В Ы Ч И С Л И Т Е Л Ь Н Ы Е   С И С Т Е М Ы
1971 год   Выпуск 48

УДК 681.142.019.3

НАДЕЖНОСТЬ ОДНОРОДНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

М.Б. Игнатьев, Б.С. Флейшман, В.Г. Хорошевский,
О.В. Щербаков

В докладе рассматриваются основные **п р о б л е м ы   н а д е ж н о с т и   о д н о р о д н ы х   в ы ч и с л и т е л ь н ы х   с и с т е м** (ОВС) [1].

ОВС – это совокупность одинаковых и регулярно соединенных друг с другом универсальных вычислительных машин (элементарных машин – ЭМ), обладающая возможностью программного изменения структуры как системы коммутаций, так и элементарных машин.

На однородных вычислительных системах может быть организовано эффективное решение простых и достаточно широкого круга сложных задач, причем сложные представляются в виде параллельных алгоритмов.

Высокая производительность таких систем достигается за счет параллельной работы достаточно большого количества элементарных машин. Так, например, в системе "Иллиак-4" [2], близкой по своим свойствам к ОВС, предполагается, что быстродействие около 10^9 опер/сек при решении некоторого класса задач будет достигнуто за счет одновременной работы 256 вычислительных машин. В 1971 году вступит в эксплуатацию "Иллиак-4" из 64 ма-

шин с суммарным быстродействием 200 млн. опер/сек [3].

Таким образом, ОВС является сложной системой [4], важнейшим качеством которой является надежность.

В докладе формулируются проблемы, возникающие при исследовании надежности однородных вычислительных систем, указываются пути решения некоторых из них. Отражается современное состояние работ по надежности рассматриваемых систем. Строятся достаточно адекватные стохастические модели, приводящие к простым расчетным формулам как для показателей надежности, так и для технико-экономических показателей ОВС.

Отдельные параграфы написаны: § 1 – М.Б. Игнатьевым, § 5 – Б.С. Флейшманом, §§ 2,4,6 – В.Г. Хорошевским, § 3 – О.В.Щербаковым.

§ 1. О процедурах контроля и коррекции вычислительных процессов

С точки зрения обобщенного программирования вычислительный процесс может быть представлен как цепочка следующих преобразований:

$$Я_{ч} \rightarrow Я_{ос} \rightarrow Я_{п} \rightarrow Я_{овс} \rightarrow Я_{р}\,, \qquad (1.1)$$

где $Я_{ч}$ – язык человека, на котором формулируется задача; $Я_{ос}$ – язык основных соотношений (представление задачи в математической форме); $Я_{п}$ – язык программирования (запись хода решения задачи в виде упорядоченной последовательности Р- операций [1]); $Я_{овс}$ – язык ОВС (представление Р-программы в виде рабочих сигналов); $Я_{р}$ – язык результатов вычислений, понятный человеку-оператору.

При построении вычислительной системы, состоящей из многих вычислительных машин, важным является вопрос о том, на каком из языковых уровней (1.1) осуществляется обмен информацией, передаваемой от машины к машине, и удобство контроля вычислений. Применительно к формуле обобщенного программирования (1.1) объем информации возрастает при переходе от уровней слева к уровням справа.

1. Обратимся к анализу возможностей контроля и коррекции

вычислительных процессов. Очевидно, что каждая задача (или группа задач) на любом из уровней (I.I) может характеризоваться списком (или таблицей), в котором указано соответствие сигналов на входах и выходах для отдельных моментов времени. Итак, пусть для каждой задачи мы имеем исходную таблицу, описывающую поведение вычислительной системы в отсутствие помех. Возникает задача обеспечения требуемого функционирования системы при действии помех. В настоящее время имеется два подхода к ее решению.

П е р в ы й п о д х о д требует наличия наблюдателя за работой системы. Наблюдателем может быть либо человек, либо техническое устройство. Наблюдатель должен уметь определять, правильно ли работает контролируемая система. Наблюдатель, обладающий памятью, способной вместить всю таблицу требуемого поведения, и устройством, сравнивающим действительное поведение системы с требуемым, может контролировать поведение системы. Чтобы использовать результаты этого контроля, он должен иметь возможность воздействовать на систему в зависимости от результатов контроля. Если первоначальная таблица является минимальной, то это оказывается возможным лишь тогда, когда поведение системы будет определяться другой таблицей, расширенной по сравнению с первой. Таблица может быть расширена как за счет числа входов и выходов, так и за счет числа дискретных отсчетов времени.

Если исходная таблица имеет объем

$$(\xi_1 + \eta_1)n_1 ,$$

а расширенная таблица -

$$(\xi_2 + \eta_2)n_2 ,$$

где ξ_i, $i = 1,2$ - число входов, η_i - число выходов, n_i - - число дискретных отсчетов времени соответственно для первой и второй таблиц, то мерой избыточности можно считать отношение

$$\frac{(\xi_2 + \eta_2)n_2}{(\xi_1 + \eta_1)n_1} = \rho_1 > 1 .$$

Рассмотренный способ контроля, при котором в качестве контрольной используется вся исходная таблица, получил название

контроля по воспроизводимой функции. Он требует очень большого объема памяти у наблюдателя. Однако можно составить таблицу Ш, контрольную, объем которой будет значительно меньше объема исходной таблицы. Поведение системы в данном случае задается с точностью до таблицы П, которая теперь должна строиться с учетом таблицы Ш и возможных действий наблюдателя. Отношение объемов таблиц Ш и I будет характеризовать простоту системы контроля:

$$\frac{(\xi_3 + \eta_3)n_3}{(\xi_1 + \eta_1)n_1} = \rho_2 < 1$$

При таком способе контроля достигается меньшее соответствие между заданным и требуемым поведением, и искусство составителя таблиц П и Ш по таблице I заключается в том, чтобы добиться требуемой или максимальной надежности при наименьших или заданных ρ_1 и ρ_2.

В т о р о й п о д х о д не требует присутствия наблюдателя, он основан на построении по табл. I такой расширенной таблицы IУ, при обработке которой достигается заданная надежность. Показателем избыточности в этом случае будет

$$\frac{(\xi_4 + \eta_4)n_4}{(\xi_1 + \eta_1)n_1} = \rho_3$$

Как показывают многочисленные наблюдения, при достижении одинаковой надежности оказывается, что $\rho_3 > \rho_1$, поэтому во многих случаях предпочитают иметь систему с наблюдателем.

В настоящее время еще нет общей теории построения таблиц П, Ш и IУ по таблице I. Однако существуют основы такой теории для частных случаев, когда имеется компактное описание таблиц в виде дифференциальных или конечных уравнений, логических функций и т.д. Разработана теория повышения надежности за счет простого резервирования, имеются теория кодирования дискретных сообщений, фрагменты теории построения помехоустойчивых логических устройств, разработан метод избыточных переменных применительно к решению конечных и дифференциальных уравнений и др.

2. При организации вычислительного процесса в вычислительных системах все способы контроля можно разделить на два вида относительно оси времени - продольный контроль и поперечный конт-

роль. Например, при решении дифференциальных уравнений численными методами обычно опираются на информацию об интегральных кривых для нескольких моментов времени.

В случае экстраполяционных методов при вычислении решения в момент времени i используют информацию о решении для моментов времени i -I, i -2 и т.д., а в случае интерполяционных методов при вычислении решения для момента времени i используют информацию о решении для моментов времени i -2, i -I, i +I, i +2 и т.д. Наличие в памяти машины нескольких вычисленных точек решения для различных моментов времени на каждой интегральной кривой может быть использовано для контроля нового вычисленного значения - для достаточно гладких кривых значения близко расположенных точек на интегральной кривой не должны сильно отличаться друг от друга. Этот факт уже давно используется в вычислительной математике. Метод контроля, когда используются значения координат, расположенных вдоль оси времени, можно назвать продольным методом. С его помощью для гладких кривых можно обнаруживать грубые ошибки вычислительного процесса, вызванные случайными сбоями и отказами. Заметим, что такой метод не применим в параллельных вычислительных системах и в аналоговых вычислительных машинах, где имеется одно текущее значение решения.

