

УДК 681.3.001

НАДЕЖНОСТЬ УСТРОЙСТВ ЛОГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

А.А. Койфман, Л.И. Макаров, Б.А. Москов,
Н.И. Назаров, В.А. Скоробогатов

Задача реализации устройств логического управления (УЛУ) в одномерной вычислительной среде (ОВСр) [1] включает в себя задачу обеспечения заданной надежности проектируемых устройств. Если надежность исходных элементов среды недостаточна для получения заданной надежности устройства, то в устройство необходимо ввести избыточность. Здесь рассматривается задача обеспечения надежности УЛУ с помощью метода резервирования элементов ОВСр, при котором каждый элемент заменяется резервной группой элементов.

Структура и надежность резервной группы зависят не только от метода резервирования, но и от способа контроля исправности элементов группы. Методы пассивного резервирования (например, мажоритарного) обычно не обеспечивают требуемой надежности, поскольку восстанавливающий орган работает в том же режиме, что и элементы группы, и поэтому его надежность должна быть выше требуемой надежности резервной группы. Методы активного резервирования (замещением) с дискретным тестовым контролем обладают существенными недостатками, связанными с наличием тестовой аппаратуры и неконтролируемого времени работы группы. Поэтому для обеспечения требуемой надежности УЛУ в ОВСр выбран метод активного резервирования с непрерывным внутренним контролем исправности элементов группы.

1. Рассмотрим резервную группу, состоящую из m элементов (рис. 1). Каждый элемент группы содержит устройство контроля и

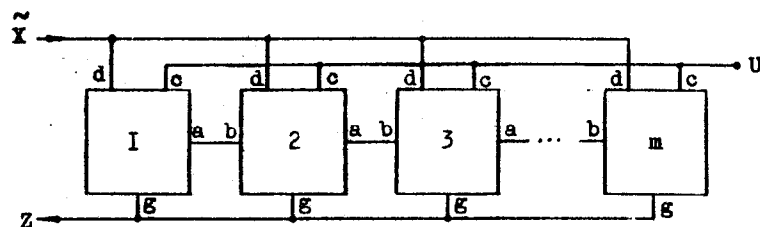


Рис. 1

и переключатель. Контроль исправности рабочей ячейки Я1 (рис.2) осуществляется с помощью контрольной ячейки Я2 и ячейки сравнения Я3. Переключение

питания U с одного элемента группы на другой производится переключателем, состоящим из коммутирующих элементов (например, пленочных электростатических реле [2]) Р1, Р2, Р3. Входы $\tilde{X}$ и выход Z группы подключены ко входам и выходу элемента ОВСр. Ячейки Я1 и Я2 выполняют одну и ту же функцию, задаваемую настройкой ОВСр. Ячейка Я3 реализует логическую функцию несовпадения.

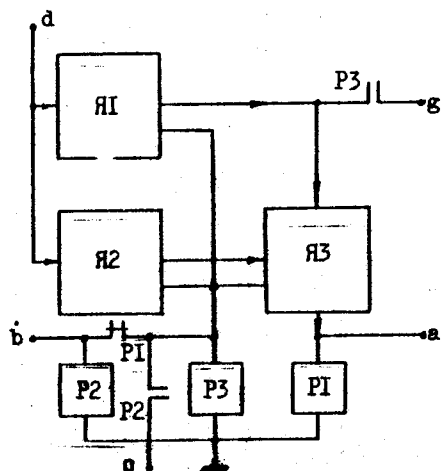


Рис. 2

Замена отказавших элементов группы производится следующим образом. Пусть в данный момент времени работает k -й, $k = 2, m-1$ элемент группы, т.е. на этот элемент подано питание U . Если этот элемент исправен, то контакты Р1, Р2, Р3 замкнуты и на полюсе a элемента сигнал отсутствует, т.е. контакт Р2 ($k+1$)-го элемента разомкнут и он отключен от питания. На полюсе b присутствует сигнал U , т.е. контакты Р1, Р2 ($k-1$)-го элемента разомкнуты и он отключен от питания. Если во время работы k -го элемента в нем происходит отказ одной из ячеек,

то на его полюсе a появляется сигнал U (кроме такого отказа Я3, при котором на полюсе a отсутствует сигнал). Контакт Р1 k -го элемента размыкается, а контакт Р2 ($k+1$)-го замыкается и на ($k+1$)-й элемент подается питание.

