1973 год ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ Выпуск 55

УДК 51:153:681.3.06

ОБ ОДНОМ ФОРМАЛИЗОВАННОМ ПОДХОДЕ К ИЗУЧЕНИЮ ЗРИТЕЛЬНОГО ВОСПРИЯТИЯ

А.С. Нудельман

В настоящей работе реализуется лингвистический подход к проблеме распознавания зрительных образов [6]. Основным моментом этого подхода является выбор исходных понятий, в терминах которых составляются описания образов (т.е. решающие правила). Более того, удачно выбранные исходные понятия после соответствующей формализации позволяют развить корректный метод исследования реального зрительного восприятия. Известные в современной литературе наборы исходных понятий не обеспечивают, по нашему мнению, базу, достаточную для создания автомата, успешно имитирующего человеческое восприятие. В настоящей работе вводится система формальных понятий, ориентированная как на восполнение упомянутого пробела, так и – дополнительно – на проведение психологических измерений реальных (в том числе, человеческих) зрительных анализаторов. Экспериментальная проверка полезности введенных ниже понятий для создания автомата, имитирующего человеческое восприятие, описана в [II].

О конкретном реальном восприятии (B_{ijk}) зрительной информации можно говорить только тогда, когда определены три вещи: конкретный реальный зрительный анализатор (A_i), конкретный реальный объект (O_j) зрения и конкретные реальные условия (C_k) наблюдения объекта анализатором (условия включают в себя взаимное расположение анализатора A_i и объекта O_j в пространстве и физическую среду, которая "пропускает" к анализатору информацию об объекте). Этот факт будем формулировать проще: для изучения восприятия B_{ijk} необходимо задать тройку $\langle A_i, O_j C_k\rangle$.

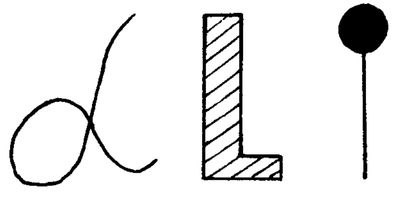
Возьмем фиксированные анализатор A_i и объект O_j и некоторый класс конкретных условий $\{C_k\}_{k=var}$. Пусть R' – совокупность ограничений, которая выделяет класс $\{C_k\}_{k=var}$ из класса всех конкретных реальных условий. В этом случае будет естественным считать, что задание класса троек $\{\langle A_i, O_j, C_k\rangle\}_{k=var}$ является необходимым для изучения восприятия $(B_{ijv}(R'))$ объекта O_j анализатором A_i в ограничениях R'. Аналогично заключаем, что класс троек $\{\langle A_i, O_j, C_k\rangle\}_{j,k=var}$ необходим для изучения восприятия $(B_{ivv}(R''))$ конкретного анализатора A_i в ограничениях R'' (здесь R'' – ограничения на классы $\{O_j\}_{j=var}$, $\{C_k\}_{k=var}$). Подобным образом можно выделить, если не учитывать различия в ограничениях, точно восемь видов восприятия: $B_{ijk}, B_{ijv}, \dots, B_{vjv}, \dots, B_{vvv}$.

Для того, чтобы изучать восприятие $B_{vvv}(R)$ *) методом формального моделирования, необходимо и достаточно:

I. Построить формальный аналог класса троек $\{\langle A_i, O_j, C_k\rangle\}_{i,j,k=var}$ – формальный класс $Form\{\langle A_i, O_j, C_k\rangle\}_{i,j,k=var}$. Об этом классе будем говорить, что он необходим для изучения формального восприятия $Form\,B_{vvv}(Form\,R)$ (здесь $Form\,R$ – формальные ограничения класса $Form\{\langle A_i, O_j, C_k\rangle\}_{i,j,k=var}$.

2. Установить правила прямого и обратного переводов между понятиями, введенными при исследовании $B_{vvv}(R)$ (реальными понятиями) и понятиями, сформулированными при исследовании $Form\,B_{vvv}(Form\,R)$ (формальными понятиями).

В настоящей работе строится система формальных понятий, предназначенная для изучения зрительного восприятия $B_{vvv}(R)$. При этом об ограничениях R можно сказать (в самом общем виде) следующее: рассматривается восприятие только черно-белых плоских картин, нарисованных достаточно тонкими и различимыми линиями (рис. I a, в, но не с);



a) b) c)

Рис. I

*) Условия изучения восприятия другого вида аналогичны.

рассматривается восприятие картин, расположенных в поле зрения анализатора перпендикулярно направлению зрения; физическая среда "пропускает" к анализатору всю информацию, содержащуюся в картине. Конечно, такая характеристика ограничений не является исчерпывающей,но,хотя подробная характеристика ограничений R в данной работе явно не дается, все детали этих ограничений можно получить путем перевода формальных ограничений $Form\,R$ (они видны из самой формальной модели) на язык реальных понятий.

В предлагаемой модели формальным аналогом класса $\{\langle A_i, O_j, C_k\rangle\}_{i,j,k=var}$ является декартово произведение

$$\{\mathcal{Y}_\ell\}_{\ell=var}\times\{F_m\}_{m=var},$$

где $\{\mathcal{Y}_\ell\}_{\ell=var}$ - множество всех языков описания, а $\{F_m\}_{m=var}$ - множество всех линейчатых фигур.

Дальнейшее содержание работы состоит из определения множества всех линейчатых фигур (§I), определения множества всех языков описания (§2), примеров применения предлагаемой формальной модели (§ 3) и заключения.

Что касается правил перевода, то обычно они будут "подсказываться" наименованием формальных понятий.

§ I. Линейчатая фигура

Определим лист $(\vec{D})$ как евклидову плоскость (D) с выделенным направлением $(\vec{E}_0)$, называемым вертикалью, и выделенным отрезком прямой (ℓ_0), называемым масштабом (рис. 2).

Введем на листе $\vec{D}$ произвольную прямоугольную декартову систему координат (Oxy), направление оси Oy которой совпадает с вертикалью $\vec{E}_0$, а единица длины равна масштабу ℓ_0. Эта система координат не принадлежит к классу формальных понятий модели, однако введение какой-либо системы координат является необходимым для построения некоторых формальных понятий модели. Содержание формальных понятий, вводимых с помощью системы координат, не зависит (это будет видно в дальнейшем) от выбора конкретной системы.

В последующем изложении настоящей работы все определения и рассуждения относятся к некоторому (одному) листу $\vec{D}$ с фик -

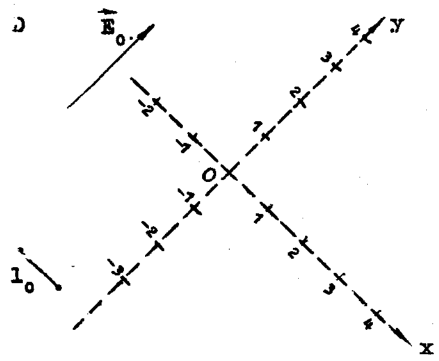


Рис. 2

сированной системой координат.

Теперь можно считать, что каждой точке (t) плоскости D (листа $\vec{D}$) соответствует пара действительных чисел $(\langle x(t), y(t)\rangle)$.