Другая группа методов контроля основана на использовании значений вычисленных решений только для одного момента времени, например, для момента i, и сравниваемые между собой точки в этом случае лежат на прямой, перпендикулярной оси времени. Эти методы можно назвать поперечными методами контроля. С их помощью осуществляется контроль при двойном, тройном и т.д. счете, осуществляется контроль и коррекция выбранной величины шага вычислений, если одно и то же решение получено с различной величиной шага; обнаруживаются менее грубые ошибки, чем в продольных методах, возникающие за счет сбоев и отказов. Но для этого метода необходимо иметь избыточное число интегральных кривых. Метод избыточных переменных безусловно относится к поперечным методам контроля.

Продольные и поперечные методы контроля сравнивают по объему V вычислительного процесса.

$$V = q_1 \cdot q_2 ,$$

где q_1 - число моментов времени, для которых хранятся в памяти машины и используются в вычислениях соответствующие значения решений, q_2 - число вычисленных переменных.

В общем случае можно предположить, что и характеристика вычислительного процесса γ_1, связанная с точностью, надежностью и помехоустойчивостью, и характеристика γ_2, связанная с затратами времени, памяти, аппаратуры, сложностью программирования, прямо пропорциональны объему V, то есть $\gamma_1 = f_1(V)$, $\gamma_2 = f_2(V)$, где f_1 и f_2 - функции, связанные с конкретными особенностями вычислительного процесса и методами борьбы с помехами.

При построении вычислительного процесса могут иметь место две задачи: либо при заданной γ_1 минимизировать γ_2, либо при заданной γ_2 максимизировать γ_1. При этом возможны обменные соотношения между q_1 и q_2.

3. Качество вычислительного процесса, под которым можно понимать надежность функционирования, точность вычислений, быстродействие и т.д., в общем случае зависит не только от объема вычислительного процесса, но и от вида вычислительной аппаратуры, характера помех и т.д. При повышении качества вычислительных процессов необходимо сочетание различных методов использования избыточности на различных уровнях.

В трудах I-IУ симпозиумов по проблеме использования избыточности в информационных системах, которые проходили в Ленинграде в 1964-1970 годах, приведены многочисленные материалы по различным методам контроля, диагностики и коррекции [5-7]. Можно ставить задачу оптимального сочетания различных методов в рамках линейного программирования [8,9]. Пусть $m_{ос}$, $m_{п}$ и $m_{овс}$ - количество ошибок на уровнях $Я_{ос}$, $Я_{п}$ и $Я_{овс}$, соответственно. Допустим, что средние затраты на борьбу с ошибкой при введении избыточности на уровне $Я_{ос}$ составят $C^{o}_{ос}$, если ошибка действует на уровне $Я_{ос}$, $C'_{ос}$ - если ошибка действует на уровне $Я_{п}$ и $C''_{ос}$ - если ошибка действует на уровне $Я_{овс}$. Допустим также, что затраты на борьбу с ошибкой при введении избыточности на уровне $Я_{п}$ составят $C'_{п}$, если ошибка действует на уровне $Я_{п}$, $C''_{п}$ - если ошибка действует на уровне $Я_{ОВС}$. Наконец, допустим, что затраты на борьбу с ошибкой при введении избыточности на уровне $Я_{ОВС}$ составят $C''_{ОВС}$. Целевая функция будет иметь вид:

$$C^o_{ос}\, m_{ос} + C'_{ос}\, m^o_n + C''_{ос}\, m^o_{овс} + C'_n m'_n + C''_n m'_{овс} + C''_{овс} m''_{овс}$$

причем

$$m_n = m^o_n + m'_n ,$$

$$m_{овс} = m^o_{овс} + m'_{овс} + m''_{овс}$$

При минимизации целевой функции (суммарных затрат на обеспечение заданной надежности вычислительного процесса) находятся величины m^o_n и m'_n, $m^o_{овс}$, $m'_{овс}$ и $m''_{овс}$, которые определяют, с какими помехами целесообразно бороться на том или ином уровне. В настоящее время насущной задачей является определение весовых коэффициентов этой целевой функции для различных задач.

Бурно развивающаяся микроэлектроника является реальной технической основой для широкого применения методов введения избыточности на различных уровнях. Развитие аналитического или формульного программирования позволяет автоматизировать преобразование исходных задач к избыточным задачам.

§ 2. Модели ОВС и показатели надежности

Возможность программного изменения структуры ОВС позволяет организовывать большое разнообразие схем надежности. Мы остановимся лишь на наиболее интересных моделях систем как в плане надежности, так и программирования.

Ж и в у ч и м и *) называются такие ОВС, производительность которых для каждого состояния $\kappa \in E$, $E = \{0, 1, 2, \ldots, N\}$, определяется по формуле

*) Не следует смешивать вводимое здесь специфическое для ОВС понятие живучести с понятием живучести сложной системы, связанным с ее надежностью в конфликтной ситуации [10].

$$\Omega_\kappa = A_\kappa\, \Delta(\kappa - n)\cdot \varphi(\kappa, \omega), \tag{2.1}$$

A_κ – коэффициент; N – число ЭМ в системе;

n – значение нижней границы (минимальное число исправных ЭМ в системе, при котором производительность ОВС не менее заданной, $n \in E$, $n \neq 0$);

$$\Delta(\ell) = \begin{cases} 1, & \text{если } \ell \geqslant 0, \\ 0, & \text{если } \ell < 0; \end{cases}$$

ω – производительность элементарной машины (номинальное, эффективное или среднее эффективное быстродействия [1]);

$\varphi(\kappa, \omega)$ – функция от κ и ω; в частном случае $\varphi(\kappa, \omega) = \kappa \cdot \omega$.

Живучие ОВС предназначены для решения таких задач, для которых составлены универсальные программы [1]. Эти программы могут автоматически перестраиваться в зависимости от числа исправных ЭМ в ОВС.

Установлено [1], что для широкого круга сложных задач могут быть составлены универсальные программы.

Качество функционирования живучих ОВС будем характеризовать системой показателей надежности [11]. Достаточно полную систему показателей надежности для переходного режима функционирования ОВС образуют, например, вектор-функция живучести ОВС $\vec{N}(t)$, вектор-функция занятости восстанавливающей системы $\vec{\mathcal{M}}(t)$, вектор-функции готовности $\vec{S}(t)$, надежности $\vec{R}(t)$ и восстановимости $\vec{U}(t)$ ОВС.

$$\vec{N}(t) = \{N_i(t)\}, \quad i \in E, \tag{2.2}$$

$$N_i(t) = \mathcal{N}_i(t)/N, \tag{2.3}$$

где $\mathcal{N}_i(t)$ – математическое ожидание числа исправных ЭМ в момент времени $t \geqslant 0$ при условии $\mathcal{N}_i(0) = i$.

$$\vec{\mathcal{M}}(t) = \{\mathcal{M}_i(t)\}, \quad i \in E, \tag{2.4}$$

$$\mathcal{M}_i(t) = \mathfrak{M}_i / m, \tag{2.5}$$

где m – число устройств в восстанавливающей системе ($N \geqslant m \geqslant 1$), $\mathfrak{M}_i(t)$ – среднее число занятых восстанавливающих устройств в момент времени $t \geqslant 0$ при условии $\mathcal{N}_i(0) = i$.

$$\vec{S}(t) = \{S_\kappa(t)\}, \quad \kappa \in E_1, \tag{2.6}$$

где
$$E_1 = \{ n, n+1, \dots, N \}, \quad E_1 \in E,$$
$$S_\kappa(t) = P\{\Omega(t) \geqslant A_\kappa \varphi(\kappa, \omega)\} \tag{2.7}$$
при условии, что $\varkappa_i(0) = i, \; i \in E$;
$P\{\Omega(t) \geqslant A_\kappa \varphi(\kappa, \omega)\}$ – вероятность того, что производительность $\Omega(t)$ системы в момент времени $t \geqslant 0$ не менее $A_\kappa \varphi(\kappa,\omega)$.
$$\vec{R}(t) = \{R_\kappa(t)\}, \quad \kappa \in E_1, \tag{2.8}$$
где
$$R_\kappa(t) = P\{\Omega(\tau) \geqslant A_\kappa \varphi(\kappa, \omega)\} \tag{2.9}$$
при условии, что $\varkappa_i(0) \geqslant \kappa$;
$$\vec{U}(t) = \{U_\kappa(t)\}, \quad \kappa \in E_1, \tag{2.10}$$
где
$$U_\kappa(t) = 1 - P\{\Omega(\tau) < A_\kappa \varphi(\kappa, \omega)\} \tag{2.11}$$
при условии $\varkappa_i(0) < \kappa$; τ – любой момент времени, принадлежащий $[0, t)$.

