

УДК 681.142.181.4

ОЦЕНКА СХЕМОТЕХНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В.Н. Беляев, В.И. Дятлов, П.М. Мамаев

В в е д е н и е

Оценка и сравнение параметров элементов вычислительных систем (ВС), в том числе построенных на различных физических принципах, требует применения аппарата, пригодного для анализа схем со сколь угодно большим числом элементов, так как для ВС характерно применение значительно большего числа элементов, чем для обычных ЦВМ. Такой достаточно эффективный аппарат в то же время должен быть построен на базе развития наиболее современных методов конкретного расчета и анализа схем ЦВМ. Усложнение задачи требует привлечения как новых подходов, так и отыскания путей упрощения ее постановки, например, на основе частичной линеаризации процессов.

Ниже приводится краткий обзор современных методов конкретного расчета и анализа схем ЦВМ.

А. Группа методов [1,2,3], построенная на выявлении возможностей схем при различных сочетаниях параметров и режимах работы, основывается на решении системы нелинейных уравнений, описывающих элементы и связи между ними в схеме. Эти методы

дают возможность построить граничные области работоспособности элементов с учетом допусков на их параметры; иногда с учетом средних или среднеквадратичных значений помех, которые считаются заданными; иногда с учетом корреляционной связи между параметрами соседних элементов. Основным недостатком этих методов в том, что наилучшие сочетания, как правило, имеют исчезающе малую вероятность, вследствие чего требования к параметрам элементов сильно завышаются. Методы позволяют рассчитывать схемы с ограниченным числом элементов, определяемым производителем —ностью современных ЦВМ. Возможность методов сильно уменьшается при практической необходимости все более сложного описания характеристик элементов (например, транзисторов) и паразитных связей между элементами [4,5,6].

Б. Статистические методы расчета схем [7,8,9] основываются на решении соответствующих задач в два этапа: вывод условий работоспособности — в общем случае в виде системы неравенств относительно основных параметров, характеризующих выполнение элементом заданных функций; расчет вероятности выполнения этих условий при известном уровне технологии производства элементов. При решении вопросов второго этапа можно сделать суждения о качестве схемы. Статистические методы имеют неоспоримые методологические преимущества перед методами граничных расчетов, так как позволяют представить работу схемы при всей совокупности возможных режимов и разбросов параметров. Статистические методы в принципе позволяют рассчитывать объекты с неограниченным числом элементов. В работе [8] утверждается, что этот метод "при расчете интегральных схем (является) единственным методом, который позволяет получить научно обоснованные рекомендации". Тем не менее статистические методы в их современном виде имеют ряд недостатков. Во-первых, в классической постановке они связаны с анализом нелинейных алгебраических неравенств, то есть позволяют учитывать только статические режимы работы схем [7,8]. Во-вторых, в классических задачах надежности принято накладывать условия работоспособности на параметры одного отдельно взятого элемента и далее требовать их выполнения от всех однотипных элементов системы [1,2,7,8]. Учитывая взаимосвязь элементов и взаимозависимость условий их работоспособ-

ности, можно убедиться, что такой путь приводит к существенному завышению требований к элементу (фактически многомерная область работоспособности системы заменяется ее малоразмерным сечением в пространстве параметров одного элемента, что приводит к погрешности порядка соотношения степеней или факториалов размерностей). Последнее, в свою очередь, вызывает удорожание изделий, повышение потребляемой мощности и ухудшение других качественных показателей.

В. Определенное отношение к расчетам схем ВС имеют тепловые расчеты соответствующих устройств, их систем питания, каналов связи между элементами и т.д. Эта группа расчетов, как правило, основывается на грубом представлении неоднородных структур — однородными и на решении ряда соответствующих задач математической физики [10,11]. Следовательно, эти расчеты в их современном виде позволяют получить лишь ориентировочные данные. Недостаточно используются методы теории случайных функций, применение которых позволило бы получить более всесторонние и точные данные о рассматриваемых процессах, особенно, если учесть то обстоятельство, что исходные данные этих расчетов в большинстве случаев могут быть заданы достаточно определенно только в статистических терминах (статистические характеристики интенсивности переключения элементов и т.п.).

Г. Наряду с более или менее законченными методами расчета схем, описанными выше, в ряде работ [12,13,14,15,16,17] основное внимание уделяется задаче более детального, чем в других методах, учета паразитных взаимодействий в вычислительных схемах через внутренние помехи. Указанные работы нельзя не признать актуальными, так как известно, что повышение уровня интеграции электронной аппаратуры способствует повышению уровня помех и снижает помехоустойчивость цифровых схем от действия внутренних и внешних электромагнитных полей [12,18]. В то же время в этих работах учитываются только внутренние помехи, возникающие от переключений ближайших элементов, и не учитывается накопление помех в рассматриваемых точках схемы от действия элементов по всей схеме, что недопустимо прежде всего для схем с большим числом элементов (ВС).

Нижне налагаются основы развиваемого в настоящей работе статистического метода расчета и анализа схем ВС. В качестве исходного принимается один из первых таких методов, предложенный в работе [7]. Метод развивается далее в двух направлениях:

а) учитываются действие внутренних помех от всех элементов схемы и динамические свойства элемента;

б) рассматриваются элементы с отказами, при этом вероятность отказа рассчитывается не для отдельного элемента, а для системы в целом.

