1961 год ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ Выпуск 47

УДК 681.326

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ДИАГНОСТИКЕ НЕИСПРАВНОСТЕЙ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Р.С. Гольдман

В работе рассматривается диагностика неисправностей комбинационных схем, построенных из функциональных элементов "И", "ИЛИ", "НЕ", "НЕ-И", "НЕ-ИЛИ". Под неисправностью будем понимать константу 0(I) на любом входе (выходе) любого элемента схемы. Предполагается, что в схеме может быть произвольное сочетание неисправностей.

Пусть имеется одновыходная комбинационная схема M, реализующая функцию $f(x_1, \dots, x_n)$. Неисправности i-го элемента схемы обозначим через S_{i-t}, если выход i-го элемента постоянно имеет значение t; через S_{ij-t}, если j-й вход i-го элемента постоянно имеет значение t (где $t \in \{0, I\}$).

Рассмотрим комбинационную схему без разветвлений, упорядоченную по рангам [I]. Пусть в схеме имеется сочетание неисправностей.

$$S = \{S_{i_1 j_1 - t_1}, \dots, S_{i_e j_e - t_e}, \dots, S_{i_k j_k - t_k}\}.$$

Обозначим через $f_S(x_1, \dots, x_n)$ функцию, реализуемую схемой при этом сочетании неисправностей.

Пусть неисправность $S_{i_e j_e - t_e} \in S$ характеризуется тем, что в любом пути, связывающем i-й элемент с выходом схемы , нет неисправностей элементов, имеющих ранг больше ранга i-го элемента, и пусть $S_0 \subset S$ - множество всех таких неисправностей. Тогда множество неисправностей S_0 эквивалентно множеству не - исправностей S, то есть

$$f_{S_0}(x_1,\dots,x_n) \equiv f_S(x_1,\dots,x_n)$$

Для иллюстрации рассмотрим схему, представленную на рис.I.

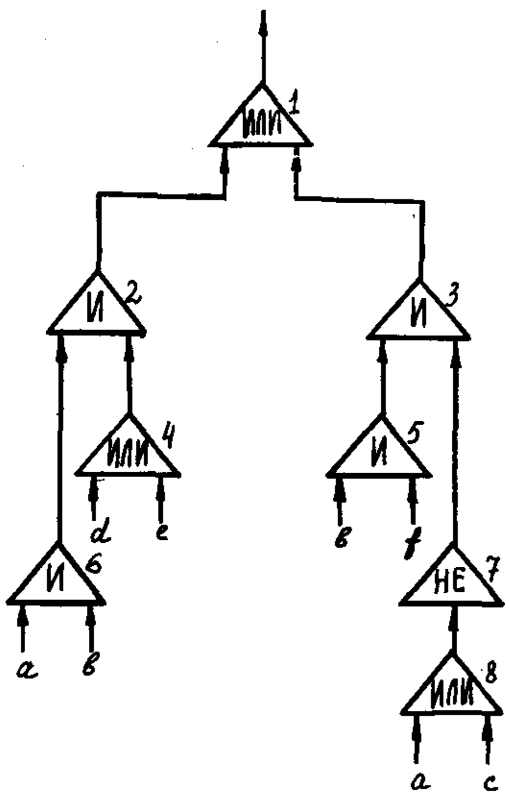

Рис. I.

Пусть в схеме имеется сочетание неисправностей :

$$S=\{S_{2-0},\ S_{41-1},\ S_{51-1},\ S_{82-0}\}.$$

Очевидно, что неисправность S_{41-1} не оказывает влияния на функцию, реализуемую схемой при сочетании неисправностей S, так как выход элемента 2 постоянно равен 0. Следовательно, множество S_0 составляют неисправности

$$S_{2-0},\ S_{51-1},\ S_{82-0}.$$

Для решения задачи диагностики неисправностей будем использовать структурно-аналитический способ описания схемы в виде эквивалентной нормальной формы (ЭНФ) [2].