Схема элемента группы (рис.2) разработана при следующих предположениях: 1) на входах ячеек возможны только отказы типа "обрыв", 2) время срабатывания реле Р2 ($k+1$)-го элемента меньше суммы времени срабатывания реле Р1, времени отпускания реле Р2 и задержки ячеек k -го элемента, 3) процесс обнаружения отказов и переключения элементов не изменяет состояния исполнительных механизмов, управляемых УЛУ.

Рассмотренная схема резервирования обладает рядом достоинств, например, в схеме осуществляется непрерывный контроль исправности ячеек, одиночные отказы ячеек не приводят к отказу группы, переключатель каждого элемента за все время работы группы срабатывает только один раз, схема позволяет получить технический ресурс группы, превышающий технический ресурс ячейки за счет облегченного режима работы ячеек.

2. Каждый элемент группы в данный момент времени может находиться в трех состояниях:

- A_1 - элемент работает,
- A_2 - элемент находится в резерве,
- A_3 - элемент работал и отключен.

Для каждого состояния A_j , $j = 1, 2, 3$, можно выделить следующие несовместные события:

B_{0j} - элемент исправен;

B_{1j} - в элементе имеется отказ, не приводящий к отказу группы (отказ 1-го типа);

B_{2j} - в элементе имеется отказ, приводящий к отказу группы (отказ 2-го типа).

Вероятность события B_{ij} , $i = 0, 1, 2$, $j = 1, 2, 3$, за время t обозначим через $P_{ij}(t)$.

Отказ группы элементов наступает при израсходовании всего резерва группы или при появлении отказа 2-го типа хотя бы в одном элементе группы.

Надежность (вероятность P безотказной работы в течение времени t) группы, в которой возможны два типа отказов элементов, для нагруженного режима резервирования рассмотрена в

[3,4]. Работа группы для ненагруженного режима резервирования описывается процессом типа гибели [5], при этом группа элементов рассматривается как система с $(m+1)$ -м состоянием, где k -е ($k = \overline{1, m}$) состояние соответствует работе k -го элемента группы, а $(m+1)$ -е - отказу группы. Пусть λ и μ - независимые от времени интенсивности отказов I-го и 2-го типов соответственно. Обозначая через ρ_k вероятность нахождения группы к моменту времени t в k -м состоянии, при этом $\rho_{m+1} = 1 - \rho_x = Q_x$ - вероятность отказа группы к моменту времени t , и используя методику [5], запишем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \rho'_1 = -(\lambda + \mu)\rho_1, \\ \rho'_k = \lambda\rho_{k-1} - (\lambda + \mu)\rho_k, \quad k = \overline{2, m}, \\ \rho'_{m+1} = \mu \sum_{k=1}^m \rho_k + \lambda\rho_m. \end{cases} \quad (I)$$

Если с момента $t=0$ начинает работать первый элемент, то начальные условия для системы (I) имеют вид: $\rho_1(0) = 1, \rho_k(0) = 0, k = \overline{2, m+1}$.