Предельные значения показателей (2.2) -(2.11) при $t \to \infty$ будут характеризовать надежность ОВС в стационарном режиме. Однако для данного режима не все показатели будут эффективными. Так, например,
$$\lim_{t\to\infty} R_\kappa(t) = 0, \quad \kappa \in E_1, \;^{*)}$$
$$\lim_{t\to\infty} U_\kappa(t) = 1.$$
Для получения более полной информации о надежности ОВС целесообразно рассмотреть стационарные вектор-функции надежности и восстановимости [11]. При определении стационарных вектор-функций учитывается, что стационарный режим характеризуется распределением вероятностей состояний системы $\{P_i\}$, $i \in E$ [12], тогда как переходный – фиксированным начальным состоянием ОВС (то есть распределением $\{P_i(0)\}$, в котором одна из компонент равна единице, а остальные – тождественно нулю).

Таким образом, живучие ОВС имеют переменную структурную избыточность, а программы задач, предназначенные для выполнения на данных системах, – переменную информационную избыточность.

При скачкообразном изменении структурной избыточности задачу удается решить благодаря информационной избыточности ее программы. Это сокращает время решения сложных задач.

Подклассом живучих систем являются ОВС со с т р у к т у р н о й и з б ы т о ч н о с т ь ю. Однородные вычислительные системы, производительность которых для каждого состояния $\kappa \in E$ определяется по формуле
$$\Omega_\kappa = A_n \, \Delta(\kappa - n) \cdot \varphi(n, \omega), \tag{2.12}$$
называются системами со структурной избыточностью.

Программным способом организуются основная подсистема из n машин и подсистемы, подчиненные основной, из $(N-n)$ ЭМ. Основная подсистема предназначается для решения наиболее важной (в частности, наиболее сложной) задачи, а любая подчиненная подсистема – для решения второстепенных задач. Функции отказавшей элементарной машины основной подсистемы может взять на себя любая исправная ЭМ любой подчиненной подсистемы; при этом решение задачи в указанной машине подчиненной подсистемы прерывается.

Системы со структурной избыточностью предназначены для решения таких задач, программы которых рассчитаны на фиксированное число машин.

Поскольку (2.12) является частным случаем (2.1), то определения показателей надежности ОВС со структурной избыточностью очевидны, причем вместо вектор-функций будут функции. Например, функция надежности ОВС
$$R(t) = P\{\Omega(\tau) = A_n \; \varphi(n, \omega)\} \tag{2.13}$$
при условии $\varkappa_i(0) = n$; τ – любой момент времени, принадлежащий промежутку $[0, t)$.

Мы не останавливаемся, например, на таких определениях, как среднее время безотказной работы и среднее время восстановления, считая их очевидными.

Величина избыточности для рассматриваемого подкласса ОВС, как легко увидеть, изменяется программно, но для каждой сложной задачи величина избыточности постоянна. Программа задачи имеет также фиксированный объем информационной избыточности, ко-

---

*) Условия, при которых величина $R_\kappa(t)$, $\kappa \in E_1$, в стационарном режиме ($t \to \infty$) сколь угодно близка к единице, рассмотрены в § 5, см. (5.13).

торая используется для того, чтобы исправная ЭМ структурной избыточности могла взять на себя функции отказавшей ЭМ основной подсистемы. И информационная, и структурная избыточности не уменьшают времени решения задачи, а увеличивают надежность ОВС.

§ 3. Оценка надежности элементарных машин

При расчете показателей надежности ОВС строятся стахастические модели. Для построения достаточно адекватных моделей ОВС необходимо знать законы распределения времени безотказной работы и времени восстановления элементарной машины. С этой целью был собран статистический материал по эксплуатации вычислительных машин (в том числе и ЭМ вычислительной системы "Минск-222"). В результате статистической обработки было установлено, что для элементарных машин гипотезы об экспоненциальных законах распределения времени безотказной работы и времени восстановления ЭМ не противоречат опытным данным [12,13].

При получении числовых значений показателей надежности ОВС используют экспериментально определенные значения суммарной интенсивности λ внезапных и постепенных отказов и интенсивности μ восстановления ЭМ. Однако необходимы и исследования надежности элементарных машин с целью получения зависимостей для расчета интенсивности отказов и сбоев.

Определение показателей надежности ЭМ по внезапным отказам должно производиться с использованием значений интенсивностей отказов комплектующих элементов и с учетом коэффициентов нагрузки по различным воздействиям. Например, интенсивность отказов отдельных элементов можно определить из следующего выражения:

$$\lambda = \lambda_o\, ch\,(\alpha K),$$

где λ_o – интенсивность внезапных отказов при K = 0,
K – коэффициент, характеризующий нагрузку,
α – поправочный коэффициент.

Следует указать, что во всех случаях необходимо учитывать дискретный характер работы и временную диаграмму функционирования отдельных блоков и устройств.

Оценка интенсивности постепенных отказов различных схем осуществляется путем анализа условий их работоспособности, которые определяют возможность осуществления схемами логических функций в зависимости от параметров комплектующих элементов. В общем случае условия работоспособности можно выразить с помощью неравенств следующего вида:

$$f_i\,(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_r) \geqslant 0, \quad r = 1, 2, \ldots, \ell,$$

где $f_i\,(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_r)$ – функция, характеризующая выполнение условий вида i ; $x_1, x_2, \ldots, x_r$ – параметры элементов, образующих схемы.

В результате анализа условий работоспособности определяются допустимые изменения, которые возможны для параметров элементов, входящих в состав схемы.

Суммарная интенсивность внезапных и постепенных отказов в полной мере характеризует надежность любой схемы. При оценке надежности блоков и устройств ЭМ следует учитывать те логические функции, которые выполняют отдельные схемы, а также функциональные связи между ними. Следует указать, что несмотря на наличие ряда работ в этом направлении в проблеме оценки надежности логических структур, особенно в инженерном плане, остается много нерешенных вопросов.

В случае, если возникает необходимость повышения надежности, могут быть предусмотрены различные методы введения избыточности. Все методы введения избыточности можно условно разделить на информационные и структурные. Эти методы могут быть реализованы как за счет увеличения времени решения задач, так и за счет введения дополнительного оборудования.

К структурным методам, в первую очередь, следует отнести резервирование на уровне отдельных схем, блоков, устройств и, наконец, на уровне ЭМ в целом. Последний метод получил в настоящее время наиболее широкое распространение в обычных системах, однако его применение в однородных системах проблематично (см. § 2).

Особенностью ЭМ, которую необходимо учитывать при оценке надежности ОВС в целом, следует считать наличие потока сбоев, вызывающего искажение обрабатываемой информации.

Интенсивность сбоев зависит от запаса устойчивости схем и уровня помех в ЭМ и может быть определена по формуле

$$\lambda_c = \frac{\lambda_{co}}{K_2-K_1}\left[K_2(1-x)^{K_1} - K_1(1-x)^{K_2}\right],$$

где λ_{co} - интенсивность сбоев, возникающих под влиянием внутренних флуктуаций параметров комплектующих элементов, K_1, K_2 - коэффициенты, x - отношение уровня помехи к порогу срабатывания схемы.

Единицу времени, относительно которой определяются величины λ_c и λ_{co}, следует выбрать соизмеримой с длительностью времени срабатывания схемы.

При оценке интенсивности потока сбоев всей ЭМ следует учитывать частоту работы элементов, а также загрузку отдельных блоков и устройств.