Статистические характеристики паразитных сигналов

Все динамические процессы в паразитных связях между элементами рассматриваются в пределах линейной теории; предполагаются заданными входные потенциалы переключающихся элементов. Такое рассмотрение может быть обосновано тем, что сигналы в паразитных связях ограничиваются величинами, определенными маленькими порогами логических элементов, что и допускает линеаризацию на данном этапе расчета.

В рамках учета паразитных процессов ставятся две задачи: проверяется устойчивость схемы по отношению к величинам паразитных сигналов путем сравнения их статистических величин с величинами порогов логических элементов в пределах спектральной теории стационарных случайных функций; при устойчивости схемы в указанном выше смысле определяются необходимые для дальнейших расчетов такие статистические характеристики помех, как среднее число выбросов за данный уровень, средняя длительность выброса за заданный уровень. Первая задача алгоритмически значительно проще второй; предварительное решение первой задачи может сэкономить время, если нет уверенности в работоспособности анализируемой схемы.

Линеаризация процессов возникновения паразитных сигналов в схемах ВС в принципе позволяет по заданным статистическим характеристикам сигналов переключающихся элементов определить все указанные выше статистические характеристики паразитных сигналов при условии отыскания соответствующих передаточных функций или функций Грина. В этой связи здесь главное вы-

шение уделяется отысканию этих передаточных функций в наиболее сложном случае, когда схема паразитных импедансов имеет конфигурацию двумерной сети при трех видах граничных условий на краях этой сети: нулевых — на бесконечности; типа холостого хода — на краях прямоугольника; типа короткого замыкания — на краях прямоугольника. При необходимости принятая модель может быть уточнена дополнительным рассмотрением: ограниченного числа неоднородностей импедансов в пределах сети; более сложной схемы ячейки сети; более сложных граничных условий на краях сети [19,20,21]. Приводимые ниже результаты могут быть также легко применены в случае одномерных каналов распространения паразитных сигналов.

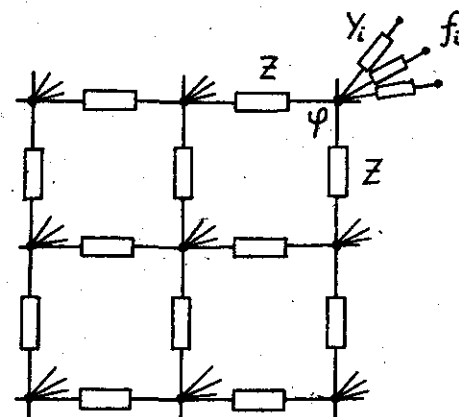


Рис. I

Принятая модель паразитных связей изображена на рис. I. Здесь Z — импедансы двумерной сети; Y_i — импедансы подсоединяемых к сети ветвей; $f_i(y)$ — потенциалы работающих элементов, для которых могут быть получены необходимые статистические характеристики; $\varphi(x)$ — потенциалы в узлах сети; $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2)$ — целочисленные координаты узлов сети, где рассматриваются потенциалы φ и f_i с общим нача-

лом отсчета $x_1 = y_1 = 0$, $x_2 = y_2 = 0$. Например, в случае учета связей между полевыми транзисторами интегральной схемы по подложке: Y_i — импедансы связей истока, стока и затвора с подложкой ($i = 1, 2, 3$); Z — импедансы между соседними транзисторами по подложке. В случае учета связей между элементами по линиям питания: Y_i — сумма нагрузочного и выходного импедансов логического элемента ($i = 1$); Z — импедансы участка линии питания между соседними элементами или группами элементов.

Для стационарного процесса уравнение сети рко. I при действии потенциалов f_i только в одной точке y имеет вид:

$$\Delta \Phi(x) - \alpha \Phi(x) = -\alpha F(y) \delta_{x-y}, \quad (I)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta \Phi &= \Phi(x_1+1, x_2) + \Phi(x_1-1, x_2) + \Phi(x_1, x_2+1) + \\ &+ \Phi(x_1, x_2-1) - 4\Phi(x_1, x_2); \\ F(y) &= \frac{\sum_{i=1}^q y_i f_i(y)}{\sum_{i=1}^q y_i}; \end{aligned}$$

$\Phi(x) F(y)$ - двустороннее Фурье-изображение потенциалов $\varphi(x)$ и $f_i(y)$; $\alpha = 2 \sum_{i=1}^q y_i$; δ_{x-y} - индексо Кронекера, $\delta_{x-y} = 1$ при $x=y$ и $\delta_{x-y} = 0$ при $x \neq y$; q - число ветвей в узле сети.

Для бесконечно протяженной сети уравнение (I) имеет следующее решение [21, 22]:

$$\Phi(x) = F(y) \{ \alpha B(\alpha; x-y) \}, \quad (2)$$

где

$$B(\alpha; x-y) = \int_0^\infty e^{-(\alpha+4)\xi} I_{x_1-y_1}(2\xi) I_{x_2-y_2}(2\xi) d\xi,$$

$I_{x_1-y_1}(2\xi), I_{x_2-y_2}(2\xi)$ - бесселевы функции первого рода минимального аргумента порядка x_1-y_1 и x_2-y_2 .

На основе решения (2) уравнения (I) получены три передаточных функции помех по паразитным связям: для случая бесконечно протяженной сети, для прямоугольной сети при холостом ходе и коротком замыкании на её краях.