Множество M точек листа $\vec{D}$ назовем линией $(\mathcal{L})$, если и только если существуют две непрерывные функции $f_x(\rho)$ и $f_y(\rho)$, определенные на отрезке $[0,\alpha]$, $\alpha>0$, имеющие кусочно-непрерывные производные на этом отрезке и такие, что:

I. для любых ρ_1, ρ_2 из $[0,\alpha]$

$$\rho_1\neq\rho_2 \Rightarrow (f_x(\rho_1)\neq f_x(\rho_2))\vee(f_y(\rho_1)\neq f_y(\rho_2));$$

2. для любой точки t листа $\vec{D}$

$$t\in M \Leftrightarrow \exists\rho[(\rho\in[0,\alpha])\&(x(t)=f_x(\rho))\&(y(t)=f_y(\rho))].$$

Точку $\langle f_x(0), f_y(0)\rangle$ будем называть начальной точкой линии $\mathcal{L}$, точку $\langle f_x(\alpha), f_y(\alpha)\rangle$ - конечной точкой, а начальную и конечную точки будем называть концевыми точками линии $\mathcal{L}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Линейчатая фигура (F) (или просто фигура) есть множество точек листа $\vec{D}$, равное объединению всех линий из W, где W - конечное множество линий такое, что а) пересечение двух различных линий из этого множества либо пусто, либо содержит только точки, являющиеся концевыми этих линий, и б) если объединение двух различных линий ($\mathcal{L}_i$ и $\mathcal{L}_j$) из W является линией $(\mathcal{L}_{ij})$, то множество линий $W_{ij}=(W\setminus\{\mathcal{L}_i,\mathcal{L}_j\})\cup\{\mathcal{L}_{ij}\}$ не удовлетворяет п. а).

Множество линий W будем называть физическим представлением фигуры F и обозначать через $W(F)$.

Из определения фигуры видно, что в содержание формального понятия фигуры входит не только некоторое множество точек плоскости D, но также вертикаль $\vec{E}_0$ и масштаб ℓ_0. Введение вертикали $\vec{E}_0$ обусловлено тем фактом, что живые организмы, обладающие зрительным анализатором, естественным образом ориентированы в пространстве. Масштаб ℓ_0 выражает наличие у анализатора некоторого эталона длины, обусловленного прошлым опытом. Кроме этого, масштаб ℓ_0 необходим для осуществления прямого (и обратного) перевода тройки $\langle A_i, O_j, C_k \rangle$ в пару $\langle \mathcal{Y}_\ell, F_m \rangle$.

§ 2. Язык описания

Язык описания является формальным аналогом зрительного анализатора, находящегося на вполне определенном расстоянии от воспринимаемой картины.

Прежде чем начать определение языка описания, уточним содержание того подхода, формальным выражением которого является предлагаемая модель (к тому же это выявит ограничения $\mathcal{R}$ более детально).

Суть рассматриваемого взгляда на восприятие (с учетом оговоренных ранее ограничений) состоит в следующем:

I. Анализатор может воспринимать только те детали картин, размеры которых не меньше некоторого порога.

2. Анализатор умеет определять и сравнивать направления линий, величины углов, длины.

3. Для анализатора содержанием картины является "конструкция" из линий.

4. После окончания акта восприятия в анализаторе оказывается "построенным" предложение, являющееся описанием воспринятой картины.

Если об утверждениях пп. I и 2 можно сказать, что они являются эмпирическими гипотезами, то подобная характеристика никак не применима к утверждениям пп. 3 и 4. Последние представляют из себя только формальные приемы, полезные для получения эмпирически значимых предложений о восприятии и для осуществления машинного моделирования восприятия.

Введем несколько формальных понятий.

Для указания начальной (t_1) и конечной (t_2) точек линии $\mathcal{L}$ последнюю будем обозначать через $\mathcal{L}(t_1, t_2)$. Линию $\mathcal{L}(t_1, t_2)$, являющуюся отрезком прямой, будем обозначать и через $[t_1, t_2]$.

Каждой линии $\mathcal{L}$ ставится в соответствие точно одно положительное число $(m\mathcal{L})$, называемое мерой $\mathcal{L}$ и равное длине линии $\mathcal{L}$.

Пусть $\mathcal{L}(t_1, t_2)$ – линия и t – точка из $\mathcal{L}$, не являющаяся конечной в $\mathcal{L}$. Направление по касательной к линии $\mathcal{L}'(t, t_2)$, $\mathcal{L}' \subseteq \mathcal{L}$, в точке t от точки t в сторону линии $\mathcal{L}'$ будем называть направлением линии $\mathcal{L}(t_1, t_2)$ в точке t и обозначать через $\vec{E}(t), t \in \mathcal{L}(t_1, t_2)$.

Рассмотрим линию $\mathcal{L}(t_1, t_2)$, представленную на рис.3. Линия $\mathcal{L}$ в точке (t), являющейся внутренней (т.е. не концевой), имеет точно два направления: $\vec{E}_1(t), t \in \mathcal{L}(t_1, t_2)$ и $\vec{E}_2(t), t \in \mathcal{L}(t_2, t_1)$. В точке t_1 (t_2) линия $\mathcal{L}$ имеет точно одно направление – $\vec{E}_1(t_1)$, $t_1 \in \mathcal{L}(t_1, t_2)$ $(\vec{E}_2(t_2), t_2 \in \mathcal{L}(t_2, t_1))$.

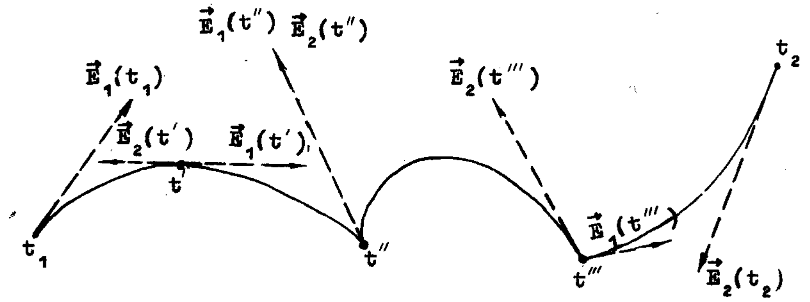


Рис. 3

Заметим, что направлением от точки t_1 к точке t_2, $t_1 \neq t_2$, является направление $\vec{E}(t_1), t_1 \in [t_1, t_2]$.

Пусть $\vec{E}_1(t_1), t_1 \in \mathcal{L}'(t_1', t_2')$ и $\vec{E}_2(t_2), t_2 \in \mathcal{L}''(t_1'', t_2'')$ – некоторые направления. Каждому из этих направлений (допустим, $\vec{E}_1(t_1)$) ставится в соответствие действительное число $(m\vec{E}_1(t_1)/\vec{E}_2(t_2))$ из $[-2\pi, 2\pi]$, называемое мерой $\vec{E}_1(t_1)$ относительно $\vec{E}_2(t_2)$ и равное углу, на который необходимо повернуть направление $\vec{E}_2(t_2)$ по часовой стрелке (тогда $m\vec{E}_1/\vec{E}_2 \geq 0$)

(против часовой стрелки (тогда $m\vec{E}_1/\vec{E}_2 \le 0$)) до совпадения $\vec{E}_2$ с направлением $\vec{E}_1$.

Меру направления $\vec{E}_1$ относительно $\vec{E}_2$ назовем основной ($m_0\vec{E}_1/\vec{E}_2$), если и только если она имеет минимальное абсолютное значение среди абсолютных значений всех мер $m\vec{E}_1/\vec{E}_2$.