Преобразование Лапласа приводит систему (I) к системе алгебраических уравнений, последовательное исключение переменных в которой дает выражение

$$Q_x = \int_0^t \left\{ \mu e^{-(\lambda + \mu)t} \left[1 + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \right] + \frac{\lambda (\lambda t)^{m-1}}{(m-1)!} e^{-(\lambda + \mu)t} \right\} dt.$$

Изменение очередности суммирования и интегрирования позволяет выразить Q_x через вырожденные гипергеометрические функции, первые два аргумента которых различаются на единицу, что дает возможность приближенно представить их через экспоненты. В результате для надежности P_x группы (при $(\lambda + \mu)t < 1$) получаем выражение

$$P_x \approx e^{-\mu t} \left[1 - \frac{(\lambda t)^m}{m!} \cdot \frac{e^{-\lambda t}}{1 - \frac{(\lambda + \mu)t}{m+1}} \right], \quad (2)$$

при этом абсолютная погрешность (2) менее

$$\frac{(\lambda t)^m}{m!} e^{-(\lambda + \mu)t} \frac{(\lambda + \mu)^2 t^2}{(m+1)^2(m+2)} \left(1 + \frac{\mu t e^{\lambda t}}{m+3} \right).$$

При $\mu = 0$ эти выражения переходят в известные формулы для ненагруженного резерва с одним типом отказов [5].

Для нахождения надежности группы с двумя типами отказов элементов и облегченным режимом резервирования представим группу в виде системы с $(m+2)$ состояниями. Состояние $S_\alpha, \alpha = \overline{0, m+1}$, системы будем характеризовать числом элементов группы, в которых имеются отказы I-го типа, и наличием или отсутствием элемента с отказом 2-го типа.

Для состояний системы введем следующие обозначения:

S_0 - элементы группы исправны,

$S_\alpha, \alpha = \overline{1, m}$, - в α элементах группы имеется отказ I-го типа, но в группе нет отказов 2-го типа,

S_{m+1} - хотя бы в одном элементе группы имеется отказ 2-го типа.

Вероятность нахождения системы к моменту времени t в состоянии $S_\alpha, \alpha = \overline{0, m+1}$ (при условии, что в момент $t = 0$ система находится в состоянии S_0), обозначим через $z_\alpha(t)$. Вектор $R(t) = \|z_\alpha(t)\|$ является характеристикой возможных состояний системы, при этом $z_0(0) = 1, z_\alpha(0) = 0, \alpha = \overline{1, m+1}$. Надежность $P(t)$ группы находится из выражения

$$P(t) = 1 - [z_m(t) + z_{m+1}(t)] = \sum_{\alpha=0}^{m-1} z_\alpha(t).$$

Пусть $\rho_{\alpha\beta}$ есть вероятность перехода системы за интервал времени $(t, t+\tau)$ из состояния α в состояние $\beta (\alpha, \beta \in \{0, 1, \dots, m+1\})$. Вероятность $\rho_{\alpha\beta}, \alpha \neq \beta (\alpha, \beta \in \{0, 1, \dots, m\})$, есть вероятность того, что за интервал $(t, t+\tau)$ в $(\beta - \alpha)$ элементах из $(m - \alpha)$ исправных элементов группы произойдут отказы I-го типа и ни в одном из m элементов не произойдет отказ 2-го типа. При $\alpha > \beta \rho_{\alpha\beta} = 0$, т.к. отказавшие элементы не восстанавливаются.

Вычисление вероятностей $\rho_{\alpha\beta}$ (при $m \geq 2$) производится по формулам:

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha\beta} &= \rho_{\alpha\beta}(\beta - \alpha, \beta - \alpha) + \sum_{\gamma=0}^{\beta - \alpha - 1} \sum_{\eta=0}^{\gamma} \rho_{\alpha\gamma}(\gamma, \eta), \\ \rho_{\alpha\beta}(\gamma, \eta) &= C_{\beta - \alpha - \eta}^{\gamma - \eta} C_{m - \beta + \eta - 1}^{\eta} \rho_{12}^{\gamma} \rho_{11}^{\beta - \alpha - \gamma} \rho_{01}^{\eta} \rho_{02}^{m - \beta - 1} \rho_3^{\alpha}, \quad (3) \\ \alpha &< \beta \leq m - 1, \end{aligned}$$

$$\rho_{\alpha\alpha} = \rho_{\alpha\alpha}(0, 0), \quad \alpha = \overline{0, m-1},$$

где $P_{ij} = P_{ij}(\tau)$, $i=0,1,2$, $j=1,2,3$, $P_3 = P_{03} + P_{13}$, $P_{\alpha\beta}(\gamma, \tau)$ - вероятность появления за интервал $(t, t+\tau)$ в $(\beta-\alpha)$ элементах отказов I-го типа при условии, что γ отказов происходит в резервных элементах и из них τ отказов в элементах с номером, большим номера последнего элемента, работающего в этом интервале.