Для схемы (рис.I) ЭНФ имеет вид:

$$y=a_{621}b_{621}d_{421}\vee a_{621}b_{621}e_{421}\vee b_{531}f_{531}\bar{a}_{8731}\bar{c}_{8731}.$$

Обозначим последовательности элементов путей следующим образом:

621 - I
42I - 2
53I - 3
873I - 4

Тогда ЭНФ примет вид:

$$y=a_1b_1d_2\vee a_1b_1e_2\vee b_3f_3\bar{a}_4\bar{c}_4.$$

Функцию f_S, реализуемую схемой при сочетании неисправностей, можно получить фиксированием букв ЭНФ константами 0(I).

Будем говорить, что буква q_t ЭНФ фиксируется равной t, если путь, ассоциируемый с этой буквой [2], связывает j-й вход i-го элемента, где $S_{ij-t}\in S_0$, с выходом схемы через четное число элементов "НЕ", "НЕ-И", "НЕ-ИЛИ", и равной $\bar{t}$—в противном случае.

Так, в схеме (рис.I) неисправность S_{2-0} фиксирует буквы a_1, b_1, d_2, e_2 равными 0; неисправность S_{51-1} - букву b_3 равной I; неисправность S_{82-0} - букву $\bar{c}_4$ равной I.

Для схемы можно составить таблицу путей, которая определяет, каким образом неисправности схемы фиксируют буквы ЭФН. Строки таблицы путей соответствуют буквам ЭНФ, столбцы - неисправностям схемы. На пересечении i-й строки и j-го столбца проставляется значение I, если j-я неисправность фиксирует i-ю букву ЭНФ равной I; и 0, если j-я неисправность фиксирует эту букву равной 0.

Таблица путей для схемы (рис.I) представлена в табл. I.

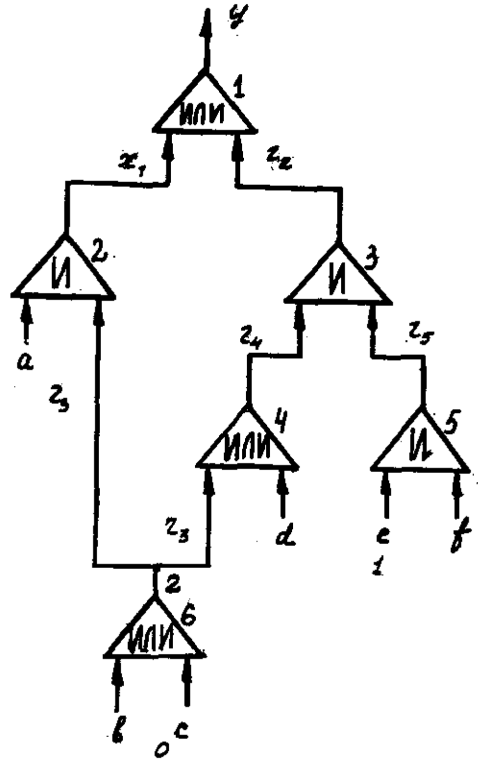

Рис.2.

Комбинационную схему M произвольной конфигурации, где i-й элемент может быть связан с выходом схемы несколькими путями, можно провести к эквивалентной схеме без разветвлений M', имеющей ту же ЭНФ [I], что и схема M.

Рассмотрим схему M, представленную на рис.2.