Из определений следует, что для любых направлений $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, не являющихся противоположными, основная мера $m_0\vec{E}_1/\vec{E}_2$ единственна. Если $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ противоположны, то мера $m_0\vec{E}_1/\vec{E}_2$ имеет точно два значения: π и $-\pi$.

Пару направлений в точке t ($\vec{E}_1(t)$ и $\vec{E}_2(t)$) назовем углом в точке t, который будем обозначать через $\angle t(\vec{E}_1,\vec{E}_2)$.

Каждому углу ($\angle t(\vec{E}_1,\vec{E}_2)$) ставится в соответствие действительное число ($m\angle t(\vec{E}_1,\vec{E}_2)$) из $[0,2\pi]$, называемое мерой $\angle t(\vec{E}_1,\vec{E}_2)$ и равное углу, на который необходимо повернуть одно из направлений (т.е. одну из сторон) угла по (или против) часовой стрелке до совпадения с другим направлением угла.

Минимальную среди всех мер ($m\angle t$) угла назовем основной мерой и будем обозначать через $m_0\angle t$.

Из определений видно, что основная мера установлена однозначно для любого угла.

Любой конкретный язык описания (или, просто, язык $\mathcal{Y}$) имеет четыре независимых параметра: q_1, q_2, q_3 и q_4, значением каждого из которых является натуральное число (произвольное).

Параметр q_1 характеризует разрешающую способность языка $\mathcal{Y}$ по расстоянию.*) Язык $\mathcal{Y}$ не видит те детали фигуры F, размеры которых меньше величины $r_{min} = \frac{1}{q_1}\cdot ml_0$ ("величина" $\frac{1}{0}\cdot ml_0$ принимается равной $+\infty$). Следовательно, язык $\mathcal{Y}$ видит не фигуру F, а некоторую другую ($F(r_{min})$), которую будем называть видимой при r_{min} фигурой F. Фигура $F(r_{min})$ уже не содержит деталей с размерами, меньшими r_{min}. В настоящей работе мы не будем рассматривать вопрос: как при заданных F и

*) В данной фразе выражение "разрешающую способность по расстоянию" необходимо, конечно, выделить кавычками. Но здесь это не сделано, чтобы не усложнять предложение. И в дальнейшем мы часто будем говорить о языке $\mathcal{Y}$ так, как сказали бы о реальном зрительном анализаторе.

r_{min} найти фигуру $F(r_{min})$? Это будет предметом специального исследования. Здесь мы ограничимся тем, что дадим определение фигуры $F(r_{min})$, т.е. фигуры без деталей, размеры которых меньше r_{min}. Фигура $F(r_{min})$ является формальным аналогом картины, видимой анализатором, тогда как фигура F – аналогом картины, на которую анализатор смотрит.

Пусть $r_{min}\in(0,\infty)$ и $t\in\bar{D}$. Обозначим через $M(r_{min},t)$ и $O(r_{min},t)$ множества точек листа $\bar{D}$:

$$t'\in M(r_{min},t) \Longleftrightarrow r(t',t) \le \frac{1}{2}r_{min} ,$$

$$t'\in O(r_{min},t) \Longleftrightarrow r(t',t) = \frac{1}{2}r_{min} ,$$

где $r(t',t)$ – расстояние между точками t' и t .

Фигуру F назовем видимой при r_{min}, если и только если для любой точки t из $\bar{D}$ пересечение $F'=F\cap M(r_{min},t)$, состоящее из n областей связности ($n = 0,1,2,\ldots$), таково, что:

1. если $n>1$, то каждая область связности F' является отрезком прямой, концевые точки которого принадлежат $O(r_{min},t)$,

2. если $n=1$ и фигура F' не является линией, то:

а) любая линия из $W(F')$ есть отрезок прямой,

б) все линии из $W(F')$ имеют точно одну общую точку (t'),

с) концевая точка линии из $W(F')$, отличная от точки t', принадлежит $O(r_{min},t)$.

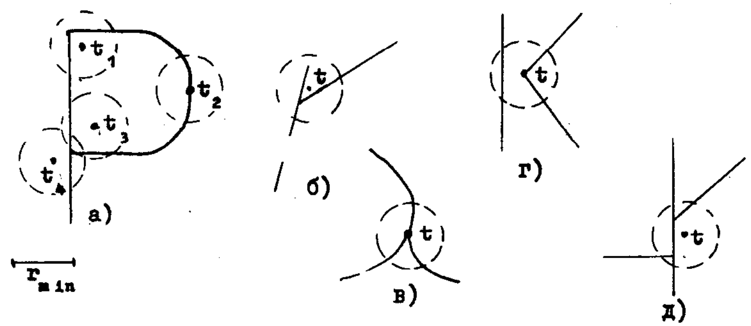


Рис. 4

Из представленных на рис. 4 фигур только фигура а) является фигурой, видимой при r_{min} . Для остальных фигур показаны точки (t),для которых не выполнены условия из определения видимой при t_{min} фигуры: условие $2c$ – для фигуры б), 2а – для в), I – для г) и $2b$ – для д).

Параметры q_2, q_3 и q_4 характеризуют максимальную точ – ность, с которой язык $\mathcal{Y}$ может измерять и сравнивать длины линий, направления и углы, соответственно.

Для указания параметров (всех или некоторых) языка $\mathcal{Y}$,последний будем обозначать через $\mathcal{Y}(q_1, q_2, q_3, q_4)$ или $\mathcal{Y}(q_1)$, $\mathcal{Y}(q_2, q_4)$ и т.п.

Пусть M – конечное множество линий и $\mathcal{Y}(q_2, q_3, q_4)$ – язык описания. Назовем сигнатурой ($\sigma(q_2, q_3, q_4, M)$) языка $\mathcal{Y}$ над множеством M множество, содержащее все нижеперечисленные элементы и только их:

I. t – переменные: t_i, $i = 0,1,2,\ldots$ (индекс "0" может быть опущен).

Область значений каждой t –переменной есть множество (M_t) точек, равное объединению всех линий из M .

2. t – постоянные: t_i^c, $i = 0,1,2,\ldots$ (индекс "0" может быть опущен).

Значением каждой t – постоянной является точно одна точка из M_t .

t – переменные и t – постоянные будем называть t – термами сигнатуры σ .

3. $\mathcal{L}$ – переменные: $\mathcal{L}_i(x_1, x_2)$, $i = 0,1,2,\ldots$ (индекс "0" может быть опущен). Здесь x_1 и x_2 – различные t – термы сигнатуры σ .

Область значений $\mathcal{L}$ – переменной вида $\mathcal{L}_i(t_j, t_k)$ есть множество линий M . Если значением этой $\mathcal{L}$ – переменной является линия $\mathcal{L}$, то значениями t – переменных t_j и t_k являются, соответственно, начальная и конечная точки линии $\mathcal{L}$.

Область значений $\mathcal{L}$ – переменной вида $\mathcal{L}_i(t_j^c, t_k)$($\mathcal{L}_i(t_j, t_k^c)$) есть множество всех линий из M таких, начальной (конечной) точкой которых является точка, обозначенная через t_j^c (t_k^c) *). Если значением этой $\mathcal{L}$ – переменной является линия $\mathcal{L}$, то значением t –переменной t_k (t_j) является конечная (начальная) точка линии $\mathcal{L}$.