Для бесконечно протяженной сети:

$$k_m[\alpha(i\omega); x-y] = \alpha B(\alpha; x-y). \quad (3)$$

Для прямоугольной сети при холостом ходе на краях:

$$\begin{aligned} k_{xx}[\alpha(i\omega); x, y] &= \frac{1}{\pi \cdot m} \left\{ 1 + \sum_{s=1}^{n-1} \frac{\alpha}{\alpha + 2 - 2 \cos \frac{\pi}{n} s} \left[\cos(x_1 - y_1) \frac{\pi}{n} s + \right. \right. \\ &+ \left. \cos(x_1 + y_1) \frac{\pi}{n} s \cdot \cos \pi s \right] + \sum_{s=1}^{m-1} \frac{\alpha}{\alpha + 2 - 2 \cos \frac{\pi}{m} s} \left[\cos(x_2 - y_2) \frac{\pi}{m} s_1 + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left. \cos(x_2 + y_2) \frac{\pi}{m} s_2 \cdot \cos \pi s_2 \right] + \sum_{s_1=1}^{n-1} \sum_{s_2=1}^{m-1} \frac{\alpha}{\alpha + 4 - 2 \cos \frac{\pi}{n} s_1 - 2 \cos \frac{\pi}{m} s_2} \left[\cos(x_1 - y_1) \frac{\pi}{n} s_1 + \right. \\ &+ \left. \cos(x_1 + y_1) \frac{\pi}{n} s_1 \cdot \cos \pi s_1 \right] \left[\cos(x_2 - y_2) \frac{\pi}{m} s_2 + \cos(x_2 + y_2) \frac{\pi}{m} s_2 \cdot \cos \pi s_2 \right] \Big\}, \quad (4) \end{aligned}$$

где n, m - число рядов элементов по осям x_1 и x_2 , соответственно (n и m - нечетные числа).

Для прямоугольной сети при коротком замыкании на краях:

$$\begin{aligned} k_{kz}[\alpha(i\omega); x, y] &= \frac{1}{\pi \cdot m} \left\{ \frac{\alpha}{\alpha + 8} \cos \pi(x_1 + y_1) \cdot \cos \pi(x_2 + y_2) + \sum_{s=1}^{n-1} \frac{\alpha \cdot \cos \pi(x_2 + y_2)}{\alpha + 6 - 2 \cos \frac{\pi}{n} s} \times \right. \\ &\times \left[\cos(x_1 - y_2) \frac{\pi}{n} s - \cos(x_1 + y_1) \frac{\pi}{n} s \cdot \cos \pi s \right] + \sum_{s=1}^{m-1} \frac{\alpha \cdot \cos \pi(x_1 + y_1)}{\alpha + 6 - 2 \cos \frac{\pi}{m} s} \times \\ &\times \left[\cos(x_2 - y_2) \frac{\pi}{m} s - \cos(x_2 + y_2) \frac{\pi}{m} s \cdot \cos \pi s \right] + \sum_{s_1=1}^{n-1} \sum_{s_2=1}^{m-1} \frac{\alpha}{\alpha + 4 - 2 \cos \frac{\pi}{n} s_1 - 2 \cos \frac{\pi}{m} s_2} \times \\ &\times \left[\cos(x_1 - y_1) \frac{\pi}{n} s_1 - \cos(x_1 + y_1) \frac{\pi}{n} s_1 \cdot \cos \pi s_1 \right] \left[\cos(x_2 - y_2) \frac{\pi}{m} s_2 - \cos(x_2 + y_2) \frac{\pi}{m} s_2 \cdot \cos \pi s_2 \right] \Big\}. \quad (5) \end{aligned}$$

Формула (4) получена использованием решений для бесконечно протяженной сети суммированием этих решений от одновременно действующих одинаковых источников в точках $x_1 - y_1 + 2k\pi$.

$$-x_1 - y_1 + (2k+1)\pi; x_2 - y_2 + 2k\pi, -x_2 - y_2 + (2k+1)\pi \quad (k = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots).$$

Формула (5) получена при действии положительных источников в точках $x_1 - y_1 + 2k\pi, x_2 - y_2 + 2k\pi$ и при действии отрицательных источников в точках $-x_1 - y_1 + (2k+1)\pi, -x_2 - y_2 + (2k+1)\pi$. При этом на краях прямоугольников выполняются условия холостого хода в первом случае и короткого замыкания — во втором.

Выражение передаточных функций для холостого хода на краях сети (4) могут служить для анализа помех, распространяющихся, например, по незаземленной подложке интегральной схемы, выражение же передаточных функций для короткого замыкания на краях сети (5) пригодны для анализа помех, распространяющихся по заземленной по краям подложке или по системе питания интегральной схемы. Ниже приводятся некоторые результаты анализа передаточных функций (3, 4, 5).

Если предположить, что во всех точках сети C_y , где действуют потенциалы f , их математическое ожидание $M[f]$ одинаковые, то математическое ожидание помехи $M[\varphi]$ может быть найдено, согласно следующему выражению [19]:

$$M[\varphi] = M[f] \left\{ \sum_{C_y} k[\alpha(0); x, y] - k[\alpha(0); x, x] \right\}, \quad (6)$$

где индекс C_y означает суммирование по точкам сети, в которых действуют потенциалы f ; $\alpha(0) = \alpha(i\omega)|_{\omega=0}$; $k[\alpha(0); x, x]$ — передаточная функция при $x = y$ (она вычитается из суммы передаточных функций для $x \neq y$, так как собственный сигнал в точке x не может считаться помехой).

