неисправностей и построение тестов для больших схем – очень трудоемкая операция, которая может быть выполнена только на ЭВМ. Однако при составлении таблицы функций неисправностей может оказаться, что некоторые столбцы тождественно совпадают, то есть соответствующие функции неисправностей неразличимы. Так, в рассмотренном примере

$$f'_{1,2}=f'_{2,3}=f'_{3,4}=f'_{4,1} \quad \text{и} \quad f'_{1,1}=f'_{4,2} .$$

При большом числе неразличимых функций неисправностей построение таблицы и теста теряет смысл. Поэтому представляет интерес поиск критериев, позволяющих по записи дизъюнктивных нормальных форм д.н.ф. определять, существуют ли неразличимые неисправности, если реализацию д.н.ф. проводить в виде последовательно-параллельной схемы.

Как отмечалось в работе [2], совпадение некоторых функций неисправностей можно предсказать непосредственно по схеме. В самом деле, если допустимой неисправностью является неисправность „D"→„F" (что в некоторых случаях эквивалентно разрыву), то при последовательном включении элементов мы не можем установить, в каком из них неисправность. Аналогично нельзя установить наличие неисправности („F"→„D") при параллельном соединении. А так как мы рассматриваем реализацию ДНФ в виде последовательно-параллельной схемы, то совпадение функций неисправностей для „D"→„F" говорит о том, что данные неисправности находятся в одной строке, а для „F"→„D"– в разных.

Таким образом, для того, чтобы д.н.ф., реализованная в среде в виде последовательно-параллельной схемы, была диагностируема с точностью до строки достаточно, чтобы все функции неисправностей для „F"→„D" были различимы.

В дальнейшем удобно использовать геометрическую модель. Введем обозначения:

1. Пусть функции $f(x, x_2 \ldots x_n)$ поставлено в соответствие подмножество $N_f=\{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n\}$ множества E_n всех вершин n – мерного единичного куба таких, что $f(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)=1$.

2. Подмножество $N_{U_k} \subseteq E_n$ называется интервалом k-го ранга, если оно соответствует конъюнкции U_k k-го ранга.

3. Элементарные конъюнкции U_i и U_j называются ортогональными, если $U_i \cdot U_j \equiv 0$.

4. $\mathfrak{M}$ – множество функций неисправностей для „F"→„D" в f_0 .

5. S' – множество наборов, контролирующих неисправности типа „F"→„D" в f_0

6. $S'_{k,i}$ – множество наборов, контролирующих неисправность i – й переменной в k – й конъюнкции.

7. $S_{k,i}$ – множество вершин интервала, соответствующего конъюнкции, ортогональной к U_k по i – й переменной.

8. Λ – пустое множество.

Очевидно, число функций неисправностей для „F"→„D" равно рангу конъюнкции, а мощность множества наборов

$$S'_{k,i} \leq 2^{n-k} \; (S'_{k,i} \subseteq S_{k,i}) .$$

Это следует из того, что для контроля i – й переменной в U_k необходимо во множестве наборов, на которых U_k равно единице, заменить значение контролируемой переменной на противоположное, а затем исключить из $S_{k,i}$ наборы, на которых остальные конъюнкции равны единице.

ЛЕММА I. Для того, чтобы множество функций неисправностей $\mathfrak{M}$ было различимо, необходимо и достаточно, чтобы для любой пары неисправностей выполнялось условие:

$$S'_{k,i} \neq S'_{\ell,j} . \tag{I}$$

НЕОБХОДИМОСТЬ. Предположим, что функции неисправностей различимы. Тогда существует набор $s \in S'$ такой, что

$$f'_{k,i}(s) \neq f'_{\ell,j}(s) .$$

А так как функция неисправностей в случае неисправности „F"→„D" принимает значение единицы только на множестве наборов, контролирующих данную неисправность, то набор s в этом случае принадлежит только одному из контролирующих наборов $S'_{k,i}$ или $S'_{\ell,j}$.

ДОСТАТОЧНОСТЬ. Из условия

$$S'_{k,i} \neq S'_{\ell,j}$$

следует, что существует набор $s \in S^1$ такой, что одна функция неисправности на этом наборе равна единице, а другая – нулю. Отсюда получаем, что

$$f^1_{k,i} \neq f^1_{e,j}.$$

ПРИМЕР. Проиллюстрируем сказанное на функции f_0. На рис. 3 изображено покрытие интервалами для данной функции.