*) В этом предложении,ради удобства,символ „t_j^c"(„t_k^c") во втором вхождении употреблен в качестве обозначения некоторой точки листа $\bar{D}$. В дальнейшем,как и здесь, необходимо различать символы сигнатуры σ и обозначения (они часто графически совпадают).

Область значений $\mathcal{L}$ – переменной вида $\mathcal{L}(t_j^c, t_k^c)$ есть множество всех линий из M таких, которые имеют начальную и конечную точки, обозначенные соответственно через t_j^c и t_k^c .

4. $\mathcal{L}$ – постоянные: $\mathcal{L}_i^c(x_1, x_2)$, $i = 0,1,2,\ldots$ (индекс "0" может быть опущен). Здесь x_1 и x_2 – различные t – постоянные сигнатуры σ .

Значением каждой $\mathcal{L}$ – постоянной является точно одна линия из M , начальная и конечная точки которой обозначены соответ – ственно через x_1 и x_2 .

$\mathcal{L}$ – переменные и $\mathcal{L}$ – постоянные будем называть $\mathcal{L}$ – термами сигнатуры σ .

5. $\mathcal{L}'$ – термы: $\mathcal{L}'$ – терм получается из $\mathcal{L}$ – терма путем замены символа „$\mathcal{L}$" на символ „$\mathcal{L}'$" .

Если в тексте пп. 3 и 4 символы „$\mathcal{L}$" и „M" заменить символами „$\mathcal{L}'$" и „M'" соответственно, то получится текст, рас – крывающий содержание понятия " $\mathcal{L}'$ – терм" (символ „M'" обоз – начает множество всех подлиний линий из M).

6. Эталоны: E_0, ℓ_0 и $\angle_0$.

Значением эталона E_0 является вертикаль $\bar{E}_0$ – листа $\bar{D}$,значением эталона ℓ_0 является масштаб ℓ_0 листа $\bar{D}$, значением эталона $\angle_0$ является угол ($\angle_0$) , основная мера которого макси – мальна среди основных мер углов: $m_0\angle_0 = \pi$.

7. Предикат (P_1) равенства точек: $x_1 = x_2$ (x_1 и x_2 – t – термы сигнатуры σ).

Предикат P_1 определен на любой паре $\langle t_1, t_2 \rangle$ точек из M_t .

8. Предикат (P_2) принадлежности: $x_1 \in x_2$ (x_1 – t – терм; x_2 – либо $\mathcal{L}$ – терм, либо $\mathcal{L}'$ – терм).

Предикат P_2 определен на любой паре $\langle t, \mathcal{L} \rangle$ такой, что $t \in M_t$ и $\mathcal{L} \in M'$ ($M \subset M'$) .

9. Операция (Q_1) получения линии: $[x_1, x_2]$ (x_1 и x_2 – различные t –термы).

Операция Q_1 определена на любой паре $\langle t_1, t_2 \rangle$ точек из M_t такой, что $t_1 \neq t_2$. Результатом применения операции Q_1 к паре $\langle t_1, t_2 \rangle$ является линия $[t_1, t_2]$.

Множество всех линий, получаемых с помощью операции Q_1 , обозначим через M_1 .

I0. Предикаты $(P_i^2(\alpha),\ \ i = 0, I, 2, \dots, q_2,\ \alpha \in (0, \infty)\ )$ i - сравнения длин линий: $m x_1 \overset{i}{<} \alpha \cdot m x_2$ ($x_1 [x_2]$ - либо $\mathcal{L}$ -терм. либо $\mathcal{L}'$ - терм, либо эталон ℓ_0 , либо операция Q_1).

Предикаты $P_i^2(\alpha)$ определены на любой паре $\langle \ell_1, \ell_2 \rangle$ такой, что $\ell_1 [\ell_2]$ есть либо линия из $M' \cup M_1$, либо масштаб ℓ_0 .

$$m\ell_1 \overset{i}{<} \alpha \cdot m\ell_2 \overset{df}{\Longleftrightarrow} m\ell_1 < (1 - 2^{-i}) \cdot \alpha \cdot m\ell_2 .$$

Пусть линии $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ таковы, что

$$\neg (m\mathcal{L}_1 \overset{i}{<} 1 \cdot m\ell_2) \,\&\, \neg (m\mathcal{L}_2 \overset{i}{<} 1 \cdot m\ell_1) .$$

Это отношение между линиями будем называть i - равенством и обозначать через $\overset{i}{=}$. Очевидно, что

$$m\mathcal{L}_1 \overset{i}{=} m\mathcal{L}_2 \overset{df}{\Longleftrightarrow} (1 - 2^{-i}) \cdot m\mathcal{L}_2 \leq m\mathcal{L}_1 \leq \frac{1}{1 - 2^{-i}} \cdot m\mathcal{L}_2 .$$

Здесь и в дальнейшем "число" $\frac{1}{1-2^{-0}}$ принимается равным $+\infty$.

Отношение i - равенства отражает относительную ошибку, которую допускает зрительный анализатор при сравнении длин линий.

II. Операция (Q_2) установления направления линии: $E(x_1, x_2)$ (x_1 - t - терм; x_2 - либо $\mathcal{L}$ - терм, либо $\mathcal{L}'$ - терм, либо операция Q_1).

Операция Q_2 определена на любой паре $\langle t, \mathcal{L}(t_1, t_2) \rangle$ такой; что $t \in M_t, \mathcal{L} \in M' \cup M_1, t \in \mathcal{L}$ и $t_1 \neq t_2$. Результатом применения операции Q_2 к паре $\langle t, \mathcal{L}(t_1, t_2) \rangle$ является направление линии $\mathcal{L}(t_1, t_2)$ в точке $t - \vec{E}(t), t \in \mathcal{L}(t_1, t_2)$.

Множество всех направлений, получаемых с помощью операции Q_2 , обозначим через M_2 .

I2. Предикаты $(P_i^{3-1}(\alpha),\ \ i = 0, I, 2, \dots, q_3;\ \alpha \in [-\pi, \pi]$ i - измерения направлений: $m_0\, x_1 / x_2 \overset{i}{=} \alpha$ (x_1 - операция Q_2 ; x_2 - либо операция Q_2 , либо эталон E_0).

Предикаты $P_i^{3-1}(\alpha)$ определены на любой паре $\langle \vec{E}_1, \vec{E}_2 \rangle$ такой, что $\vec{E}_1$ является направлением из M_2 , а $\vec{E}_2$ - либо направлением из M_2 , либо вертикалью $\vec{E}_0$.

$$m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_2 \overset{i}{=} \alpha \overset{df}{\Longleftrightarrow} (\alpha - 2^{-i} \cdot \pi) \leq m \vec{E}_1 / \vec{E}_2 \leq (\alpha + 2^{-i} \cdot \pi)\ ^{*)}$$

Предикат i - измерения направлений отражает абсолютную ошибку, которую допускает зрительный анализатор при запоминании направлений.

I3. Предикаты $(P_i^{3-2},\ \ i = 0, I, 2, \dots, q_3)$ i - сравнения направлений: $m_0 x_1 / x_2 \overset{i}{<} m_0 x_3 / x_4$ ($x_1 [x_3]$ - операция Q_2 ; $x_2 [x_4]$ - либо операция Q_2 , либо эталон E_0).