Обозначим пути схемы следующим образом:

2I – I
62I – 2
643I – 3
43I – 4
53I – 5

Таблица I

Неисправности / Буквы	I				2				3				4				5				6				7		8			
	S_{11}-0	S_{12}-0	S_1-0	S_1-1	S_{21}-1	S_{22}-1	S_2-0	S_2-1	S_{31}-1	S_{32}-1	S_3-0	S_3-1	S_{41}-0	S_{42}-0	S_4-0	S_4-1	S_{51}-1	S_{52}-1	S_5-0	S_5-1	S_{61}-1	S_{62}-1	S_6-0	S_6-1	S_7-0	S_7-1	S_{81}-0	S_{82}-0	S_8-0	S_8-1
a_1	0		0	I	I		0	I													I		0	I						
b_1	0		0	I	I		0	I														I	0	I						
d_2	0		0	I		I	0	I					0		0	I														
e_2	0		0	I		I	0	I						0	0	I														
b_3		0	0	I					I		0	I					I		0	I										
f_3		0	0	I					I		0	I						I	0	I										
$\bar{a}_4$		0	0	I						I	0	I													0	I	I		I	0
$\bar{c}_4$		0	0	I						I	0	I													0	I		I	I	0

ЭФН и обратная ЭНФ [2] для схемы M с учетом принятых обозначений имеют вид:

$$y = a_1 b_2 \vee a_1 c_2 \vee b_3 e_5 f_5 \vee c_3 e_5 f_5 \vee d_4 e_5 f_5 ,$$

$$\bar{y} = \bar{a}_1 \bar{b}_3 \bar{c}_3 \bar{d}_4 \vee \bar{a}_1 \bar{e}_5 \vee \bar{a}_1 \bar{f}_5 \vee \bar{b}_3 \bar{c}_3 \bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{d}_4 \vee \bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{e}_5 \vee \bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{f}_5$$

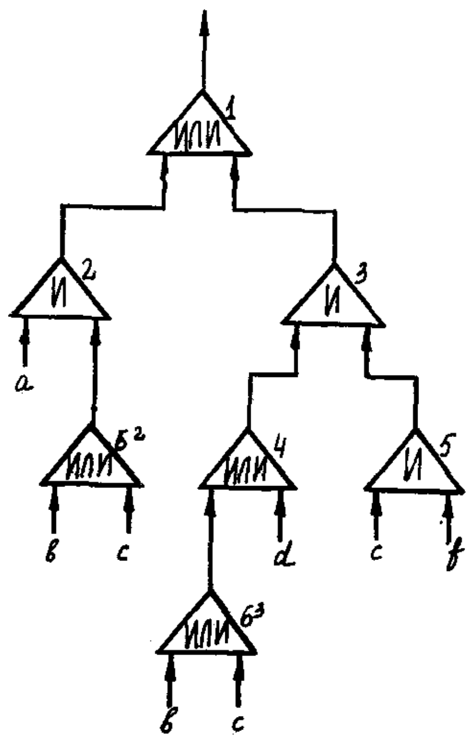

Рис.3.

На рис.3 представлена схема без разветвлений M', эквивалентная схеме M [I]. Элементы, связанные с выходом схемы M несколькими путями, обозначим в схеме M' тем же номером, что и в схеме M, с индексом пути, связывающего этот элемент с выходом схемы.

Очевидно, что неисправность S_{ij-t} схемы M, где i -й элемент связан с выходом схемы путями $1, \ldots, r, \ldots, k$, эквивалентна неисправностям $S_{i^1 j-t}, \ldots, S_{i^r j-t}, \ldots, S_{i^k j-t}$.

Например, неисправность S_{61-0} схемы M эквивалентна неисправностям $S_{6^2_1-0}$ и $S_{6^3_1-0}$ в схеме M'. Из эквивалентного представления схемы M видно, что функцию f_S, реализуемую схемой при сочетании неисправностей, можно получить так же, как и для схем без разветвлений, рассматривая схему M'.