Если предположить, что потенциалы f в различных точках y сети некоррелированные, а их спектральные функции $S_f(\omega)$ одинаковые во всех точках C_y , то спектральную функцию помехи $S_\varphi(\omega)$ можно выразить следующим образом [19]:

$$S_\varphi = S_f \left\{ \sum_{C_y} |k[\alpha(i\omega); x, y]|^2 - |k[\alpha(i\omega); x, x]|^2 \right\}, \quad (7)$$

где последний член справа при $x = y$, умноженный на S_f , — спектральная функция потенциала φ от действия потенциала f в этой же точке сети вычитается из общей суммы, так как эта составляющая общей спектральной функции не может быть отнесена к помехе.

Для сумм в (6) при трех рассматриваемых видах граничных условий получен ряд простых выражений:

$$1 - \lim_{\substack{y_{1m} \rightarrow \infty \\ y_{2m} \rightarrow \infty}} \sum_{y_1 = -y_{1m}}^{y_{1m}} \sum_{y_2 = -y_{2m}}^{y_{2m}} k_\infty[\alpha(i\omega); x - y] \rightarrow +0, \quad (8)$$

$$\text{где } y_{1m} = \frac{n-1}{2}, \quad y_{2m} = \frac{m-1}{2};$$

$$\sum_{y_1 = -y_{1m}}^{y_{1m}} \sum_{y_2 = -y_{2m}}^{y_{2m}} k_{xx}[\alpha(i\omega); x, y] = 1; \quad (9)$$

$$1 - \lim_{\substack{y_{1m} \rightarrow \infty \\ y_{2m} \rightarrow \infty}} \sum_{y_1 = -y_{1m}}^{y_{1m}} \sum_{y_2 = -y_{2m}}^{y_{2m}} k_{k3}[\alpha(i\omega); 0, y] \rightarrow +0. \quad (10)$$

Более подробный анализ показывает, что два выражения (8) и (10) достигают значений, близких к нулю, только тогда, когда $N = n \cdot m \gg 8/R\epsilon\alpha$, где N — число элементов в прямоугольнике.

Получено и исследовано выражение для передаточной функции:

$$k_\infty[\alpha(0); x - x] = k_\infty[\alpha(0); 0] = \alpha \int_0^\infty e^{-(\alpha+4)\xi} I_0^2(2\xi) d\xi = \frac{2}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha+4} K\left(\frac{4}{\alpha+4}\right), \quad (II)$$

где K — полный эллиптический интеграл первого рода. Эта передаточная функция монотонно изменяется от значений, равных нулю при малых $\alpha(0)$, до значений, равных единице при больших $\alpha(0)$, проходя 10%-ные границы при $\alpha(0) \approx 0,3$ и $\alpha(0) \approx 30$.

Из (8), (9), (10) и (II) можно сделать следующие выводы относительно математического ожидания помехи в сети:

а) Прямоугольная сеть при холостом ходе на краях эквивалентна бесконечной сети.

б) Прямоугольная сеть при коротком замыкании на краях эквивалентна бесконечной при $\alpha(0) \approx \frac{8}{N}$. Закорачивание (заземление) сети по краям для уменьшения влияния помех эффективно только при $\alpha(0) \ll \frac{8}{N}$.

в) Элементы в бесконечной сети практически не связаны при

$\alpha(0) > 30$ и сильно связаны при $\alpha(0) < 0,3$. В последнем случае ограничение помехи может быть достигнуто только при условии, когда сопротивления между точками с потенциалами f_i будут значительно меньше сопротивлений между точками с потенциалами f_i и φ .

На основе (7) можно получить соотношения величин дисперсий потенциалов f и φ , например, для бесконечной сети. Можно показать, что:

$$\sum_{y=-\infty}^{\infty} \sum_{z=-\infty}^{\infty} |k_{\infty}[\alpha(i\omega); x-y]| = \frac{\alpha k_{\infty}(\alpha; 0) - \alpha^* k_{\infty}(\alpha^*; 0)}{\alpha - \alpha^*}, \quad (12)$$

где $\alpha^* = \alpha(-i\omega)$.

Анализ (12) показывает, что значения в фигурных скобках в (7) не превышают 0,25, достигая максимума при $\text{Im} \alpha, \text{Re} \alpha \rightarrow 1$, и быстро уменьшаются при любых отклонениях этих величин от значений, близких к единице. Отсюда следует, что дисперсия помехи имеет значения, существенно меньшие дисперсии потенциалов элементов.

Анализ динамической надежности цепи логических элементов ВС

Известно, что основой построения больших ВС является однородная, однонаправленная цепь логических элементов (рис. 2) и вопрос о требованиях к параметрам элементов такой цепи следует признать весьма актуальным.

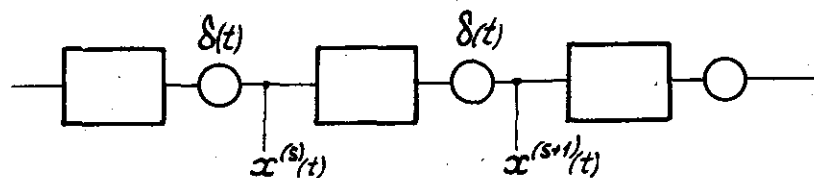


Рис. 2

В интегральной схеме возможности перестановки и взаимозамены элементов, очевидно, весьма ограничены, и, следовательно, условия работоспособности естественно наложить не на отдельный элемент, а на элементы всей цепи, при этом требования к элементам могут быть существенно ослаблены.