Предикаты P_i^{3-2} определены на любой четверке $\langle \vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4 \rangle$ такой, что $\vec{E}_1 [\vec{E}_3]$ является направлением из M_2 , а $\vec{E}_2 [\vec{E}_4]$ - либо направлением из M_2 , либо вертикалью $\vec{E}_0$.

$$m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_2 \overset{i}{<} m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4 \overset{df}{\Longleftrightarrow} (m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4 - \pi) \leq m \vec{E}_1 / \vec{E}_2 < (m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4 - 2^{-i} \cdot \pi) .$$

Пусть для направлений $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ и $\vec{E}_4$:

а) неверно что $m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_2 \overset{i}{<} m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4$ и

б) неверно, что $m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4 \overset{i}{<} m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_2$.

Это свойство четверки направлений назовем i - равенством и будем обозначать через $m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_2 \overset{i}{=} m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4$. Ясно, что

$$m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_2 \overset{i}{=} m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4 \overset{df}{\Longleftrightarrow} (m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4 - 2^{-i} \cdot \pi) \leq m \vec{E}_1 / \vec{E}_2 \leq (m_0 \vec{E}_3 / \vec{E}_4 + 2^{-i} \cdot \pi).$$

Отношение i - равенства в частном случае: $m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_0 \overset{i}{=} m_0 \vec{E}_2 / \vec{E}_0$ характеризует абсолютную ошибку, которую допускает зрительный анализатор при установлении "одинаковости" двух направлений.

I4. Предикат (P_3) порядка направлений в точке: $x_1 < x_2$ (x_1 и x_2 - операции Q_2).

Предикат P_3 определен на любой паре $\langle \vec{E}_1(t), \vec{E}_2(t) \rangle$ направлений из M_2 такой, что $\vec{E}_1(t)$ и $\vec{E}_2(t)$ являются направлениями некоторых линий из M' в точке t .

---

*) Левая часть эквивалентности есть утверждение: "Существует такая мера $m_0 \vec{E}_1 / \vec{E}_2$, что...", а правая часть - утверждение: "Существует такая мера $m \vec{E}_1 / \vec{E}_2$, что...". Употребление неоднозначных мер во всех дальнейших формулировках является аналогичным.

$$\vec{E}_1(t) \angle \vec{E}_2(t) \overset{df}{\Longleftrightarrow} m_0 \vec{E}_1(t)/\vec{E}_0 < m\vec{E}_2(t)/\vec{E}_0 < m_0\vec{E}_1(t)/\vec{E}_0 + \pi .$$

Предикат P_3 отражает способность зрительного анализатора различать два направления в одной точке. даже если они i – равны, то есть

$$m_0 \vec{E}_1(t)/\vec{E}_0 \overset{i}{=} m_0 \vec{E}_2(t)/\vec{E}_0 .$$

I5. Операция (Q_3) установления угла в точке: $\angle x_1(x_2, x_3)$ (x_1 – t – терм; x_2 и x_3 – операции Q_2).

Операция Q_3 определена на любой тройке $\langle t, \vec{E}_1(t), \vec{E}_2(t)\rangle$ такой, что $t \in M_t$ и направления $\vec{E}_1(t)$ и $\vec{E}_2(t)$ являются направлениями в точке t некоторых линий из M'. Результатом применения операции Q_3 к тройке $\langle t, \vec{E}_1(t), \vec{E}_2(t)\rangle$ является угол $\angle t(\vec{E}_1, \vec{E}_2)$.

Множество всех углов, получаемых с помощью операции Q_3, обозначим через M_3.

I6. Предикаты $(P_i^4(\alpha)$, $i = 0, 1, 2, \ldots, q_4$, $\alpha \in (0, \infty))$ i–сравнения углов: $m_0 x_1 \overset{i}{<} \alpha \cdot m_0 x_2$ (x_1 – операция Q_3 ; x_2 – либо операция Q_3 , либо эталон $\angle_0$).

Предикаты $P_i^4(\alpha)$ определены на любой паре $\langle \angle_1, \angle_2 \rangle$ такой, что $\angle_1$ является углом из M_3, $\angle_2$ – либо углом из M_3 ,либо углом $\angle_0$ и $\alpha \cdot m_0 \angle_2 \leq \pi$.

$$m_0 \angle_1 \overset{i}{<} \alpha \cdot m_0 \angle_2 \overset{df}{\Longleftrightarrow} m_0 \angle_1 < (1 - 2^{-i}) \cdot \alpha \cdot m_0 \angle_2 .$$

Пусть углы $\angle_1$ и $\angle_2$ таковы, что

$$\neg(m_0 \angle_1 \overset{i}{<} 1 \cdot m_0 \angle_2) \& \neg(m_0 \angle_2 \overset{i}{<} 1 \cdot m_0 \angle_1).$$

Это отношение между углами будем называть i – равенством по q_4 и обозначать через $\overset{i}{\underset{q_4}{=}}$ *). Ясно, что

$$m_0 \angle_1 \overset{i}{\underset{q_4}{=}} m_0 \angle_2 \overset{df}{\Longleftrightarrow} (1 - 2^{-i})\, m_0 \angle_2 \leq m_0 \angle_1 \leq \min\left(\frac{1}{1 - 2^{-i}} \cdot m_0 \angle_2, \pi\right).$$

---

*) Символ q_4 обозначает соответствующий параметр языка $\mathcal{Y}$, а не значение этого параметра, как в выражении $\mathcal{Y}(q_1, q_2, q_3, q_4)$.

Отношение i – равенства углов по q_4 характеризует относительную ошибку, которую допускает зрительный анализатор при сравнении углов.

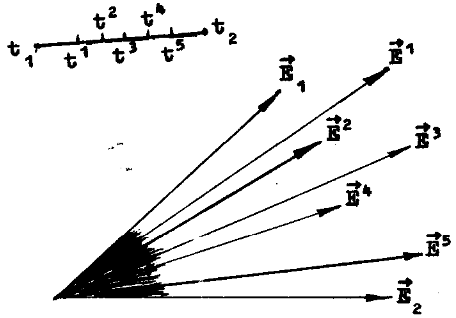


Рис. 5

Здесь можно провести аналогию в восприятии анализатором длины отрезка прямой и величины угла (отсюда там и здесь возникает именно относительная ошибка):если отрезок представляется непрерывным и одномерным множеством точек, имеющим крайние точки, то угол представляется непрерывным и одномерным множеством направлений, имеющим крайние направления (рис. 5).

Но угол можно рассматривать и как пару направлений.В этом случае сравнение углов происходит только за счет способности анализатора сравнивать направления,и здесь естественна именно абсолютная ошибка.

Определим i – равенство углов по q_3 *). Пусть угол $\angle_1$ образуют направления $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, а угол $\angle_2$ – направления $\vec{E}_3$ и $\vec{E}_4$. Тогда ($i \leq q_3$) :

$$m_0 \angle_1 \overset{i}{\underset{q_3}{=}} m_0 \angle_2 \overset{df}{\Longleftrightarrow} (m_0 \vec{E}_1/\vec{E}_2 \overset{i}{=} m_0 \vec{E}_3/\vec{E}_4) \vee (m_0 \vec{E}_1/\vec{E}_2 \overset{i}{=} m_0 \vec{E}_4/\vec{E}_3).$$

I7. Логические операции: $\&, \neg, \exists x$ (x – либо t – переменная, либо $\mathcal{L}$ – переменная, либо $\mathcal{L}'$ – переменная).