Таблица 2

Неисправности / Буквы	1				2				3			
	S_{11-0}	S_{12-0}	S_{1-0}	S_{1-1}	S_{21-1}	S_{22-1}	S_{2-0}	S_{2-1}	S_{31-1}	S_{32-1}	S_{3-0}	S_{3-1}
a_1	0		0	1	1		0	1				
b_2	0		0	1		1	0	1				
c_2	0		0	1		1	0	1				
b_3		0	0	1					1	0	0	1
c_3		0	0	1					1		0	1
d_4		0	0	1					1		0	1
e_5		0	0	1						1	0	1
f_5		0	0	1						1	0	1

Неисправности / Буквы	4				5				6^2				6^3			
	S_{41-0}	S_{42-0}	S_{4-0}	S_{4-1}	S_{51-1}	S_{52-1}	S_{5-0}	S_{5-1}	$S_{6^2_1-0}$	$S_{6^2_2-0}$	S_{6^2-0}	S_{6^2-1}	$S_{6^3_1-0}$	$S_{6^3_2-0}$	S_{6^3-0}	S_{6^3-1}
a_1																
b_2									0		0	1				
c_2										0	0	1				
b_3	0		0	1									0		0	1
c_3	0		0	1										0	0	1
d_4		0	0	1												
e_5					1		0	1								
f_5																

Пусть в схеме рис.2 имеется сочетание неисправностей

$$S = \{ S_{61-0},\ S_{4-1} \}.$$

Сочетание неисправностей S в схеме M эквивалентно сочетанию неисправностей

$$S' = \{ S_{6^2 1-0},\ S_{6^3 1-0},\ S_{4-1} \}$$

в схеме M'.

Тогда сочетание неисправностей

$$S'_0 = \{ S_{6^2 1-0},\ S_{4-1} \}.$$

Эти неисправности фиксируют букву b_2, равной 0, и буквы b_3, c_3, d_4, равными I.

Таблица путей для схемы M представлена в табл.2.

Таким образом, определив, как зафиксированы буквы ЭНФ, покажем, как можно с помощью таблицы путей локализовать неисправности схемы.

Обозначим через Q_k произвольное множество букв k-го терма, через $f_{Q_k-t}(x_1, \dots, x_n)$ – функцию, получаемую в результате фиксирования множества букв Q_k в k-м терме ЭНФ, равными t.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Множество букв Q_k проверяется в k-м терме на входном наборе e, если

$$f_{Q_k-t}(e) \neq f(e)$$

и значение всех букв k-го терма, за исключением букв $q_z \in Q_k$, равно I на этом входном наборе.

В дальнейшем будем использовать проверку $Q_k - 1$ букв ЭНФ (обратной ЭНФ).

Пусть в схеме M (M') имеется сочетание неисправностей S (S'). Обозначим через P_k множество букв, проверяемое в k-м терме, в котором сочетание неисправностей S фиксирует все буквы из P_k равными I и не фиксирует ни одной буквы, равной 0. $P_{i^z j-t}$ множество букв ЭНФ и обратной ЭНФ, зафиксированных неисправностью $S_{i^z j-t} \in S'_0$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Неисправность $S_{i^z j-t} \in S'_0$ называется существенной, если существует, по крайней мере, одно множество P_k, содержащее хотя бы одну букву из $P_{i^z j-t}$.

Пусть на входном наборе e

$$f_S(e) \neq f(e).$$

Тогда в ЭНФ (обратной ЭНФ) имеется, по крайней мере, один терм, содержащий P_k. Из определения следует, что любая неисправность $S_{i^z-t} \in S'_0$, которая фиксирует равной I хотя бы одну букву из P_k, является существенной.

ТЕОРЕМА I. Если неисправность $S_{i^z j-t}$ является существенной, то для любого множества букв $Q_k \in P_{i^z j-t}$ найдется, по крайней мере, один терм ЭНФ (обратной ЭНФ), в котором нет ни одной буквы, зафиксированной равной 0 и который содержит множество Q.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть в схеме M (M') имеется сочетание неисправностей S (S') и пусть $S_{i^z j-t} \in S'$ – существенная неисправность. Представим схему M' в виде, показанном на рис.4.

Пусть t = I и j-й вход элемента i^z связан с выходом схемы через четное число элементов "НЕ", "НЕ-И", "НЕ-ИЛИ".