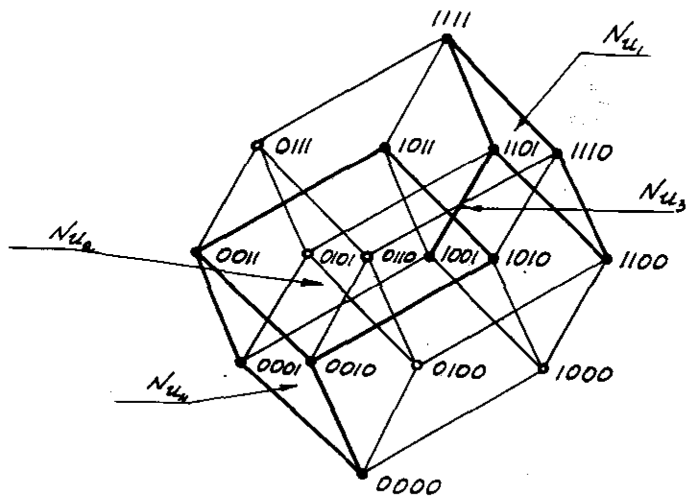

Рис. 3

Выпишем подмножества вершин интервалов, соответствующих элементарным конъюнкциям u_1, u_2, u_3, u_4:

$$N_{u_1}=\begin{Bmatrix}1100\\1101\\1110\\1111\end{Bmatrix},\quad N_{u_2}=\begin{Bmatrix}0010\\0011\\1010\\1011\end{Bmatrix},\quad N_{u_3}=\begin{Bmatrix}1001\\1101\end{Bmatrix},\quad N_{u_4}=\begin{Bmatrix}0000\\0001\\0010\\0011\end{Bmatrix}.$$

Заменяя значения контролируемых переменных на противоположные и исключая наборы, на которых функция равна единице, получаем:

$$S^1_{1,1}=\begin{Bmatrix}0100\\0101\\0110\\0111\end{Bmatrix},\qquad S^1_{1,2}=\{1000\},$$

$$S^1_{2,2}=\begin{Bmatrix}0110\\0111\end{Bmatrix},\qquad S^1_{2,3}=\{1000\},$$

$$S^1_{3,1}=\{0101\},\qquad S^1_{3,4}=\{1000\},$$

$$S^1_{4,1}=\{1000\},\qquad S^1_{4,2}=\begin{Bmatrix}0100\\0101\\0110\\0111\end{Bmatrix}$$

Применяя критерий (I), видим, что для данной функции единичные неисправности $f^1_{1,2}, f^1_{2,3}, f^1_{3,4}$ и $f^1_{4,1}$, а также $f^1_{1,1}$ и $f^1_{4,2}$ неразличимы. Неисправность $f^1_{3,3}$ не влияет на работу схемы.

Введем на множестве вершин единичного n – мерного куба метрику [10].

$$\rho(\beta,\gamma)=|\beta_1-\gamma_1|+|\beta_2-\gamma_2|+\dots+|\beta_n-\gamma_n|.$$

Пусть m – некоторая точка единичного n – мерного куба. Совокупность точек ρ единичного n – мерного куба, для которого выполняется условие $\rho(m,\rho)=1$, назовем окрестностью первого порядка и обозначим ее через $Q_1(m)$. Окрестностью $Q_2(m)$ второго порядка точки m будем называть совокупность точек ρ единичного n – мерного куба, для которых $\rho(m,\rho)\leq 2$.

ЛЕММА 2. Множество функций неисправностей $\mathfrak{M}$ различимо, если в каждом

$$S^1_{k,i}\quad (i=1,2,\dots,\nu_k;\ k=1,2,\dots,m)$$

существует точка $s\in S^1_{k,i}$ такая, что

$$Q_1(s)\cap N_f\setminus N_{u_k}=\Lambda \tag{2}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Поскольку

$$Q_1(s)\cap N_f\setminus N_{u_k}=\Lambda,$$

то точка $s\in S^1_{k,i}$ и не принадлежит более ни одному контролирующему множеству, проверяющему другие неисправности.

ЛЕММА 3. Множество функций неисправностей $\mathfrak{M}$ различимо, если в каждом N_{u_k} $(k=1,\dots,m)$ найдется точка α такая, что

$$Q_2(\alpha)\cap N_f\setminus N_{u_k}=\Lambda \tag{3}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В множество наборов $Q_1(\alpha)$ входит по одному набору из каждого множества наборов, контролирующих все неисправности k - й конъюнкции, а так как $Q_2(\alpha)\cap N_f \setminus N_k = \Lambda$, то ни один из наборов $Q_1(\alpha)$ не принадлежит множеству наборов, контролирующих неисправности всех остальных конъюнкций.