После применения $\exists \mathcal{L}_i(t_j, t_k^c)$ переменные $\mathcal{L}_i(t_j, t_k^c)$ становятся связанными. Аналогичное связывание переменных происходит и при применении всех остальных операций вида $\exists x$.

Каждую операцию и каждый предикат из сигнатуры σ будем называть операндом сигнатуры σ .

---

*) Символ q_3 обозначает соответствующий параметр языка $\mathcal{Y}$, а не значение этого параметра, как в выражении $\mathcal{Y}(q_1, q_2, q_3, q_4)$.

Назовем формулой сигнатуры σ формальное выражение, построенное из t, $\mathcal{L}$ и $\mathcal{L}'$ – термов сигнатуры σ с помощью операнд из σ и такое, что последним операндом, примененным в этом построении, является либо предикат, либо логическая операция[ж)].

Формулу сигнатуры σ, не имеющую свободных переменных и такую, что последним операндом, примененным в построении этой формулы, не является логическая операция $\exists x$, будем называть P – высказыванием сигнатуры σ.

ПРИМЕР. Формулы сигнатуры σ (3,5, q_4, M)

$$\forall \mathcal{L}_1(t_1,t_2)\exists t(m_0 E(t,\mathcal{L}_1(t_1,t_2))/E_0 \overset{4}{=} \frac{\pi}{2})^{жж)}$$

и

$$m\mathcal{L}_1^c(t_1^c,t_2^c) \overset{3}{<} m\mathcal{L}_2^c(t_3^c,t_4^c)$$

являются P – высказываниями сигнатуры σ.

Пусть замкнутая формула сигнатуры $\sigma(q_2,q_3,q_4,M)$ имеет вид $\exists x_1 \exists x_2 \ldots \exists x_n\, f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, причем формула $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ такова, что последним операндом, примененным в построении этой формулы, не является логическая операция $\exists x$. Пусть y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, есть линия из M, линия из множества всех подлиний линий из M, точка из множества всех точек линий из M, если x_i является $\mathcal{L},\mathcal{L}',t$ – переменной, соответственно. Обозначим через Y множество n-ок такое, что $\langle y_1,y_2,\ldots,y_n\rangle \in Y$, если и только если P – высказывание $f(x_1^c,x_2^c,\ldots,x_n^c)$ является истинным на M (здесь x_i^c – постоянная сигнатура σ, обозначающая y_i). Первоначальную формулу будем называть Q – высказыванием сигнатуры σ, если и только если множество Y является либо конечным, либо пустым.

Об этом Q – высказывании будем говорить, что оно вводит постоянные x_i^c, $i = 1,2,\ldots,n$, где x_i^c обозначает $t_j^c,\mathcal{L}_j^c,\mathcal{L}_j'^c$, если x_i является $t_j,\mathcal{L}_j,\mathcal{L}'_j$ – переменной, соответственно. Значением этой постоянной (из σ) является соответствующий элемент одной из n-ок, принадлежащей Y.

ж) При построении формулы сигнатуры σ каждый операнд применяется только к вещам, принадлежащим области определения этого операнда.

жж) Логические операции: $\vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall x$ выразимы через логические операции сигнатуры σ: $\&, \neg, \exists x$.

Пусть в M пересечение линий $\mathcal{L}_1^c(t_1^c,t_2^c)$ и $\mathcal{L}_2^c(t_3^c,t_4^c)$ не является конечным множеством линий. Тогда формула

$$\exists t((t\in \mathcal{L}_1^c(t_1^c,t_2^c))\&(t\in \mathcal{L}_2^c(t_3^c,t_4^c)))$$

является Q – высказыванием сигнатуры $\sigma(q_2,q_3,q_4,M)$. Это высказывание вводит t – постоянную t^c, значением которой будет точка пересечения линий $\mathcal{L}_1^c$ и $\mathcal{L}_2^c$.

Формула $\exists t(t\in \mathcal{L}_1^c(t_1^c,t_2^c))$ не является Q – высказыванием (поскольку множество Y бесконечно).

Любое высказывание сигнатуры σ является либо P – высказыванием, либо Q – высказыванием сигнатуры σ.

Каждый язык описания можно рассматривать как множество предложений этого языка.

Любое предложение (S) языка описания есть определение некоторого класса $(F(S))$ фигур, называемого областью предложения S, или, иначе, утверждение, истинное на фигуре из $F(S)$ и ложное на фигуре, не принадлежащей области $F(S)$.

В языке описания каждая фигура рассматривается как множество линий (называемое воспринимаемым представлением фигуры), в котором установлены определенные свойства линий и определенные отношения между линиями.

Дадим определение воспринимаемого представления фигуры.

Линию $\mathcal{L}(t_1,t_2)$ назовем i – прямой I рода, $i = 0,1,2,\ldots$, если и только если для любых точек t' и t'', принадлежащих $\mathcal{L}(t_1,t_2)$ и не равных t_2,

$$m_0\vec{E}(t')/\vec{E}_0 \overset{i}{=} m_0\vec{E}(t'')/\vec{E}_0 .$$

Здесь направление $\vec{E}(t)$ является направлением линии $\mathcal{L}(t_1,t_2)$ в точке t.

Линию $\mathcal{L}(t_1,t_2)$ назовем i – прямой II рода, $i = 0,1,2,\ldots$, если и только если существуют такие направление $(\vec{E})$ и число $(\alpha, \alpha\in[-\pi,\pi])$, что для любой точки (t') из $\mathcal{L}(t_1,t_2)$, не равной t_2,

$$m_0\vec{E}(t')/\vec{E} \overset{i}{=} \alpha .$$

Линию, являющуюся i – прямой I или II рода, будем называть i – прямой.

Пусть F – фигура и $\mathcal{Y}(q_3)$ – язык описания. Множество $(\overline{W})$ линий назовем воспринимаемым представлением фигуры F (на языке $\mathcal{Y}(q_3)$), если и только если:

1) объединение всех линий из $\overline{W}$ равно фигуре F;

2) пересечение двух различных линий из $\overline{W}$ не является конечным множеством линий;

3) каждая линия из $\overline{W}$ является i – прямой при некотором i, не большем q_3;

4) пусть линия $(\mathcal{L}(t_1, t_2))$ из $\overline{W}$ является i – прямой x – рода, $x \in \{I, II\}$, причем точка $t_1\ [t_2]$ этой линии не является концевой точкой некоторой линии из физического представления $W(F)$. Тогда если существует линия $\mathcal{L}_1(t,t_2)\ [\mathcal{L}_1(t_1,t)]$ такая, что $\mathcal{L}_1 \subseteq F$ и $\mathcal{L}_1 \supset \mathcal{L}$, то линия $\mathcal{L}_1$ не является i – прямой x – рода.

Воспринимаемое представление фигуры F будем обозначать через $\overline{W}(F)$.