Считая x независимой входной переменной, запишем ЭНФ схемы M' в виде

$$y = Ax \vee B, \qquad (I)$$

$$A = a_1 \vee \dots a_i \vee \dots a_m. \qquad (2)$$

B – термы, не содержащие букв, связанных с переменной x.

ЭНФ для подсхемы W с выходом x представим в виде

$$x = x_1 \vee \dots\ x_j \vee \dots\ x_p. \qquad (3)$$

ЭНФ для схемы M' получается в результате подстановки выражений (2),(3) в (I)

$$y = a_1 x_1 \vee \dots a_i x_j \vee \dots a_m x_p \vee B.$$

Очевидно, что все буквы ассоциируемые с путями, связывающими j-вход i^z-го элемента с выходом схемы, зафиксированы неисправностью $S_{i^z j-t}$ равными I.

Так как неисправность $S_{i^z j-t}$ является существенной, то, согласно определению, существует, по крайней мере, один терм $a_i x_j$, в котором нет ни одной буквы, зафиксированной равной

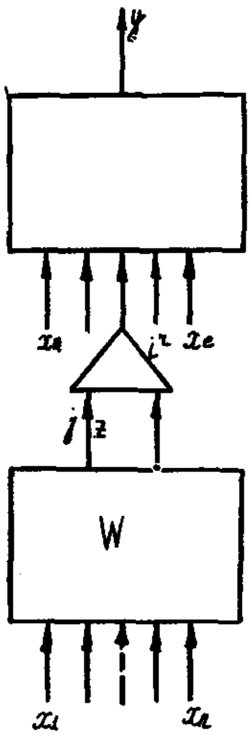

Рис.4.

0. Следовательно, в любых термах ЗНФ, полученных из выражения

$$a_i (z_1 \vee \dots z_p), \quad (4)$$

нет ни одной буквы, зафиксирован-ной равной 0, и любое $Q_k \in P_{i^z j-t}$ содержится хотя бы в одном из термов выражения (4).

Доказательство аналогичное, если $t = 0(I)$ и j-й вход i^z-го элемента связан с выходом схемы через нечетное (четное) число элементов "НЕ", "НЕ-И","НЕ-ИЛИ" схемы.

Обозначим через G_Q множество одиночных неисправностей, каждая из которых фиксирует все буквы из множества Q равными I; $T_{Q'_k}$ -множество наборов, каждый из которых проверяет любое $Q' \in Q$ в k-терме.

Сформулируем следующее утверждение.

ТЕОРЕМА 2. Пусть в схеме M имеется сочетание неисправностей S. Тогда множество G_Q не содержит ни одной существенной неисправности из S', если для каждого из термов, в которых содержится, по крайней мере, одна буква из Q, в множестве $T_{Q'_k}$ существует хотя бы один набор, на котором при проверке схемы получен правильный результат.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $S_{i^z j-t} \in G_Q$ -существенная неисправность схемы M'. Тогда на основании теоремы I существует, по крайней мере, один терм ЗНФ (обратной ЗНФ), в котором ни одна

буква не зафиксирована равной 0 и который содержит множество Q. Тогда при проверке $Q' \in Q$ в этом терме получится неверный результат, что противоречит условию теоремы.

Обозначим через G множество одиночных неисправностей схемы.

СЛЕДСТВИЕ. Пусть при проверке схемы на множестве входных наборов T был получен правильный результат. $Q_1, \dots, Q_e$ - множества букв, каждое из которых удовлетворяет условию теоремы 2. Тогда множество

$$G_0 = G \cap (\overline{\bigcup_{i=1}^{e} G_{Q_i}})$$

содержит все существенные неисправности схемы.

Очевидно, что при любом сочетании неисправностей в схеме существует хотя бы одна существенная неисправность.