Формулы (3) получены при следующих предположениях: величины $P_{ij}(\tau)$, а следовательно, и $P_{\alpha\beta}$, не зависят от начала отсчета интервала длины τ ; все элементы, работавшие в интервале τ , находятся в нагруженном режиме с момента начала интервала; в интервале τ невозможны отказы разных типов в одном элементе. Для практических задач обычно можно принять $P_{\alpha\beta} = 0$ при $\alpha+1 < \beta \leq m-1$.

Значения вероятностей $P_{\alpha\beta}$ являются элементами матрицы $A = \|P_{\alpha\beta}\|$, $\alpha, \beta \in \{0, 1, \dots, m-1\}$. Если известен вектор $R(t)$ при $t = a\tau$, то вектор $R[(a+1)\tau]$ находится умножением вектора $R(a\tau)$ на матрицу A . Поэтому, исходя из $R(0)$, можно последовательным умножением на матрицу A получить $R(t)$ для любого момента времени t , кратного τ , а следовательно, вычислить значение надежности $P(t)$ группы элементов.

Величины вероятностей P_{ij} в формулах (3) находятся из охемы элемента группы, содержащего k ячеек и ℓ реле, в предположении, что отказы I-го типа обусловлены одиночными отказами ячеек, а отказы 2-го типа - отказами реле и кратными отказами ячеек:

$$P_{0j} = P_{qj}^k P_{rj}^\ell, \quad P_{1j} = k(1 - P_{qj}) P_{qj}^{k-1} P_{rj}^\ell, \quad j=1,2,$$

$$P_3 = P_{r3}^\ell,$$

где P_{qj} (P_{rj}) - вероятность безотказной работы ячейки (реле) в состоянии A_j в течение времени τ .

Если для каждого состояния A_j , $j=1,2,3$, элемента группы заданы независимые от времени интенсивности λ_j и μ_j отказов реле и ячеек, то $P_{qj}(t) = e^{-\lambda_j t}$, $P_{rj} = e^{-\mu_j t}$, при этом величины $P_{ij}(\tau)$ не зависят от начала отсчета интервала τ . Для ненагруженного режима резервирования $\lambda_2 = \lambda_3 = \mu_2 = \mu_3 = 0$ и $\lambda = k\lambda_1$, $\mu = \ell\mu_1$.

3. Функционирование УЛУ описывается системой логических уравнений [1]. Реализацию в ОВСр одного логического уравнения назовем функцией, а реализацию системы уравнений в ОВСр - системой функций. Различные функции системы могут отличаться друг от друга по их важности для работы системы, т.е. от разных функций может требоваться разная надежность работы.

Рассмотрим систему, состоящую из N функций, для которой задана требуемая надежность P^* её работы в течение времени T . Назовем важностью i -й функции величину

$$k_i = \frac{Q_0}{Q_i}, \quad i = \overline{1, N},$$

где Q_i - ненадежность i -й функции за время T , Q_0 - ненадежность наименее надежной функции системы за то же время.

Система функций может быть разбита на классы важности, при этом в j -й класс ($j = \overline{1, 3}$) входят τ_j ($\sum \tau_j = N$) функций, имеющих одинаковую важность $k(j)$. Обозначим надежность каждой функции j -го класса через $P(j) = 1 - Q(j)$ и предположим, что $P(1) = \min \{P(j)\}$, $j = \overline{1, 3}$, т.е. $k(j) \geq k(1) = 1$.