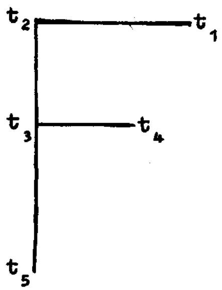


Рис. 6

Ясно, что для любой фигуры F множество $\overline{W}(F)$ является конечным и не единственным. Так, для фигуры, изображенной на рис.6,

$$\overline{W}_1(F) = \{\mathcal{L}_2^0(t_1,t_3), \mathcal{L}_1^2(t_3,t_4), \mathcal{L}_1^1(t_3,t_5)\},^{*)}$$

$$\overline{W}_2(F) = \{\mathcal{L}_1^0(t_1,t_5), \mathcal{L}_1^1(t_3,t_4)\},$$

$$\overline{W}_3(F) = \{\mathcal{L}_1^1(t_1,t_5), \mathcal{L}_1^1(t_3,t_4)\},$$

$$\overline{W}_4(F) = \{\mathcal{L}_1^0(t_1,t_5), \mathcal{L}_2^1(t_3,t_4)\}, \ldots,$$

в то время как $W(F) = \{\mathcal{L}(t_1,t_3), \mathcal{L}(t_3,t_4), \mathcal{L}(t_3,t_5)\}$ –

единственное представление.

*) Здесь линия, являющаяся i – прямой k – рода, обозначена через $\mathcal{L}_k^i$.

Каждое предложение языка описания является утверждением некоторых свойств, которыми должно обладать воспринимаемое представление фигуры. Если хотя бы одно представление $\overline{W}(F)$ фигуры F обладает всеми свойствами, утвержденными предложением S, то $F \in F(S)$; в противном случае $F \notin F(S)$.

В предложении языка $\mathcal{Y}(q_2,q_3,q_4)$ утверждение любого свойства представления $\overline{W}(F)$ осуществляется посредством высказывания сигнатуры $\sigma(q_2,q_3,q_4,\overline{W}(F))$.

Определим понятие схемы предложения:

1. Формула пропозиционального исчисления

$$z_1 \& z_2 \& \ldots \& z_m \& (z_1' \Rightarrow z_1'') \& (z_2' \Rightarrow z_2'') \& \ldots \& (z_n' \Rightarrow z_n''),$$

$$m = 0,1,2,\ldots; \quad n = 0,1,2,\ldots,$$

с указанным записью формулы порядком элементов является схемой предложения (основной схемой)*).

В любой схеме предложения для каждой переменной (x) установлена область действия $(\mathcal{J}(x))$ этой переменной. В основной схеме полагаем:

а) при $1 \le i \le m$

$$\mathcal{J}(z_i) = \{z_{i+1}, z_{i+2}, \ldots, z_m, z_1', z_2', \ldots, z_n', z_1'', z_2'', \ldots z_n''\};$$

б) при $1 \le i \le n$

$$\mathcal{J}(z_i') = \{z_i''\} \quad \text{и} \quad \mathcal{J}(z_i'') \ne \emptyset.$$

2. Пусть схемы C_1 (основная) и C_2 не имеют общих переменных и пусть x – переменная, входящая в схему C_1 и не являющаяся переменной вида z_i, $i = 1,2,\ldots,m$. Тогда результат подстановки схемы C_2 в схему C_1 вместо переменной x является схемой предложения.

*) При $m=0$ $[n=0]$ переменные z_i (пары переменных $(z_i' \Rightarrow z_i'')$) в схеме предложения отсутствуют.

В полученной схеме (C_3) полагаем:

а) если переменная x' из схемы C_3 входит в схему C_2, то $\mathcal{J}(x')$ в C_3 равно объединению $\mathcal{J}(x')$ в C_2 и $\mathcal{J}(x)$ в C_1, если x' – переменная вида x_i, и $\mathcal{J}(x')$ в C_3 совпадает с $\mathcal{J}(x')$ в C_2, в противном случае

в) если переменная (x') из схемы C_3 входит в схему C_1 и $x \notin \mathcal{J}(x')$ в C_1, то $\mathcal{J}(x')$ в C_3 совпадает с $\mathcal{J}(x')$ в C_1;

с) если переменная (x') из схемы C_3 входит в схему C_1 и $x \in \mathcal{J}(x')$ в C_1, то $\mathcal{J}(x')$ в C_3 получается из $\mathcal{J}(x')$ в C_1 путем исключения переменной x и добавления всех переменных, входящих в C_2.

3. Других схем предложений, кроме как получаемых в соответствии с пп. I и 2, нет.

В любой схеме предложения переменную (x) будем называть начальной, если и только если в этой схеме нет ни одной переменной (x') такой, что $x \in \mathcal{J}(x')$.

В качестве примера рассмотрим схему:

$$z_1 \& z_2 \& (z_3 \Longrightarrow (z_4 \Longrightarrow z_5)) \& (z_6 \Longrightarrow z_7).$$

Здесь имеем: $\mathcal{J}(z_1) = \{z_2, \dots, z_7\}$, $\mathcal{J}(z_2) = \{z_3, \dots, z_7\}$, $\mathcal{J}(z_3) = \{z_4, z_5\}$,

$$\mathcal{J}(z_4) = \{z_5\}, \quad \mathcal{J}(z_5) = \phi, \quad \mathcal{J}(z_6) = \{z_7\}, \quad \mathcal{J}(z_7) = \phi.$$

В схеме предложения $(z_1 \Rightarrow z_2) \& ((z_3 \Rightarrow z_4) \Rightarrow z_5)$ имеются точно две начальные переменные: z_1 и z_3.

Назовем предложением сигнатуры σ результат замены всех переменных некоторой схемы предложения на высказывания сигнатуры σ, причем замена производится так, что каждое высказывание, содержащее $t, \mathcal{L}, \mathcal{L}'$ – постоянную, оказывается принадлежащим области действия высказывания, вводящего эту постоянную[*].

Пусть z – высказывание сигнатуры σ. Обозначим через $N(z)$ множество всех предикатов (с учетом повторений), входящих в z. Высказывание z сигнатуры σ будем называть минимальным, если и только если не существует такого предложения (S) сигнатуры σ,

[*] Понятия "область действия высказывания" и "начальное высказывание" (в предложении) естественным образом индуцируются понятиями "область действия переменной" и " начальная переменная" (в схеме).

что $z \Leftrightarrow S$ и для некоторого начального высказывания (z') предложения S $N(z') \subset N(z)$.

Пусть линии $\mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)$, $\mathcal{L}_2^c(t_3^c, t_4^c)$ и $\mathcal{L}_3^c(t_5^c, t_6^c)$ принадлежат воспринимаемому представлению $\overline{W}(F)$ некоторой фигуры F. Тогда высказывания сигнатуры $\sigma(2, q_3, 3, \overline{W}(F))$

$$z_1: \exists t((t \in \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)) \& (t \in \mathcal{L}_2^c(t_3^c, t_4^c))),$$

$$z_2: \forall t(((t \in \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c) \& (t \neq t_1^c) \& (t \neq t_2^c)) \Rightarrow \neg(m_0 \angle t(E(t, \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)),$$

$$E(t, \mathcal{L}_1^c(t_2^c, t_1^c))) \overset{2}{<} \frac{1}{2} m_0 \angle_0)),$$

$$z_3: \forall \mathcal{L}_4(t_7, t_8) \forall \mathcal{L}_5(t_9, t_{10})(\neg(m\mathcal{L}_4(t_7, t_8) \overset{2}{<} m\mathcal{L}_5(t_9, t_{10})))$$

являются минимальными. Заметим, что $N(z_1) = \{P_2, P_2\}$, $N(z_2) = \{P_2, P_1, P_1, P_2^4(\frac{1}{2})\}$ и $N(z_3) = \{P_2^2(1)\}$.