§ 4. Методы расчета показателей надежности ОВС

Функционирование ОВС может быть описано некоторой стохастической моделью. Стохастическая модель ОВС должна быть достаточно адекватной и в то же время не должна приводить к сложным методам расчета показателей системы. Данная проблема не является простой, так как ОВС могут иметь в своем составе большое количество ЭМ. Это накладывает существенные ограничения как на круг математических моделей, так и на круг методов их исследования. Следует заметить, что многими известными формулами надежности систем нельзя воспользоваться при оценке надежности однородных вычислительных систем, поскольку расчет по этим формулам связан с большими вычислительными трудностями. Данные трудности иногда невозможно преодолеть даже при помощи вычислительной машины. Задача упрощается лишь при расчете показателей надежности систем для стационарного режима [14].

Можно указать два способа расчета показателей однородных вычислительных систем.

1. Использовать традиционные модели систем, но числовые значения показателей получать при помощи методов приближенных вычислений.

2. Строить новые достаточно адекватные стохастические модели, которые приводят к простым расчетным формулам для показателей систем.

Первый способ достаточно эффективен при расчете координат (2.7), (2.9), (2.11) вектор-функций (2.6), (2.8), (2.10). Он позволяет оценить надежность ОВС, состоящих из $N \leqslant 10^3$ ЭМ, даже при помощи вычислительной машины малой производительности.

Данный способ заключается в следующем. Составляются дифференциальные уравнения для вероятностей состояний системы с учетом подмножества поглощающих состояний, задаются начальные условия; система дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа сводится к алгебраической; по правилу Крамера определяется решение алгебраической системы уравнений, причем решение выражается через полиномы, вычисляемые рекуррентно; доказываются свойства корней полиномов, позволяющие приближенно вычислять их значения; после обращения преобразования Лапласа выписываются формулы для координат вектор-функций; для получения числовых значений координат вектор-функций составляются программы на одном из алгоритмических языков автоматического программирования.

Например, изложенный способ приводит к следующей формуле для координат (2.9) вектор-функций надежности (2.8) [15]:

$$R_\kappa(t) = \frac{(N-j)!\,\lambda^{N-\kappa-j+1}}{(\kappa-1)!}\sum_{i=1}^{N-\kappa+1}\frac{\Delta_j(-\alpha_i)\cdot e^{-\alpha_i t}}{\alpha_i\cdot\Delta'_{N-\kappa+1}(-\alpha_i)},$$

где j - число отказавших ЭМ при $t=0$, $j\in E^*$,

$$E^* = \{0,1,2,\ldots,N-n\};\ \Delta_j(s) \text{ и } \Delta_{N-\kappa+1}(s)$$

определяются по рекуррентным соотношениям:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta_{\ell+1}(s) &= [s+(N-\ell)\lambda+\ell\mu]\,\Delta_\ell(s) - \\
&\quad -(N-\ell+1)\lambda\ell\mu\Delta_{\ell-1}(s), \text{ если } \ell<m, \\
\Delta_{\ell+1}(s) &= [s+(N-\ell)\lambda+m\mu]\,\Delta_\ell(s) - \\
&\quad -(N-\ell+1)\lambda m\mu\,\Delta_{\ell-1}(s), \text{ если } \ell\geqslant m, \\
\ell &= 0,1,2,\ldots,N-\kappa \text{ для } \Delta_{N-\kappa+1}(s),
\end{aligned}\right\}\quad (4.1)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \ell = 0,1,2,\dots,j-1 \quad \text{для} & \Delta_j(S), \\ \Delta_{-1}(S) = 0, & \Delta_0(S) = 1; \end{array}\right\} \quad (4.I)$$

λ - интенсивность потока отказов в элементарной машине;

μ - интенсивность восстановления отказавших ЭМ восста - навливающим устройством; $1 \leq m \leq N$ - число восстанавливающих устройств;

$\Delta'_{N-K+1}(S)$ - производная полинома $\Delta_{N-K-1}(S)$;

$-\alpha_i \; (i = 1,2,\dots,N-K+1$ - корни $\Delta_{N-K+1}(S)$,

которые легко отыскать приближенно, так как система многочле- ов (4.I) обладает следующими свойствами:

I) все корни $\Delta_\ell(S)$ различны и отрицательны,

2) корни соседних многочленов $\Delta_{\ell-1}(S)$ и $\Delta_\ell(S)$ чередуются,

3) сумма корней многочлена $\Delta_\ell(S)$ равна

$$-A_\ell = -\frac{1}{2}(2N-\ell+1)\ell\cdot\lambda - \frac{1}{2}\ell(\ell-1)\mu, \quad \ell \leq m,$$

$$-A_\ell = -\frac{1}{2}(2N-\ell+1)\ell\cdot\lambda - \frac{1}{2}(2\ell-m-1)m\mu, \quad \ell > m$$

На рис. I изображена вектор-функция надежности (2.8) ОВС, которая имеет следующие параметры:

$N=100,\; n=91,\; j=0,\; m=1,\; \lambda=0{,}005\,^1/_{час},\; \mu=0{,}7\,^1/_{час}$

Видно, что данная система имеет достаточно высокий уровень надежности и, следовательно, может обеспечить высокую скорость решения задач.

Расчет вектор-функции готовности (2.6) произведен в работе [I6], а вектор-функции восстановимости - (2.I0) в [I5].

Накопленный опыт показал, что при расчете надежности ОВС ($N \leq 10^3$) первым способом достаточно использовать вычисли - тельную машину невысокой производительности.

Второй способ проиллюстрируем на примере расчета координат (2.3) и (2.5) вектор-функций живучести ОВС (2.2) и занятости восстанавливающей системы (2.4).

Поскольку ОВС состоит из достаточно большого количества ЭМ, то может быть составлена система линейных дифференциальных

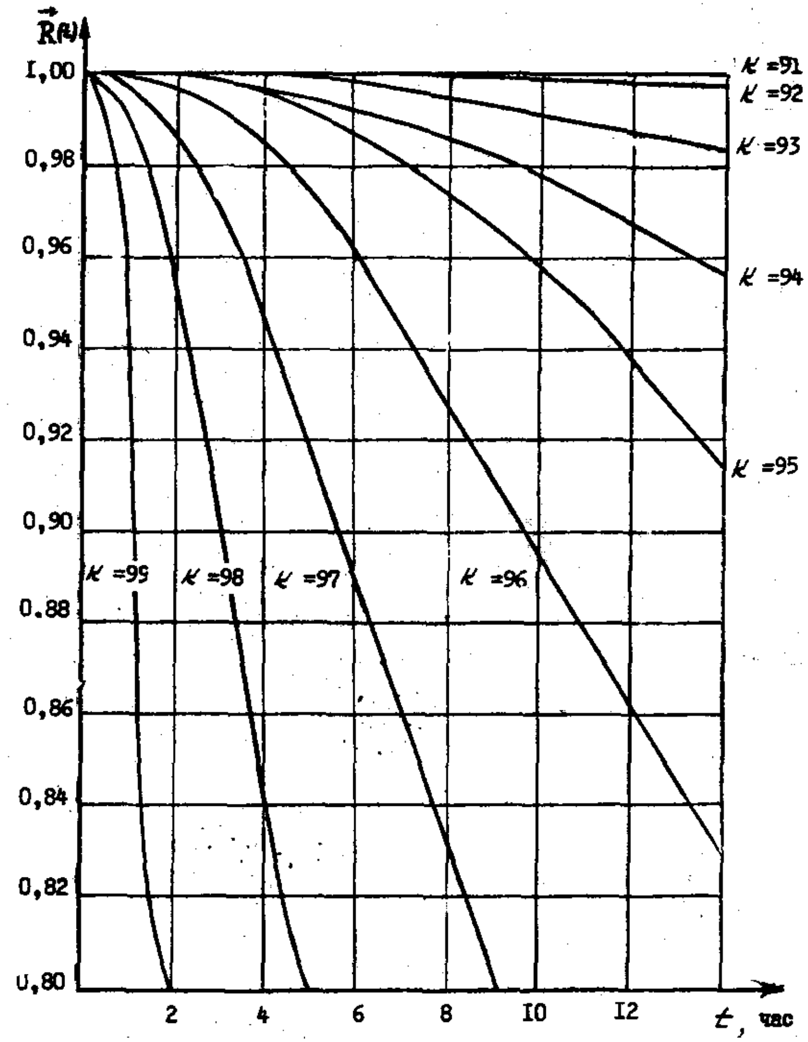


Рис. I. Вектор - функция надежности ОВС.