Величину P^* надежности системы можно представить через требуемые надежности $P^*(j)$ и заданные значения важности функций каждого класса

$$P^* = \prod_{j=1}^3 [P^*(j)]^{\tau_j} = \prod_{j=1}^3 \left[1 - \frac{Q^*(1)}{k(j)}\right]^{\tau_j} \quad (4)$$

Легко показать, что единственное в интервале $(0, 1)$ решение $Q^*(1)$ уравнения (4) лежит в пределах $(0, \varphi)$, где $\varphi = 1 - (P^*)^{\frac{1}{\tau_1}}$, и может быть найдено итерационным методом. Из решения $Q^*(1)$ уравнения (4) находятся величины $P^*(j)$.

При заданной сложности τ_i i -й функции, $i = \overline{1, N}$, требуемая величина P_i^* надежности каждого элемента функции находится из выражения

$$P_i^* = [P^*(j)]^{\frac{\tau_i}{\tau_j}}$$

Требуемую величину надежности $\mathcal{P}^0$ элемента ОВСр определим как $\mathcal{P}^0 = \max \mathcal{P}_i^*$. Если надежность $\mathcal{P}_q = \mathcal{P}_{q1}(T)$ элемента ОВСр меньше $\mathcal{P}^0$, то можно увеличить надежность элемента с помощью описанного выше метода резервирования. При этом необходимая кратность m резервирования находится из условия

$$\mathcal{P}(m) \geq \mathcal{P}^0, \quad (5)$$

где $\mathcal{P}(m)$ — надежность группы элементов, вычисляемая одним из приведенных методов и включающая в себя надежность $\mathcal{P}_k = \mathcal{P}_{p1}^{l_k}(T) = \mathcal{P}_p^{l_k}$ коммутатора группы [1] (l_k — число реле коммутатора). При выполнении условия (5) справедливо неравенство

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}^n(m) \geq \mathcal{P}^*, \quad n = \sum_{i=1}^N n_i, \quad (6)$$

где $\mathcal{P}$ — надежность системы функций за время T .

4. При реализации УЛУ обычно задается величина $\mathcal{P}^*$ требуемой надежности устройства и ставится задача нахождения таких надежностных параметров элементов устройства, при которых его надежность удовлетворяет неравенству (6).

При заданных значениях параметров $\mathcal{P}_q, \mathcal{P}_p, \lambda_2, \lambda_3, \mu_2, \mu_3$ элементов группы для облегченного режима резервирования неравенство (6) может не выполняться даже при неограниченном увеличении кратности m . Поэтому задача нахождения параметров элементов, при которых выполняется (6), решается для кратностей резервирования, не превышающих заданное значение m_0 . Решение этой задачи находится при фиксированных значениях $\lambda_2, \lambda_3, \mu_2, \mu_3$ с помощью построения таблицы максимальных значений величины $\mathcal{P} = \mathcal{P}(m), m = 2, m_0$, для конкретных значений $\mathcal{P}_q, \mathcal{P}_p$, лежащих в некоторой области. Область выбора значений $\mathcal{P}_q, \mathcal{P}_p$, при которых возможно выполнение (6), назовем рабочей областью (РО).

Границы РО в координатах $\mathcal{P}_q, \mathcal{P}_p$ находятся из выражения (2) для надежности группы с ненагруженным резервом. Очевидно, что верхними границами РО являются значения $\mathcal{P}_q'' = \mathcal{P}^0, \mathcal{P}_p'' = 1$ (рис. 3). Нижняя точка $\mathcal{P}_q'$ РО на прямой $\mathcal{P}_p = 1$ ($\mu = 0$) и нижняя точка $\mathcal{P}_p'$ РО на прямой $\mathcal{P}_q = \mathcal{P}^0$ ($\lambda = \lambda_0$) находится из (2) при $\mathcal{P}_x = \mathcal{P}^0, m = m_0, t = T$. При достаточно больших m_0 $\mathcal{P}_p' = (\mathcal{P}^0)^{\frac{1}{\ell}}$.