Следствие теоремы 2 позволяет сформулировать следующий алгоритм диагностики произвольного сочетания неисправностей.

I. Для схемы строится таблица путей.

2. Схема проверяется на множестве входных наборов теста и фиксируется результат проверки каждым набором.

3. По результатам проверки определяются множества $Q_1, \dots, Q_e$, удовлетворяющие условию теоремы 2.

4. Из таблицы путей определяются множества неисправностей $G_{Q_1}, \dots, G_{Q_e}$.

5. Определяется множество

$$G_0 = G \cap (\overline{\bigcup_{i=1}^{e} G_{Q_i}})$$

ЗАМЕЧАНИЕ. При определении $Q_1, \dots, Q_e$ возможен случай, когда множество $Q_i \in Q_j \; (j \neq j)$. Тогда множество $G_{Q_j} \in G_{Q_i}$ и, следовательно, достаточно определить множество Q_i.

Проиллюстрируем алгоритм диагностики на примере схемы рис. 2. Пусть в схеме имеется сочетание неисправностей

$$S = \{ S_{62-0}, S_{51-1} \}$$

и схема проверяется на наборах множества

$$T = \begin{array}{c} \begin{matrix} a & b & c & d & e & f \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 & I & 0 & 0 & I \\ I & 0 & 0 & 0 & I & I \\ 0 & I & I & I & I & 0 \\ I & 0 & 0 & I & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & I \\ I & 0 & I & I & 0 & I \\ I & I & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & I & I \\ 0 & I & I & 0 & I & I \\ 0 & I & 0 & 0 & I & I \end{vmatrix} \end{array},$$

являющегося одиночным диагностическим тестом.

I. Таблица путей схемы рис.2 представлена в табл. 2.

2. При проверке схемы на каждом из наборов множества T будет получен правильный результат.

3. Выпишем множества Q_κ, проверяемые на наборах множества T.

Первые пять наборов проверяют следующие Q_κ в ЭНФ :

$$y = a_1 b_2 \vee a_1 c_2 \vee b_3 e_5 f_5 \vee c_3 e_5 f_5 \vee d_4 e_5 f_5$$

	$a_1 b_2$	$a_1 c_2$	$b_3 e_5 f_5$	$c_3 e_5 f_5$	$d_4 e_5 f_5$
I)	0 0	0 I	0 0 I	I 0 I	0 0 I
2)	I 0	I 0	0 I I	0 I I	0 I I
3)	0 I	0 I	I I 0	I I 0	I I 0
4)	I 0	I 0	0 I 0	0 I 0	I I 0
5)	0 0	0 0	0 I I	0 I I	0 I I

I)	$a_1 b_2$	a_1	$b_3 e_5$	e_5	$d_4 e_5$
2)	b_2	c_2	b_3	c_3	d_4
3)	a_1	a_1	f_5	f_5	f_5
4)	b_2	c_2	$b_3 f_5$	$c_3 f_5$	f_5
5)	$a_1 b_2$	$a_1 c_2$	b_3	c_3	d_4

Остальные пять наборов проверяют следующие Q_κ в обратной ЭНФ.

$$\bar{y} = \bar{a}_1 \bar{b}_3 \bar{c}_3 \bar{d}_4 \vee \bar{a}_1 \bar{e}_5 \vee \bar{a}_1 \bar{f}_5 \vee \bar{b}_3 \bar{c}_3 \bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{d}_4 \vee \bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{e}_5 \vee \bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{f}_5$$

	$\bar{a}_1 \bar{b}_3 \bar{c}_3 \bar{d}_4$	$\bar{a}_1 \bar{e}_5$	$\bar{a}_1 \bar{f}_5$	$\bar{b}_3 \bar{c}_3 \bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{d}_4$	$\bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{e}_5$	$\bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{f}_5$
6)	0 I 0 0	0 I	0 0	I 0 I 0 0	I 0 I	I 0 0
7)	0 0 I 0	0 I	0 I	0 I 0 I 0	0 I I	0 I I
8)	I I I 0	I 0	I 0	I I I I 0	I I 0	I I 0
9)	I 0 0 I	I 0	I 0	0 0 0 0 I	0 0 0	0 0 0
I0)	I 0 I I	I 0	I 0	0 I 0 I I	0 I 0	0 I 0