уравнений первого порядка непосредственно для математических ожиданий числа исправных ЭМ, числа занятых восстанавливающих устройств в момент времени $t \geqslant 0$. Найти решение данной системы уравнений при заданных начальных условиях не представляет особого труда. Например, при условии

$$N\lambda \leqslant m\left(\lambda+\mu+\frac{\lambda\mu}{\nu}\right), \qquad (4.2)$$

где ν – интенсивность переключения восстановленных ЭМ, можно получить, что

$$\left.\begin{aligned}
n_i(t) &= \frac{N\mu\nu}{\alpha_1\alpha_2}+\left[\frac{N\mu\nu}{\alpha_1}+i\nu+j(\alpha_1+\mu)\right]\frac{e^{+\alpha_1 t}}{\alpha_1-\alpha_2}+\\
&\quad+\left[\frac{N\mu\nu}{\alpha_2}+i\nu+j(\alpha_2+\mu)\right]\frac{e^{+\alpha_2 t}}{\alpha_2-\alpha_1},\\
m_i(t) &= \frac{N\lambda\nu}{\alpha_1\alpha_2}+\left[\frac{N(\alpha_1+\lambda)(\alpha_1+\nu)}{\alpha_1}-i(\alpha_1+\lambda+\nu)+j\lambda\right]\frac{e^{+\alpha_1 t}}{\alpha_1-\alpha_2}+\\
&\quad+\left[\frac{N(\alpha_2+\lambda)(\alpha_2+\nu)}{\alpha_2}-i(\alpha_2+\lambda+\nu)+j\lambda\right]\frac{e^{+\alpha_2 t}}{\alpha_2-\alpha_1},\\
\alpha_{1,2} &= -\frac{1}{2}\left[\lambda+\mu+\nu\mp\sqrt{\lambda^2+\mu^2+\nu^2-2(\lambda\mu+\lambda\nu+\mu\nu)}\right],\\
i &\in E^1,\ E^1=\{(N-m),(N-m+1),\ldots,N\},
\end{aligned}\right\} \qquad (4.3)$$

$\mathcal{L}_i(t)=N-n_i(t)-m_i(t)$ – математическое ожидание числа переключаемых ЭМ в момент времени $t \geqslant 0$.

Кроме того,

$$n_i(0)=j,\quad \mathcal{L}_i(0)=i-j,\quad m_i(0)=N-i,$$

$$j\in E_i^*,\quad E_i^*=\{0,1,2,\ldots,i\}.$$

Из (4.3) может быть найдено решение для случая, когда переключение совершается мгновенно ($\nu\to\infty$), и для стационарного режима ($t\to\infty$).

Практически $\lambda\ll\mu\ll\nu$, поэтому вместо (4.2) можно написать

$$N\lambda\leqslant m\mu \qquad (4.4)$$

Из (4.4) видно, что (4.3) будет справедливо, если восстанавливающая система имеет достаточно высокую производительность, то есть если число отказов, появляющихся в ОВС в единицу времени, не превышает число восстановлений, которое может произвести восстанавливающая система в единицу времени.

Например, координата вектор-функции живучести ОВС $N(t)=N_N(t)$ для различных значений λ, μ, ν и $N/m=20$ представлена на рис. 2. Видно, что учет времени переключения $1/\nu$ не приводит к существенному изменению результата при практически достижимых значениях ν.

Расчет по формулам (4.3) не связан с большими вычислительными трудностями, а числовые результаты с достаточной для практики точностью совпадают с результатами, получаемыми при помощи общеизвестных методов теории массового обслуживания [14].

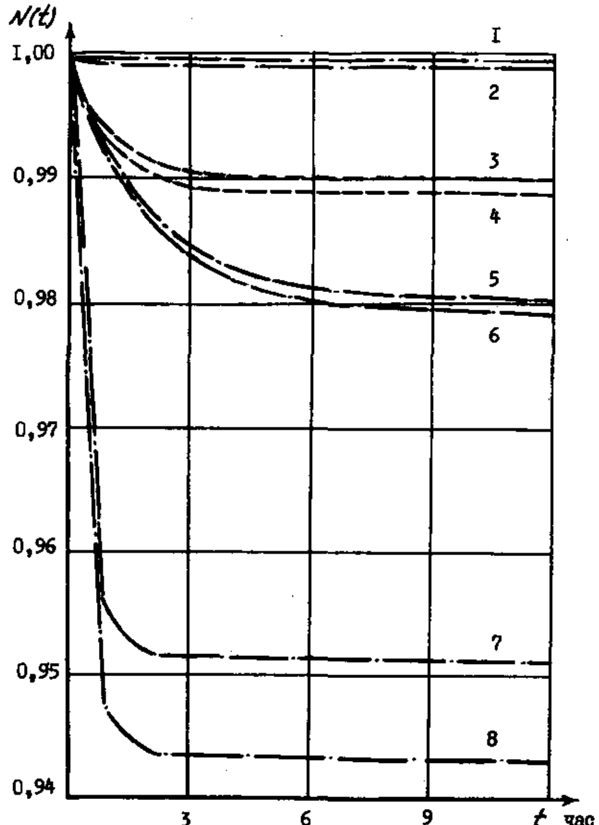
Исследование, проведенное с учетом методов программирования, показателей надежности и производительности ОВС, физико-технологической базы, показало, что заданный уровень надежности ОВС высокой производительности может быть достигнут, в частности, если их программно организовывать либо по принципу живучих систем, либо по принципу систем со структурной избыточностью.

Структурная избыточность (в первом случае переменна, а во втором постоянна) не превышает десятой части числа ЭМ в системе ($N-n\leqslant 0{,}1N$).

Рассматриваемые принципы организации ОВС не допускают простаивания исправных ЭМ.

§ 5. Асимптотические оценки надежности ОВС

Как мы видели, однородные вычислительные системы могут иметь достаточно большое число N ЭМ. Представляется целесообразным изучить поведение таких систем при неограниченном увеличении N, то есть получить оценки надежности при $N\to\infty$.



номер	$1/\nu$ [час]	$1/\mu$ [час]	$1/\lambda$ [час]
I	0 - 0,0I	0,5	I000
2	0,I		
3	0 - 0,0I	I,0	I00
4	0,I		
5	0 - 0,0I	2,0	
6	0,I		
7	0,0I	0,5	I0
8	0,I		

Рис. 2. Функция живучести ОВС.

Ниже будет осуществлен один из возможных подходов к решению данной задачи, который проиллюстрируем на примере систем со структурной избыточностью. (Это безусловно не нарушает общности исследования, а упрощает изложение).

Пусть p - вероятность того, что элементарная машина исправна, а $q=1-p$. p может расцениваться как значение функции надежности $e^{-\lambda t}$ ЭМ в фиксированный момент времени $t \geqslant 0$, либо как коэффициент готовности $\frac{\mu}{\lambda+\mu}$ ЭМ [I2,I4].

I°. В дальнейшем будем говорить, что ОВС **ж и з н е с п о с о б н а ,** если

$$\lim_{N \to \infty} S_N = 1$$

$$S_N = P\{\Omega_N = A_n \cdot \varphi(n, \omega)\},$$

Ω_N - производительность системы из N ЭМ.

Поскольку элементарные машины ОВС независимо друг от друга могут находиться в исправном состоянии и состоянии отказа, то при условии

$$\theta = \frac{n-1}{N} < p, \tag{5.I}$$

используя известные оценки биноминальных сумм (см.,например, [4]),можно показать, что

$$S_N > 1 - e^{-N\varkappa}, \quad S_N = 1 - e^{-N\varkappa + o(\ln N)}, \tag{5.2}$$

где

$$\varkappa = \theta \ln \frac{\theta}{p} + (1-\theta) \ln \frac{1-\theta}{1-p}. \tag{5.3}$$

Из (5.2) следует, что ОВС жизнеспособна при условии (5.I).

2°. Для эффективного использования вычислительной мощности ОВС при решении задач невысокой сложности система программным способом разбивается на подсистемы. В связи с этим представляет интерес изучить, каким образом параметры подсистемы влияют на надежность системы.