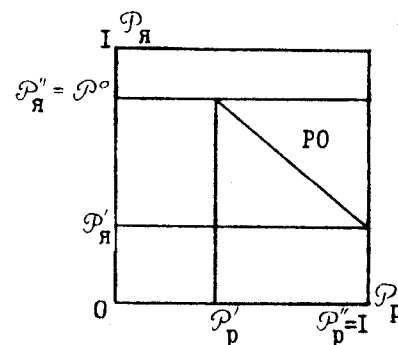


Рис. 3

В качестве границ РО можно выбрать прямые $\mathcal{P}_q = \mathcal{P}_q'', \mathcal{P}_p = \mathcal{P}_p''$ и прямую, проходящую через точки $(\mathcal{P}_q', \mathcal{P}_p'), (\mathcal{P}_q'', \mathcal{P}_p'')$. Для построения таблицы максимальных значений $\mathcal{P}$ внутри РО может быть выделена область счета, величина шага сканирования которой определяется вычислительными возможностями применяемой ЭВМ.

5. Разработанная методика нахождения надежностных параметров элементов ОВСр использовалась при проектировании УЛУ, состоящего из $N = 787$ функций, при этом общее число элементов ОВСр $n = 1697$, требуемая надежность УЛУ $\mathcal{P}^* = 0,8$, максимальная кратность резервирования $m_0 = 5$. Для построения таблицы максимальных значений $\mathcal{P}$ выбраны следующие величины: $k = \ell = 4, \ell_k = 6, \lambda_2 = \lambda_3 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-10}$ 1/час $M = \frac{T}{\tau} = 100, \mathcal{P}^0 = (\mathcal{P}^*)^{\frac{1}{n}} = 0,999868$ (т.е. важность функции зависит от числа её элементов).

$\mathcal{P}_q \backslash \mathcal{P}_p \cdot 10^6$	2,0	1,5	1,0	0,5
0,9975	0,808 (2)	0,815 (2)	0,822 (2)	0,829 (2)
0,9950	0,803 (3)	0,810 (3)	0,817 (3)	0,824 (3)
0,9925	—	0,798 (3)	0,805 (3)	0,812 (3)
0,9900	—	—	—	0,793 (3)

Максимальные значения $\mathcal{P}$ в строках таблицы вычисляются в заданной области счета, начиная с наибольшего значения $\mathcal{P}_q = 1 - \mathcal{P}_p$ до получения первого значения $\mathcal{P}$, меньшего $\mathcal{P}^*$. В скобках указана кратность резервирования, при которой достигается данное максимальное значение $\mathcal{P}$. Для построения приведенной таблицы затрачивается около 25 мин времени счета на ЭВМ "Минск-22". Из полученной таблицы можно определить требования, предъявляемые

и надежностным параметрам P_q, P_p, m элементов ОВСр, предназначенной для реализации данного УЛУ. При этом требуемая величина надежности P_p реле может быть достигнута при применении известных методов резервирования релейно-контактных схем.

Л и т е р а т у р а

1. КОЙФМАН А.А., КУЛИШ Г.Н., МАКАРОВ Л.И., СКОРОБОГАТОВ В.А. Автоматизированное проектирование устройств логического управления в одномерной вычислительной среде. Настоящий сборник, стр. 90-III.
2. ДЯТЛОВ В.Л., СОЛДАТЕНКОВ И.С., ЧЕРЕПОВ Е.И. Электростатическое реле. Авт. свид. СССР, № 204440. - БИТЗ, 1967, № 22.
3. БАРЛОУ Р., ПРОШАН Ф. Математическая теория надежности. М., "Сов.радио", 1969.
4. РАЙКИН А.А. Элементы теории надежности для проектирования технических систем. М., "Сов.радио", 1967.
5. ГНЕДЕНКО Б.В., БЕЛЯЕВ Ю.К., СОЛОВЬЕВ А.Д. Математические методы в теории надежности. М., 1965.

Поступила в ред.-изд.отд.
29 июня 1972 г.