6)	$\bar{a}_1 \bar{c}_3 \bar{d}_4$	$\bar{a}_1$	$\bar{a}_1 \bar{f}_5$	$\bar{c}_3 \bar{c}_2 \bar{d}_4$	$\bar{c}_2$	$\bar{c}_2 \bar{f}_5$
7)	$\bar{a}_1 \bar{b}_3 \bar{d}_4$	$\bar{a}_1$	$\bar{a}_1$	$\bar{b}_3 \bar{b}_2 \bar{d}_4$	$\bar{b}_2$	$\bar{b}_2$
8)	$\bar{d}_4$	$\bar{e}_5$	$\bar{f}_5$	$\bar{d}_4$	$\bar{e}_5$	$\bar{f}_5$
9)	$\bar{b}_3 \bar{c}_3$	$\bar{e}_5$	$\bar{f}_5$	$\bar{b}_3 \bar{c}_3 \bar{b}_2 \bar{c}_2$	$\bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{e}_5$	$\bar{b}_2 \bar{c}_2 \bar{f}_5$
I0)	$\bar{b}_3$	$\bar{e}_5$	$\bar{f}_5$	$\bar{b}_3 \bar{b}_2$	$\bar{b}_2 \bar{e}_5$	$\bar{b}_2 \bar{f}_5$

С учетом замечания определим множества Q_i, удовлетворяющие условиям теоремы 2:

$$Q_1 = a_1,\quad Q_2 = b_2,\quad Q_3 = c_2,\quad Q_4 = b_3,\ Q_5 = c_3,\ Q_6 = f_5$$

$$Q_7 = d_4,\quad Q_8 = \bar{e}_5,\ Q_9 = \bar{f}_5,\ Q_{10} = \bar{d}_4,\ Q_{11} = \bar{b}_2 \bar{b}_3 .$$

4. Множества $G_{Q_1}, \ldots, G_{Q_7}$ составляют неисправности, фиксирующие равными I буквы a_1, b_2, c_2, b_3, c_3, f_5, d_4, соответственно. Эти множества находятся из табл. 2.

Множества G_{Q_8}, G_{Q_9}, $G_{Q_{10}}$ составляют неисправности, фиксирующие равными 0 буквы e_5, f_5, d_4, соответственно (табл. 2).

Множество $G_{Q_{11}}$ составляют неисправности $S_{6^2_1-0}$, $S_{6^3_1-0}$, S_{6^2-0}, S_{6^3-0}, S_{1-0}, фиксирующие равными 0 одновременно буквы b_3 и b_2.

5. Множество

$$G_0 = G \cap \overline{\left(\bigcup_{i=1}^{11} G_{Q_i} \right)} =$$

$$= \{ S_{62-0}, S_{51-0}, S_{41-0}, S_{22-0}, S_{21-0}, S_{2-0} \} .$$

Неисправности S_{22-0}, S_{21-0}, S_{2-0} неразличимы. В результате локализации определено множество неисправностей

$$S_{62-0},\ S_{51-0},\ S_{41-0},\ S_{2-0},$$

среди которых есть заданные неисправности схемы.

Литература

1. КОБРИНСКИЙ Н.Е., ТРАХТЕНБРОТ Б.А., "Введение в теорию конечных автоматов". Физматгиз, 1962.

2. ARMSTRONG D.B. On Finding a Nearly Minimal Set of Fault Detection Tests for Combinatiоnal Logic Net, IEEE Trans. On Electr. Computer, vol. EC-15, 1966, N 1.

Поступила в редакцию
15.IV.1971