Основным функциональным требованием к цепи длиной n элементов является возможность передачи двоично-квантованного сигнала без затухания, что аналитически выражается системой $2n$ неравенств:

$$x^{(s)}(t) = F\{x^{(s-1)}(t), \bar{\alpha}\} + \delta(t) \leq M_0 \text{ при } x^{(0)}(t) \leq M_0, \quad (13)$$

$$x^{(s)}(t) \geq M_1 \text{ при } x^{(0)}(t) \geq M$$

для $0 \leq s \leq n$ и для $0 \leq t \leq T$ (T — срок службы системы):

F — нелинейный (в общем случае) динамический оператор элемента;

$\bar{\alpha}$ — случайный (по множеству элементов) вектор параметров элемента;

M_0 и M_1 — условные граничные значения уровней "нуля" и "единицы", соответственно;

$\delta(t)$ — помеха, приведенная ко входу.

При высоких степенях интеграции элементов число неравенств в системе (13) неизмеримо велико для практических расчетов.

Поэтому возникает задача непосредственного выполнения этого этапа расчета требований к элементу: расчет вероятности условий работоспособности без вывода самих условий.

Некоторые перспективы в этом направлении открывает методика теории цепей Маркова, впервые использованная для этого класса схем в [7]. Но она эффективна лишь для описания статистического режима цепи; в динамике применимость ее весьма затруднительна, ибо при этом число состояний системы оказывается необозримо большим (каждое состояние есть реализация случайного процесса на некотором отрезке времени), а максимальная размерность случайного процесса неизвестна; кроме того, расчет распределения процесса на выходе динамической системы в общем случае весьма сложен.

Очевидно, что для статистического анализа работоспособности цифровых систем в динамике требуется поиск специальных методов.

В настоящем разделе излагается метод, основанный на совместном применении расчетов вероятностей независимых событий и теории цепи Маркова с использованием динамической модели логического элемента.

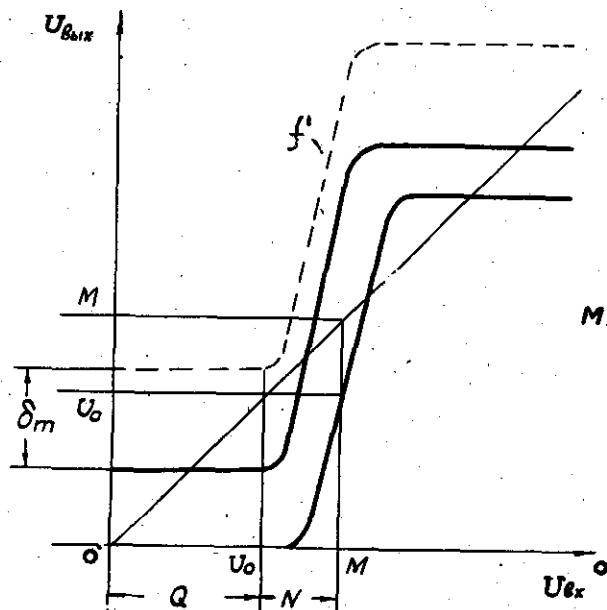


Рис. 3

На рис. 3 штриховой линией f' условно представлена верхняя граничная огибающая семейства статистических характеристик передачи элементов с учетом помехи (δ_m - максимальное значение помехи).

Реальные семейства характеристик передачи логических элементов обладают некоторым пороговым значением рабочего сигнала U_0 таким, что при $U_{вх} < U_0$ коэффициент передачи любого элемента цепи пренебрежимо мал.

Методы, изложенные выше, дают возможность найти необходи-

мые статистические характеристики процесса $x(t)$: среднее время между пересечениями уровня U_0 (обозначим его T_0 , а $\frac{1}{T_0} = \lambda_0$), типичные формы реализаций, превышающих U_0 , и их вероятности.

При этом, рассматривая цепь элементов на некотором интервале τ , можем представить множество ее состояний состоящим из двух подмножеств: подмножества Q реализаций $x(t)$ таких, что $x(t) < U_0$ всюду в интервале τ , и подмножества N реализаций, для которых $x(t) > U_0$ хотя бы в части интервала τ . Введем также некоторую границу M , превышение которой процессом $x(t)$ будем считать отказом. Отказ возможен только из состояний подмножества N .

Согласно изложенному, вероятность p перехода из подмножества Q в подмножество N невелика; распределение $p^0(x)$ состояний при первом достижении подмножества N известно.

Ясно, что система не может находиться в подмножестве N сколь угодно много шагов с отличной от нуля вероятностью. (В самом деле, противное означало бы, что вероятность получения сколь угодно длинной цепи без отказа отлична от нуля, но, согласно постановке нашей задачи, существуют такие параметры элемента α_m и такие реализации помехи δ_m , что сочетание α_m и δ_m в некоторой серии m каскадов подряд приводит к отказу, а вероятность отсутствия такой серии в цепи длиной n элементов стремится к нулю с увеличением n , согласно основным положениям теории рекуррентных событий [23]).

Поэтому естественно выразить надежность цепи через статистические характеристики подмножества N , которые можно найти прямым аналитическим расчетом или методом статистических испытаний.

Обозначим через $z^{(i)}$ и $f^{(i)}$ вероятности того, что впервые в шаге i после достижения подмножества N произойдет возвращение в подмножество Q или отказ, соответственно. Тогда

$$z = \sum_{i=1}^{\infty} z^{(i)}, \quad (I4)$$

$$f = \sum_{i=1}^{\infty} f^{(i)} \quad (I5)$$

представляет собой полные вероятности возвращения в Q или от-
каза после достижения N , соответственно. Из вышесказанного
свойств подмножества N следует, что

$$z + p = 1. \quad (16)$$

Вероятность первого возвращения системы в подмножество N
в шаге i после перехода в подмножество Q равна

$$\theta^{(i)} = (1-p)^{i-1} p = q^{i-1} p. \quad (17)$$

Применяя методику, изложенную в [22], найдем полную веро-
ятность того, что в цепи из n элементов не произойдет отказа.
При этом условии можно представить цепь состоящей из чередую-
щихся серий пребывания в подмножествах Q и N (назовем их се-
риями Q и N , соответственно), причем пребывание в подмножестве
 Q является событием независимым с вероятностью q , а пре-
бывание в подмножестве N образует простую однородную марков-
скую цепь.