Проверить различимость функций неисправностей можно по любому из указанных критериев. Однако критерии 2 и 3 являются достаточными условиями различимости функций неисправностей и поэтому более жесткими, чем I.

Как отмечалось выше, не для любой д.н.ф., реализованной в ВСр в виде последовательно-параллельной схемы, можно построить диагностический тест, позволяющий обнаружить неисправность хотя бы с точностью до строки. Поэтому в тех случаях, когда ставится задача диагностики функции с точностью до строки, необходимо декомпозировать f на подфункции f_i $(f = \vee f_i)$, удовлетворяющие условиям диагностики, и реализацию каждой f_i проводить в виде отдельной последовательно-параллельной схемы. Для получения оптимального разбиения (декомпозиции) используется полный перебор всех возможных сочетаний элементарных конъюнкций. Реализация f проводится с учетом возможности ведения контроля каждой подфункции.

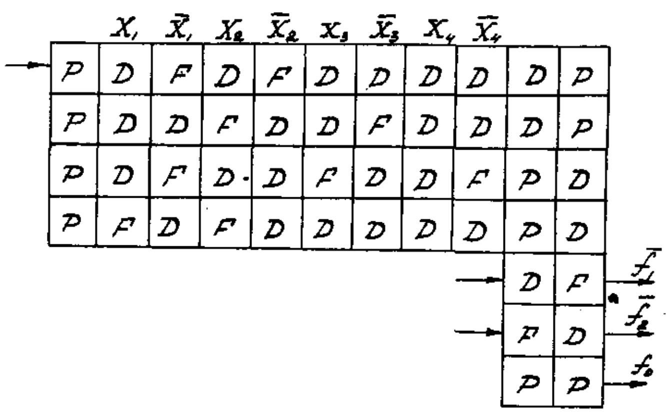

Рис. 4

ПРИМЕР. Применим критерий (I) для декомпозиции функции f_0 на подфункции f_i, удовлетворяющие условиям диагностики. Перебирая все возможные сочетания конъюнкций, получаем $f_0 = f_1 \vee f_2$, где подфункция f_1 включает первую и вторую, а f_2 - третью и четвертую конъюнкции.

Один из возможных вариантов программы настройки $f_0 = f_1 \vee f_2$ показан на рис. 4.

Таким образом, построив для каждой подфункции свой диагностический тест, путем последовательной диагностики f_i можно однозначно найти неисправность в f.

Литература

I. ЕВРЕИНОВ Э.В., КОСАРЕВ Ю.Г. Однородные вычислительные системы высокой производительности, Новосибирск, "Наука", 1967.

2. ЧЕГИС И.А., ЯБЛОНСКИЙ С.В. Логические способы контроля работы электрических схем. - "Труды Математического института им. В.А.Стеклова", 1958, том. 51, 270-360.

3. KANTZ W.H. Testing and diagnosis of cellular arrays. Proc.8th Ann.Sump. on Switching and Automata Theory, 161-175.

4. ARMSTRONG D.B. On finding a nearly minimal set of fault detection tests for combinational logic nets. IEEE Trans. EC-15, 1966, p.63-73.

5. ПРАНГИШВИЛИ И.В., ИГНАТУЩЕНКО В.В. О методах построения контрольно-диагностических тестов для однородных микроэлектронных структур. - "Техн.кибернетика", М., "Изв. АН СССР", № 6.

6. ЧАРАЕВ Г.Г. Контроль исправности и диагностика неисправностей неполностью однородной двумерной структуры. - "Автоматика и телемеханика", М, 1968, № 7.

7. БАНДМАН О.Л. Реализация автоматов в криотронной вычислительной среде. - "Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам", Новосибирск, "Наука", 1968, вып. 3.

8. МЕЛИХОВ А.Н., ТОПОЛЬСКИЙ Н.Г. Об одном методе синтеза автоматов в вычислительной среде. -"Цифровые модели и интегрирующие машины", Таганрог, 1970, 265-275.

9. ARNOLD Th., TAN C.J., NEWBORN M.M. Iteratively Realized Sequential Circuits. IEEE Trans. C-19, N 1, Jan.1970, p.54-66.

IO. ХАУСДОРФ Ф. Теория множеств. М.-Л., Гостехиздат, 1937.

Поступила в редакцию
I9. VI. 1971