Пусть ОВС состоит из h подсистем, каждая из которых имеет следующие параметры: N_j - число ЭМ, n_j - нижняя граница числа исправных ЭМ,

$$\theta_j = \frac{n_j - 1}{N_j}, \quad j = \overline{1, h}, \tag{5.4}$$

$$\varkappa_j = \Theta_j \ln \frac{\Theta_j}{\rho} + (1-\Theta_j) \ln \frac{1-\Theta_j}{1-\rho}, \qquad (5.5)$$

$$\sum_{j=1}^{h} N_j = N. \qquad (5.6)$$

Рассмотрим случай, когда все подсистемы важны для существования ОВС. Тогда

$$S_N = \prod_{j=1}^{h} S_{N_j} \geqslant \prod_{j=1}^{h} (1-e^{-N_j \varkappa}). \qquad (5.7)$$

Пусть для каждой подсистемы с номером $j=\overline{1,h}$ $\Theta_j = const$ (5.4), а нижняя граница n_j и число N_j переменны, но выполняется условие (5.6), т.е. $N = const$.

Требуется найти такое распределение $\{N_j^*\}, j=\overline{1,h}$, чисел ЭМ в подсистемах, при котором нижняя оценка (5.7) достигает максимума.

Точное решение этой задачи методом множителей Лагранжа при больших значениях N_j, $j=\overline{1,h}$, асимптотически совпадает с решением, получающимся при значениях N_j, обеспечивающих постоянство сомножителей в оценке (5.7). Следовательно,

$$N_j^* = N \left[\varkappa_j \sum_{i=1}^{h} \varkappa_i^{-1}\right]^{-1}, \qquad (5.8)$$

при этом

$$S_N \geqslant \left[1-e^{-\frac{N\bar{\varkappa}}{h}}\right]^h, \qquad (5.9)$$

где

$$\bar{\varkappa} = \left[\frac{1}{h} \sum_{i=1}^{h} \varkappa_i^{-1}\right]^{-1} \qquad (5.10)$$

является средним гармоническим коэффициентов $\varkappa_i$, $i=\overline{1,h}$ [17].

Рассмотрим неоднородный случай, когда i - я ЭМ исправна с вероятностью ρ_i. Можно показать, что в этом общем случае сохраняются все вышеприведенные соотношения, если вместо ρ рассматривать величину $\bar{\rho} = \sum_{i=1}^{N} \rho_i / N$. Таким образом, полученные оценки верны и для неоднородных систем, что представляет практический интерес.

Следует заметить, что данный результат для однородного случая содержится в работе [18].

Исследуем теперь жизнеспособность системы в зависимости от степени дробления на подсистемы.

Пусть число N элементарных машин системы растет вместе с числом h ее подсистемы так, что

$$N = \frac{1+\varepsilon}{\bar{\varkappa}} h \ln h - \frac{1}{\bar{\varkappa}} h \ln d, \qquad (5.11)$$

где $d>0$, ε - произвольные действительные числа. Тогда из (5.9) следует, что

$$S_N \approx e^{-dh^{-\varepsilon}} \begin{cases} = e^{-dh^{|\varepsilon|}} & \text{при} \quad \varepsilon < 0, \\ > 1-dh^{-\varepsilon} & \text{при} \quad \varepsilon > 0. \end{cases} \qquad (5.12)$$

Следовательно, система жизнеспособна (нежизнеспособна), если с ростом h порядок роста N больше (меньше) величины $(h \ln h)/\bar{\varkappa}$.

Из (5.8), (5.10) - (5.12) следует, что для жизнеспособности ОВС необходимо выполнение условия

$$N_j > \frac{1}{\varkappa_j} \ln h, \quad j=\overline{1,h}$$

Таким образом, для обеспечения жизнеспособности системы необходимо, чтобы число элементарных машин в каждой подсистеме имело не менее чем логарифмический порядок числа подсистем.

3°. Пусть основные параметры ОВС изменяются в дискретные моменты времени: 1,2,..., τ,..., t,... Тогда N, $\varkappa$, ρ будут функциями времени $N(\tau), \varkappa(\tau), \rho(\tau)$ соответственно, и, следовательно, S_N будет также функцией времени $S(\tau)$ (см. формулы (5.2), (5.3)).

Функция надежности ОВС со структурной избыточностью (см. (2.13))

$$R(t) = P\{\Omega(\tau) = A_n \cdot \varphi(n,\omega)\},$$

где τ - любой момент времени, принадлежащий промежутку $[0,t)$, $\Omega(\tau)$ - производительность ОВС в дискретный момент времени τ. Если события, заключающиеся в том, что во все дискретные моменты времени τ (τ = 1,2,..., t) состояния системы принадлежат E_1, независимы, то

$$R(t)=\prod_{\tau=1}^{t} s(\tau)$$

Обобщая результаты [I7], можно доказать, что

$$R(t)\begin{cases}\geqslant 1-B^{-1}(1-t^{-B}), \\ \leqslant \dfrac{2}{1+t}, \\ \approx e^{-\Lambda t}\end{cases} \quad \text{при} \quad N(\tau)\begin{cases}\geqslant \dfrac{1+B}{\mathcal{X}}\ln(\tau+1), \\ \leqslant \dfrac{1}{\kappa}\ln(\tau+1), \\ = N = const,\end{cases} \qquad (5.13)$$

соответственно, где B – произвольное положительное число,

$$\mathcal{X}=\max_{1\leqslant\tau\leqslant t} x(\tau), \qquad \kappa=\min_{1\leqslant\tau\leqslant t} x(\tau),$$

$$x(\tau)=\theta(\tau)\ln\frac{\theta(\tau)}{p(\tau)}+[1-\theta(\tau)]\ln\frac{1-\theta(\tau)}{1-p(\tau)},$$

для константы Λ справедливо неравенство

$$\ln\left[1-e^{-\mathcal{X}N}\right]\geqslant\Lambda\geqslant\ln\left[1-e^{-\kappa N}\right]$$

Таким образом, чтобы однородная вычислительная система имела достаточно высокий уровень надежности, $R(t)\to 1$, сколь угодно продолжительное время ($t\to\infty$) необходим, по крайней мере, логарифмический со временем рост числа ее элементарных машин.

Из (5.13) следует, что функция надежности системы, в которой $N=const$, экспоненциально с ростом t стремится к нулю. Скорость уменьшения $R(t)$ зависит от параметра Λ (Λ – интенсивность отказов ОВС). Видно, что надежность системы в этом случае может быть повышена за счет уменьшения Λ. Последнее может быть достигнуто при помощи эффективной иерархической структуры поиска неисправностей [I7] и восстанавливающей системы.

§ 6. Технико-экономический анализ однородных вычислительных систем

Рассмотрим ряд проблем, связанных с проектированием, производством и эксплуатацией ОВС.

Сюда относятся: изучение спроса и планирование производства ОВС различных типов и с различными параметрами, создание проектов систем с заданными показателями эффективности, распределение планов между предприятиями, анализ способов производства (рассмотрение производств на различных физико-технологических основах, оптимизация выпуска ОВС, минимизация издержек производства и т.д.), исследование проблем управления запасами при производстве ОВС, разработка методов контроля качества выпускаемых систем, изучение надежности производства ОВС [I9] и т.д.

Представляется целесообразным рассмотреть экономическую сторону создания систем математического обеспечения для ОВС, установки, наладки и эксплуатации ОВС. При решении задачи технической эксплуатации ОВС необходимо разработать достаточно полную систему показателей качества обслуживания ОВС, решить задачи о планировании профилактического обслуживания ОВС и оптимальном объеме запасных материалов, деталей, приборов, необходимых для восстановления и эксплуатации системы, исследовать проблему износа и замены вычислительных систем (определить оптимальный момент замены старой ОВС на новую, момент наращивания производительности) и т.д.

Требует своего решения проблема контроля и диагностики вычислительных систем.

Существующие методы контроля и диагностики ЭВМ могут быть использованы и для ЭМ ОВС.

Свойство ОВС иметь программно изменяемую структуру значительно расширяет ее способности к самодиагностике. В самом деле, система может быть разбита на подсистемы. В каждой такой подсистеме при помощи исправных ЭМ может быть осуществлена локализация неисправности в отказавшей ЭМ.