Для функций $z^{(i)}$ и $\theta^{(i)}$ соответственно введем производ-
ные функции комплексной переменной s :

$$R(s) = \sum_{i=1}^{\infty} z^{(i)} s^{(i)}, \quad (18)$$

$$\theta(s) = \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{(i)} s^{(i)} = \frac{ps}{1-qs}. \quad (19)$$

Вероятность того, что участок длиной n_1 элементов пред-
ставляет собой цикл из одной серии θ и одной серии N , равна

$$\varphi_{n_1}^{(1)} = \sum_{i=1}^{n_1} \theta^{(i)} z^{(n_1-i)} \quad (20)$$

Годная цепь из n элементов состоит из некоторого (неизвестного
заранее) числа k таких циклов, вероятность чего выражается ре-
куррентным соотношением

$$\varphi_n^{(k)} = \sum_{i=1}^n \varphi_{n-i}^{(k-1)} [\varphi_{n-i}^{(1)} + q^{n-i}], \quad (21)$$

то есть является суммой (по всем n_1) вероятностей того, что
на первых n_1 звеньях укладывается $k-1$ циклов, а на последних
 $n-n_1$ звеньях — один цикл, в котором, в частности, может отсут-
ствовать серия N (это учтено слагаемым q^{n-n_1}).

Искомая вероятность того, что цепь длиной n элементов яв-
ляется годной, равна

$$\varphi_n = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_n^{(k)}, \quad (22)$$

ибо события с вероятностями $\varphi_n^{(k)}$ несовместны по k .

Отмечая, что выражения (20) и (21) представляют собой це-
лочисленные композиции и учитывая свойства производящих функ-
ций, получим производящую функцию для функции $\varphi_n^{(k)}$:

$$\Phi_{(s)}^{(k)} = [\theta(s) R(s)]^{k-1} [\theta(s) R(s) + \frac{q}{p} \theta(s)]. \quad (23)$$

Производящая функция искомой вероятности φ_n с учетом (18),
(19) и (23) равна

$$\Phi(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_{(s)}^{(k)} = \frac{\theta(s) R(s) + \frac{q}{p} \theta(s)}{1 - \theta(s) R(s) - \frac{q}{p} \theta(s)}. \quad (24)$$

Вероятность φ_n есть коэффициент при s^n в (20). Согласно
(22), он приблизительно равен

$$\varphi_n \approx \frac{p_1}{s_1^{n+1}}, \quad (25)$$

где s_1 — наименьший по абсолютной величине корень знаменате-
ля выражения (24), а

$$p_1 = - \frac{U(s_1)}{V'(s_1)}, \quad (26)$$

где $U(s)$ и $V(s)$ — числитель и знаменатель выражения (24), со-
ответственно. По соотношениям (24), (25), (26) можно найти иско-
мую надежность количественно.

Предполагая, что s_1 близко к единице, справедливость че-
го подтвердится далее в (28), получим из (18)

$$R(s) \approx z \quad (27)$$

и после незначительных допущений в (20) имеем нижнюю оценку ис-
комой надежности длины длиной n элементов:

$$\varphi_n \approx \frac{1}{s_1^n} \approx (q + pz)^n. \quad (28)$$

Соотношение (28) естественно физически. Удельная надеж-
ность одного элемента равна вероятности одного из двух событий:
или того, что порог не будет превышен, или того, что превыше-
ние порога не приведет к отказу.

Убедившись, что s_1 близко к единице (но, конечно, строго
больше, ибо $q + p = 1$, а $z < 1$), отметим, что практически удоб-
нее считать величину, дополняющую $\frac{1}{s_1}$ до единицы, а именно —
 $-pz$. При этом интенсивность отказов цепи длиной n elemen-

тов находится из соотношения:

$$e^{-\lambda(n)T} = (1-p_f)^n, \quad (29)$$

где p - вероятность превышения порога за время T ; практически $T \ll T_0$, и при этом

$$p \approx p_N \lambda_0 T, \quad (30)$$

откуда

$$\lambda(n) = \pi p_N \lambda_{af}. \quad (31)$$

Алгоритмы, программа и пример расчета

Изложенная методика применялась для расчета цепи логических схем НЕ-И на 2 входа на МДП-транзисторах по обычной схеме. Динамический оператор двух таких элементов можно свести к кусочно-линейной форме (рис.4); при этом

$$x[s+1, \kappa] = \sum_{i=k-m}^k H[\kappa-i] (x[s, i] - U_0) + B + \delta[\kappa], \quad (32)$$

где H - импульсная переходная функция линейного участка характеристики; i, κ - дискретные моменты времени, U_0 - порог, B - потенциальный уровень, B и U_0 задавались набором дискретных значений, а функции H и δ - набором реализаций (в нашем случае - по 4) с соответствующими вероятностями (таблица, рис. 5).