При контроле ЭМ могут быть использованы переменные тесты, учитывающие наилучшим образом структуру решаемых задач. В качестве таких тестов могут быть наиболее характерные части параллельной программы. После сравнения результатов выполнения теста в нескольких машинах устанавливается, какие из ЭМ исправны.

Возникает вопрос, в какие моменты времени производить поиск неисправной ЭМ. Очевидно, что выбор моментов контроля находится в прямой зависимости от надежности вычислительной системы. Надежность ОВС путем введения структурной избыточности и восстановления может достичь сколь угодно высокого уровня. Но из этого не следует, что контроль правильности работы ЭМ должен производиться через очень большие промежутки времени. В самом деле, число исправных ЭМ может быть долгое время не меньше числа машин основной подсистемы, но среди отказавших могут быть и машины, принадлежащие основной подсистеме, то есть участвующие в решении сложной задачи. Необходимым условием замены отказавшей ЭМ основной подсистемы на исправную ЭМ структурной избыточности является то, чтобы отказавшая ЭМ была опознана.

С другой стороны, при выборе моментов контроля машин системы нельзя ориентироваться лишь только на надежность одной ЭМ. В самом деле, надежность одной ЭМ всегда выше надежности основной подсистемы без машин структурной избыточности.

Таким образом, при выборе моментов контроля машин ОВС со структурной избыточностью необходимо ориентироваться на надежность основной подсистемы.

Основные показатели систем определены в § 2. При оценке надежности основной подсистемы воспользуемся наиболее распространенным показателем – средним временем безотказной работы.

$$T = \int_0^\infty R(t)\,dt,$$

где $R(t)$ – функция надежности. Так как допускается, что отказ даже одной ЭМ подсистемы приводит к ее отказу, то

$$R(t) = e^{-n\cdot\lambda\cdot t}$$

и, следовательно, $T = \frac{1}{n\lambda}$.

Будем считать, что контроль правильности работы элементарной машины в ОВС будет достаточно э ф ф е к т и в н ы м, если он будет производиться через время T.

Заметим, что элементарная машина ОВС имеет простую структуру, в которой не обязательны совмещения на уровне операций. Следовательно, в ней вполне может быть достигнут уровень надежности, известный для современных ЭВМ:

$$\frac{1}{\lambda} = 100 \div 10000 \text{ час.}$$

Как правило, $n = 10 \div 1000$. Следовательно,

$$T = 0{,}1 \div 1000 \text{ час.}$$

Таким образом, через T в каждой машине ОВС должен пропускаться контрольный тест (общий для ЭМ одной подсистемы).

Естественно, нужно стремиться к тому, чтобы время $\Delta\tau$, расходуемое на выполнение контрольного теста, было как можно меньше. По-видимому, достаточно удовлетворительным для практики будет время $\Delta\tau \leqslant 0{,}01\ T$. Ориентируясь на современный уровень вычислительной техники, легко заметить, что $\Delta\tau \leqslant 0{,}001 - 10$ [час]. При таком неравенстве построение контрольных (либо переменных) тестов для элементарной машины, имеющей простую структуру, не вызывает трудностей.

Система эффективных контрольных и диагностических тестов повысит производительность ОВС и уменьшит среднее время восстановления $1/\mu$ ЭМ.

Целесообразно рассмотреть области применения ОВС, оценить экономический эффект применения таких систем.

Ниже будут приведены определения и указаны методы расчета некоторых технико-экономических показателей вычислительных систем. К технико-экономическим показателям ОВС относятся такие показатели, которые характеризуют экономическую сторону создания и эксплуатации вычислительных систем. Анализ ряда показателей стоимости вычислительных средств осуществлен, например, в [20]. Здесь мы рассмотрим показатели, связанные с эксплуатацией ОВС. В качестве показателя, характеризующего эксплуатационные расходы, может служить вектор-функция

$$\vec{\Gamma}(t) = \{\Gamma_i(t)\},\ i \in E, \tag{6.1}$$

где $\Gamma_i(t)$ – математическое ожидание потерь к моменту времени $t \geqslant 0$ за счет простоев отказавших ЭМ и восстанавливающих устройств, если при $t = 0$ в ней имелось i исправных ЭМ, то есть $\mathcal{r}_i(0) = i$;

Для ОВС высокой производительности может быть построена стохастическая модель [21], приводящая к простым расчетным формулам:

$$\Gamma_i(t) = -\beta_i + \gamma t + \beta_i\cdot\delta(t), \tag{6.2}$$

где при $N\lambda \leqslant m(\lambda+\mu)$,

$$\beta_i = \frac{i\lambda-(N-i)\mu}{(\lambda+\mu)^2}\,(c_1 - c_2), \tag{6.3}$$

$$\gamma = \frac{N\lambda}{\lambda+\mu}(c_1 - c_2) + mc_2\ , \qquad (6.4)$$

$$\delta(t) = e^{-(\lambda+\mu)t}, \quad i \in E^1\ , \qquad (6.5)$$

а при $\quad N\lambda > m(\lambda+\mu)$,

$$\beta_i = \frac{i\lambda - m\mu}{\lambda^2}\, c_1\ , \qquad (6.6)$$

$$\gamma = \frac{N\lambda - m\mu}{\lambda}\, c_1\ , \qquad (6.7)$$

$$\delta(t) = e^{-\lambda t}, \quad i \in E^2\ , \qquad (6.8)$$

$$E^1 = \{(N-m), (N-m+1), \ldots, N\}, \quad E^2 = \{0, 1, 2, \ldots, (N-m-1)\},$$

c_1 – стоимость эксплуатации машины в единицу времени,

c_2 – стоимость содержания восстанавливающего устройства в единицу времени.

Величина γ характеризует эксплуатационные расходы в единицу времени в стационарном режиме и может быть также рассчитана по формуле

$$\gamma^* = c_1 \sum_{i=0}^{N-1} (N-i)\cdot \rho_i + c_2 \sum_{i=N-m}^{N} (m+i-N)\cdot \rho_i\ , \qquad (6.9)$$

где $\{\rho_i\}$ – стационарное распределение вероятностей состояний системы.

В таблице приведены значения γ и γ^* для ОВС типа "Минск-222", рассчитываемые по формулам (6.4) и (6.9), соответственно. Видно, что для ОВС высокой производительности ($N > 100$) значения γ и γ^* достаточно близки, $0{,}02 < \epsilon < 0{,}1$, где $\epsilon = |\gamma^* - \gamma| |\gamma^*|^{-1}$. Для систем невысокой производительности $\epsilon < 0{,}36$. Таким образом, расчет по формулам (6.1)-(6.8) не трудоемок и обеспечивает удовлетворительную для практики точность.

Значения m, приведенные в таблице, оптимальны, то есть такие, при которых достигается минимум γ^*. Естественно, что при оптимальном числе m^* восстанавливающих устройств выполняется условие $N\lambda \leqslant m^*(\lambda+\mu)$ и, следовательно, используется формула (6.4). Из (6.4) видно, что чем меньше m, тем меньше и потери в единицу времени. Поэтому из формулы (6.4) нельзя увидеть оптимальное значение числа восстанавливающих устройств.

Расчеты показывают, что при $N \to \infty$

Таблица

N	16	18	20	50	80	100	200
m	1	2	2	3	4	5	9
γ [руб/час]	15,8	27,4	28	48	68	85	159
γ^* [руб/час]	24,5	28,3	29,3	54,1	80,1	95,6	174

N	300	400	500	600	800	1000	2000
m	13	17	21	25	32	38	75
γ [руб/час]	233	307	381	455	592	718	1425
γ^* [руб/час]	249	323	396	468	612	750	1456

$$\frac{N}{m^*} \to \frac{\lambda+\mu}{\lambda},$$

причем $\frac{N}{m^*} > \frac{\lambda+\mu}{\lambda}$. Поэтому для ОВС средней и высокой производительности при расчете значений m', близких к m^*, можно использовать следующую формулу:

$$m' = \left[\frac{N\lambda}{\lambda+\mu}\right] + [0{,}01 \cdot N]\ ,$$

где $[x]$ – ближайшее к x целое число, причем такое, что $[x] \geqslant x$. Член $[0{,}01 \cdot N]$ обеспечивает неравенство $m' \geqslant m^*$, выполнения которого требует зависимость γ^* от m [22].