Т а б л и ц а

NN	U_0 , в	B , в	Вер. $U_0 B$	Вер. H	Вер. δ
1	3,5	0,5	0,25	0,15	$0,8 \cdot 10^{-8}$
2	4,0	1,0	0,4	0,35	$0,8 \cdot 10^{-6}$
3	4,5	1,5	0,25	0,35	$0,4 \cdot 10^{-4}$
4	5,0	2,0	0,1	0,15	0,999

В программе (рис.6) для каждого набора x, U, B, H, δ строится реализация $x[s+1]$, рассчитывается ее максимум (max), длительность τ и вероятность p_f . Для каждого элемента рас-

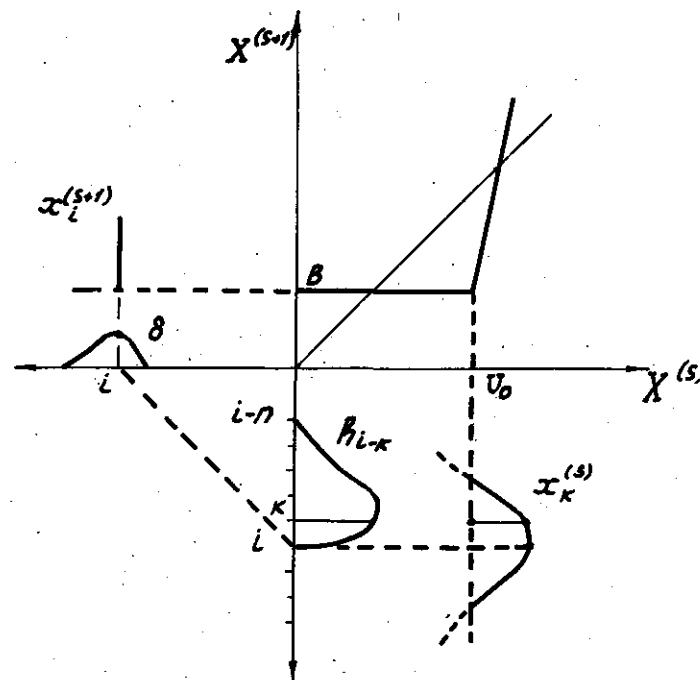


Рис. 4.

считывается вероятность отказа. Реализации, для которых $U_0 < \max x$, разбиваются на группы по максимуму i и длительности j (интервалы максимумов и длительностей вычисляются выше в блоках $\Delta \max$ и $\Delta \tau$); для каждой группы строится верхняя граничная огибающая, и ей присваивается суммарная вероятность реализации этой группы $p[i, j]$. Полученное множество огибающих снова подвергается преобразованию (32); далее процесс повторяется. Для первого элемента исходными служат импульсы помех в сети, рассчитанные по методике раздела I.

Программа составлена на алгоритмическом языке АЛФА, отладка и счет производились на ЭВМ М-220. В каждом шаге выводилась вероятность отказа; для контроля счета в отдельных шагах выво-

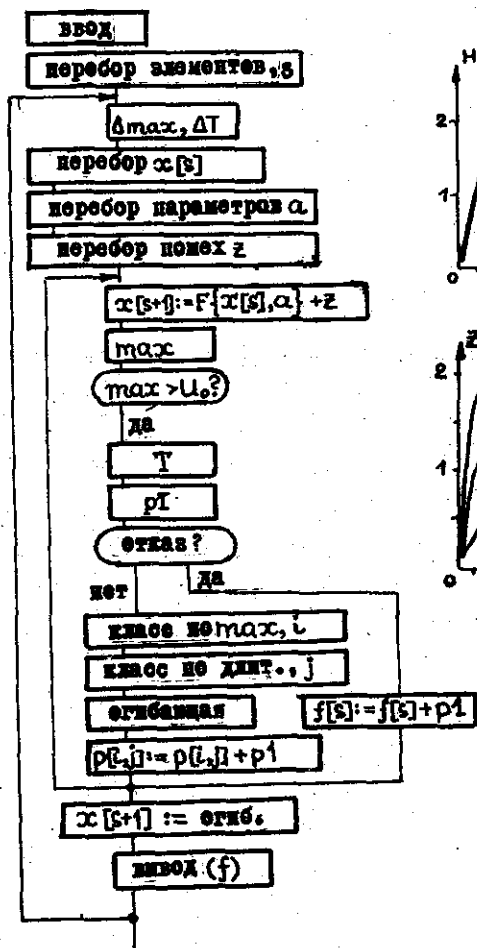


Рис. 6

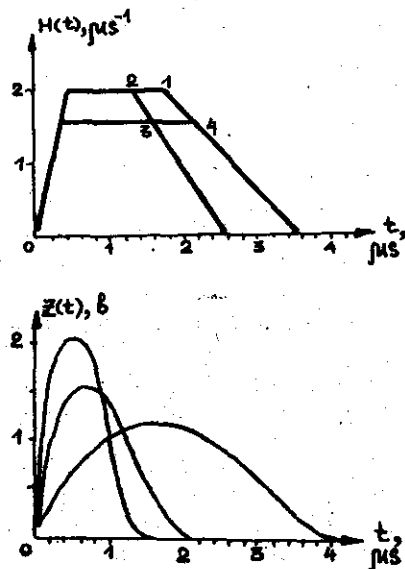


Рис. 5

длительности отсчетов. Время счета для 10 шагов (элементов) – 52 мин. Результат $0,26 \cdot 10^{-7}$ показывает, насколько удельная вероятность отказа элемента в цепи ниже, чем при расчете отдельного элемента. Это объясняется тем, что настоящая методика учитывает сочетание подряд нескольких неблагоприятных элементов и максимальных импульсов помех, являющееся весьма маловероятным событием.