К технико-экономическим показателям относится и вектор-функция

$$\vec{D}(t) = \{D_i(t)\}, \quad i \in E\ ,$$

где $D_i(t)$ – ожидаемый доход, который принесет система к моменту времени $t \geqslant 0$, если при $t = 0$ в ней имеется $i \in E$ исправных ЭМ.

Координаты $D_i(t)$, $i \in E$, могут быть рассчитаны при помощи марковских процессов с доходами [23,24]. Такой расчет для стационарного режима произведен в работе [22], а для переходного режима – в работе [25]. Достаточно эффективная модель для расчета $\vec{D}(t)$ предложена в [21], причем расчет по полученным формулам не трудоемок, а числовые результаты с достаточной для практики точностью совпадают с результатами работ [22,25].

В [22] решена задача о максимации прибыли (среднего дохода, приносимого в единицу времени при длительной работе ОВС) для следующих вариантов организации восстановительных работ. Если восстанавливающее устройство не используется в данный момент времени для ремонта ЭМ, то оно либо используется для других целей, либо простаивает.

Показано, что для первого варианта при условиях $\lambda < \mu$, $c_1 > c_2$ максимум прибыли достигается, если для каждого состояния $i \in E$ имеется $m^* = (N-i)$ восстанавливающих устройств. Для второго варианта максимум прибыли для ОВС малой производительности достигается при $m^* = 1$, а для ОВС средней и высокой производительности при $m^* \in [0, 1 N]$, кроме того, при $N \to \infty$ $m^*/N \to 0$.

ВЫВОДЫ

В данном докладе рассмотрены проблемы надежности однородных универсальных вычислительных систем. Указаны пути решения некоторых проблем.

Описаны процедуры контроля и коррекции вычислительных процессов.

Приведены определения систем со структурной избыточностью и живучих систем. В эти классы систем включаются известные схемы теории надежности. Введены показатели надежности ОВС.

Рассмотрены подходы при оценке надежности элементарной машины ОВС.

Построены такие стохастические модели ОВС, которые приводят к простым формулам для показателей надежности. Числовые результаты, получаемые по этим формулам, с известной степенью точности совпадают с результатами более точных, но и более трудоемких расчетов. Рассмотрены и приближенные методы расчета показателей ОВС.

Приведены асимптотические оценки показателей надежности ОВС при $N \to \infty$. Найдены оптимальные с точки зрения надежности разбиения системы на подсистемы. Приведены условия (логарифмический рост со временем числа ЭМ), обеспечивающие сколь угодно высокую надежность системы.

Установлено, что достаточно высокий уровень надежности ОВС может быть достигнут, в частности, если их програмно организовывать либо по принципу систем со структурной избыточностью, либо по принципу живучих систем. Доля машин, составляющих структурную избыточность, не превышает десятой части числа ЭМ в системе.

Рассматриваемые принципы обладают тем достоинством, что они не допускают простаивания исправных ЭМ.

Намечены пути решения задачи контроля и диагностики неисправностей однородных вычислительных систем.

Получены простые расчетные формулы для технико-экономических показателей. Решена задача об оптимальном количестве m^* устройств в восстанавливающей системе. Установлено, что m^* составляет незначительную долю от числа N машин в системе, кроме того, отношение $m^*/N \to 0$ при $N \to \infty$.

Результаты проиллюстрированы примерами ОВС. Примеры отражают современное состояние вычислительной техники.

Проведенные исследования показывают, что ОВС высокой производительности и высокой надежности могут быть построены на существующей физико-технологической базе.

С точки зрения надежности, производительности и стоимости однородные вычислительные системы являются перспективным направлением в вычислительной технике.

Литература

1. ЕВРЕИНОВ Э.В., КОСАРЕВ Ю.Г. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, "Наука", 1966.

2. RILEY W.B. ILLIAC 4, world's fastest computer, won't be slowed by criticism.-Electronics, 1967, 40, No.10, pp. 141 - 144.

3. RILEY W.B. ILLIAC 4 enters the home stretch. Electronics, 1970, 43, №.12, pp.123-127.

4. ФЛЕЙШМАН Б.С. Конструктивные методы оптимального кодирования для каналов с шумами. М., АН СССР, 1963.

5. ИГНАТЬЕВ М.Б., МИХАЙЛОВ В.В. К вопросу о сравнении ме-

тодов повышения надежности и точности путем введения избыточ - ности. - "Системы обработки и передачи информации", Труды ЛИАП, Л., 1966, вып. 48, стр. 40-48.

6. "Использование избыточности в информационных системах", Труды второго симпозиума, Л., "Наука", 1970.

7. "Четвертый симпозиум по проблеме избыточности в информационных системах", Доклады, части I и II, Л., 1970.

8. ИГНАТЬЕВ М.Б. Метод избыточных переменных для функционального кодирования цифровых автоматов. - "Теория автоматов", Киев, 1966, вып.4.

9. ИГНАТЬЕВ М.Б. Метод избыточных переменных для повышения надежности, точности и быстродействия вычислительных процессов. - "Вычислительные системы", Материалы ко II Всесоюзной конференции, Секция I, Новосибирск, 1969, стр. 3-5.

10. ФЛЕЙШМАН Б.С. О живучести сложных систем. - "Известия АН СССР", Техническая кибернетика, М., 1966, № 5.

11. ХОРОШЕВСКИЙ В.Г. О двух классах однородных универсальных вычислительных систем. - "Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам", Новосибирск, "Наука", 1968, вып. I, стр. 70-84.

12. ХОРОШЕВСКИЙ В.Г. Некоторые вопросы надежности однородных универсальных вычислительных систем. - "Вычислительные системы", Новосибирск, "Наука" СО, 1966, вып. 23, стр. 69-89.

13. ЩЕРБАКОВ О.В. Математические вопросы оценки надежности цифровых вычислительных машин. - "Кибернетику на службу коммунизму", М.-Л., "Энергия", 1964, т. 2, стр. 218-227.

14. ГНЕДЕНКО Б.В., БЕЛЯЕВ Ю.К., СОЛОВЬЕВ А.Д. Математические методы в теории надежности . М., "Наука", 1965.

15. ХОРОШЕВСКАЯ Э.Г. Расчет нестационарных функций надежности и восстановимости однородных универсальных вычислительных систем. - "Вычислительные системы", Новосибирск, "Наука"СО, 1969, вып. 34, стр. 90-106.

16. ХОРОШЕВСКИЙ В.Г. Живучие однородные универсальные вычислительные системы. - "Вычислительные системы", Новосибирск, "Наука" СО, 1969, вып. 34, стр. 71-89.

17. ФЛЕЙШМАН Б.С. Статистические пределы эффективности сложных систем. - "Прикладные задачи технической кибернетики", М., "Сов.радио", 1966, стр. 13-43.

18. ПИРС У. Построение надежных вычислительных машин ,М., "Мир", 1968.

19. МЕСЯЦЕВ П.П. Надежность производства электронных вычислительных машин. М., Машгиз, 1963.

20. ГОЛУБЕВ-НОВОЖИЛОВ Ю.С. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М., "Сов.радио", 1967.

21. ХОРОШЕВСКИЙ В.Г., ХОРОШЕВСКАЯ Э.Г., ГОЛОСКОКОВА Т.М. Расчет технико-экономических показателей однородных универсальных вычислительных систем высокой производительности. - "Вычислительные системы", Новосибирск, 1970, вып. 39, стр. 38-60.

22. ХОРОШЕВСКИЙ В.Г. Некоторые вопросы стоимости однородных универсальных вычислительных систем. - "Вычислительные системы", Новосибирск, "Наука" СО, 1968, вып. 31, стр. 41-54.

23. ХОВАРД Р.А. Динамическое программирование и марковские процессы. М., "Сов.радио", 1964.

24. САНДЛЕР Дж. Техника надежности систем , М., "Наука", 1966.

25. ХОРОШЕВСКАЯ Э.Г. Влияние показателей вычислительной системы на ожидаемый доход при ее эксплуатации. - "Вычислительные системы", Новосибирск, 1970, вып. 39, стр. 29-37.