Выводы

1. Малые допустимые величины паразитных сигналов в схемах ВС позволяют использовать при их расчетах методы линеаризации. Большое число элементов в схемах ВС приводит к необходимости рассматривать каналы паразитных связей в виде двумерных сетей. Показана методика получения передаточных функций паразитных сигналов в таких сетях. На основе этих передаточных функций получены соотношения математических ожиданий и спектральных функций помех и сигналов элементов по сети (без учета корреляции сигналов).

2. Требования к параметрам логических элементов в интегральном исполнении формируются не для отдельного элемента, а для цепи в целом, и при этом получаются менее жесткими, чем в дискретном исполнении.

3. Анализ надежности такой цепи заключается в расчете распространения случайного процесса по системе со случайными (в пространстве) параметрами. При этом цепь можно представить состоящей из чередующихся серий независимых элементов и элементов, связанных в простую цепь Маркова, что позволяет свести анализ к численным методам, принципиально просто реализуемым на ЭВМ.

Литература

1. КЕДВ. Постановка задачи автоматизации расчета интегральных схем. – "Машинный расчет интегральных схем", перевод с англ. под ред. К.А.Валшева, Г.Г.Казенова и А.П.Голубова, М., "Мир", 1971, стр. 234–270.

2. МОРАЛЕВ С.А., ПАРАТОВ Г.М., МОЛЧАНОВ А.А., ХОДОШ Л.С.

Математическое моделирование схем на МДП-транзисторах с применением ЭЦВМ. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1969, стр. 252-266.

3. ПАНФЕРОВ В.П. Анализ динамической надежности потенциальных логических элементов. - "Электронная техника", сер.У1, 1969, вып.1.

4. СТЕПАНЕНКО И.П. Анализ простейших усилительных каскадов на МДП-транзисторах. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1969, вып. 3, стр. 159-172.

5. ГУРАРИЙ М.М. Об одном методе построения динамических моделей компонентов интегральных схем. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", вып. 4, стр. 322-337.

6. ПЕТРОСЯНЦ К.О. Модель транзистора, учитывающая эффекты больших токов и модуляцию ширины базы. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1971, вып. 4, стр. 338-350.

7. БРИН И.А., ШАМАЕВ Ю.М. Передача двоичной информации по регистру сдвига, состоящему из одинаковых случайных звеньев. - "Автоматика и телемеханика", 1965, т.24, №5.

8. ДОННЕР Б.Л., НИКОЛАЕВ А.В., ПАРАТОВ Г.М. Синтез элементов интегральных схем при разбросах параметров. - "Вычислительные системы", Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, "Наука" СО, 1968, вып. 5, стр. 41-50.

9. БЕЛЯЕВ Е.И. Совместная оптимизация электрических и конструктивных параметров интегральной схемы. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1969, вып. 3, стр. 267-281.

10. КОЛОСОВ А.А., ГОРБУНОВ Ю.М., НАУМОВ Ю.Е. Полупроводниковые твердые схемы, М., "Сов.радио": 1965.

11. ДЯТЛОВ В.Л. Некоторые требования к элементам вычислительных сред. - "Вычислительные системы", Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, "Наука" СО, 1968, вып. 5, стр. 3-40.

12. НАУМОВ Ю.Е. Интегральные логические схемы, М., "Сов.радио", 1970.

13. АБАЕВ И.А., БЕДРЕКОВСКИЙ М.А., НАУМОВ Ю.Е., ПУЧКОВ И.Ф. К вопросу об импульсной помехоустойчивости интегральных логических схем. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1969, вып.3, стр. 80-100.

14. ЛУЦКИЙ В.А. Импульсная помехоустойчивость логических микросхем. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1969, вып. 3, стр. 101-120.

15. ЗУБАНОВ С.Г., МАЛИН Б.В. Исследование влияния импульсов-помех на работу функциональных узлов. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", вып.3., стр. 121-124.

16. НАУМОВ Ю.Е., БЕДРЕКОВСКИЙ М.А., ПУЧКОВ И.Ф. Анализ внутренних помех в устройствах, содержащих интегральные логические схемы. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1969, вып.3, стр. 106-120.

17. АБАЕВ И.А., КУЛАКОВ Г.Н. О характеристике импульсной помехоустойчивости интегральных схем ДТЛ и ТТЛ для треугольных

импульсов помех. - "Микроэлектроника", М., "Сов.радио", 1971, вып.4, стр. 379-381.

18. Анализ и расчет интегральных схем, под ред. Т. Линна, Д.Мейера и Ч.Гамильтона, "Мир", 1969.

19. МАРАДУДИН А., МОНТРОЛЛ Э., ВЕЙСС Дж. Динамическая теория кристаллической решетки в гармоническом приближении, М., "Мир", 1965.

20. ДЯТЛОВ В.Л. Распространение возмущений от точечного источника в трехмерных периодических решетках. - "Вычислительные системы", Новосибирск, 1971, вып. 43, стр. 142-145.

21. ДЯТЛОВ В.Л. Решение линейных дифференциальных разностных уравнений для $1/2$ -мерного пространства целочисленных координат с помощью функций Бейтмена. - "Вычислительные системы", Новосибирск, 1971, вып. 43, стр. 146-154.

22. ФЕЛЛЕР В. Введение в теорию вероятностей и ее применения, М., "Мир", 1969.

Поступила в редакцию
15.XI.1971