Высказывания же

$$z_4: \exists t((t \in \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)) \& (t \in \mathcal{L}_2^c(t_3^c, t_4^c)) \& (t \in \mathcal{L}_3^c(t_5^c, t_6^c))),$$

$$z_5: \forall t(f(t, \mathcal{L}_1^c) \& f(t, \mathcal{L}_2^c)),$$

где [$\forall t f(t, \mathcal{L}_1^c)$ есть z_2] не являются минимальными, поскольку $z_4 \Leftrightarrow z_1 \& (t^c \in \mathcal{L}_3^c(t_5^c, t_6^c))$, а $z_5 \Leftrightarrow z_2 \& \forall t f(t, \mathcal{L}_2^c)$.

Любой конкретный язык описания имеет точно шесть параметров: q_1, q_2, q_3, q_4, Z и C, которые полностью определяют этот язык. Здесь Z – множество высказываний (языка $\mathcal{Y}$) такое, что высказывание из Z для любой фигуры F является минимальным высказыванием сигнатуры $\sigma(q_2, q_3, q_4, \overline{W}(F(\frac{1}{q_1} \cdot m\ell_0)))$, а C – множество схем предложений.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Язык описания $(\mathcal{Y}(q_1, q_2, q_3, q_4, Z, C))$ есть множество предложений такое, что схема каждого предложения языка $\mathcal{Y}$ является элементом C и любое высказывание каждого предложения языка $\mathcal{Y}$ является элементом Z.

Каждый параметр языка $\mathcal{Y}(q_1 \div q_4, Z, C)$ является, на наш взгляд, отражением некоторой самостоятельной совокупности свойств реального зрительного анализатора. На интуитивном уровне можно сказать:

I. Параметр q_1 выражает физиологические характеристики приемника световой энергии.

2. Параметры q_2, q_3 и q_4 отражают чисто психологические свойства анализатора.

3. Параметр Z характеризует логико-психологические качества анализатора, поскольку свойство картины, устанавливаемое посредством минимального высказывания, воспринимается целиком и сразу, то есть непосредственно.

4. Параметр C выражает логические возможности, доступные анализатору. Эти свойства определяют структурную сложность картин, которые анализатор способен воспринять, то есть выделить из более широкого класса картин.

В заключение настоящего параграфа рассмотрим предложение (S_r) языка $\mathcal{Y}(q_1, 2, 3, 0, Z, C)$, множество Z которого содержит все высказывания из S_r, а множество C – схему предложения S_r.

Предложение S_r имеет вид:

$$z_1 \& z_2 \& \ldots \& z_{12} \& (z_{13} \& z_{14} \& z_{15} \& z_{16} \Longrightarrow z_{17}),$$

где

$$z_1 : \exists \mathcal{L}_1(t_1, t_2) \forall t_3 \forall t_4 ((t_3 \in \mathcal{L}_1(t_1, t_2)) \& (t_4 \in \mathcal{L}_1(t_1, t_2)) \& (t_3 \neq t_2) \&$$

$$\& (t_4 \neq t_2) \Rightarrow (m_0 E(t_3, \mathcal{L}_1(t_1, t_2))/E_0 \stackrel{2}{\geq} m_0 E(t_4, \mathcal{L}_1(t_1, t_2))/E_0)).^{*)}$$

В воспринимаемом представлении фигуры, видимой при $\frac{1}{q_1} \cdot m\ell_0$, существует линия, являющаяся 2 – прямой. Эта линия получает обозначение – $\mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)$.

$$z_2 : m_0 E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c])/E_0^2 = \pi.$$

Линия $\mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)$ является 2 – вертикальной, причем точка t_1^c расположена выше точки t_2^c.

$$z_3 : \exists t_3 \exists t_4 (m[t_3, t_4] = H(\vec{E}(t_1^c, t_2^c)))$$

---

*) Выражение $x_1 \neq x_2$ является сокращением формулы $\neg(x_1 = x_2)$, а $x_3 \stackrel{2}{\geq} x_4$ – формулы $\neg(x_3 \stackrel{2}{<} x_4)$.

В фигуре существуют две точки, расстояние между которыми представляет размер фигуры, измеренный в направлении, совпадающем с направлением линии $\mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)$. Эти точки получают обозначения: t_3^c и t_4^c.

Полная запись высказывания z_3 имеет вид:

$$\exists t_3 \exists t_4 ((t_3 \in M'_{б}) \& (t_4 \in M'_{н}) \& \forall t_5 ((t_5 \in M'_{б}) \& (t_5 \neq t_3) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow m_0 E(t_3, [t_3, t_5])/E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c]) \stackrel{1}{=} -\frac{\pi}{2})) \& \forall t_6 ((t_6 \in M'_{н}) \&$$

$$\& (t_6 \neq t_4) \Rightarrow (m_0 E(t_4, [t_4, t_6])/E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c]) \stackrel{1}{=} -\frac{\pi}{2}))),$$

где

а) выражение $t \in M'_{б}$ обозначает

$$(t \in M_{б}) \& \forall t_7 ((t_7 \in M_{б}) \& (t_7 \neq t) \Rightarrow (m_0 E(t, [t, t_7])/E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c]) \stackrel{1}{=} 0)),$$

б) выражение $t \in M'_{н}$ обозначает

$$(t \in M_{н}) \& \forall t_8 ((t_8 \in M_{н}) \& (t_8 \neq t) \Rightarrow (m_0 E(t, [t, t_8])/E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c]) \stackrel{1}{=} \pi)),$$

с) выражение $t \in M_{б}$ обозначает

$$\exists t_9 ([t, t_9] \in M),$$

d) выражение $t \in M_{н}$ обозначает

$$\exists t_{10} ([t_{10}, t] \in M),$$

е) выражение $[t', t''] \in M$ обозначает

$$(t' \neq t'') \& (m_0 E(t', [t', t''])/E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c]) \stackrel{3}{=} 0) \&$$

$$\& \forall t_{11} \forall t_{12} ((t_{11} \neq t_{12}) \& (m_0 E(t_{11}, [t_{11}, t_{12}])/E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c]) \stackrel{3}{=} 0) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow (m[t', t''] \stackrel{2}{\geq} m[t_{11}, t_{12}])).$$

$$z_4 : m[t_1^c, t_2^c] \stackrel{2}{\geq} m[t_3^c, t_4^c].$$

$$z_5 : m[t_3^c, t_4^c] > m[t_1^c, t_2^c].$$

$$z_6 : \exists \mathcal{L}_2(t_1^c, t_5) \forall t_6 \forall t_7 ((t_6 \in \mathcal{L}_2(t_1^c, t_5)) \& (t_7 \in \mathcal{L}_2(t_1^c, t_5)) \& (t_6 \neq t_5) \&$$

$$\& (t_7 \neq t_5) \Rightarrow (m_0 E(t_6 \mathcal{L}_2(t_1^c, t_5))/E_0 \stackrel{2}{\geq} m_0 E(t_7, \mathcal{L}_2(t_1^c, t_5))/E_0))$$

В воспринимаемом представлении фигуры существует линия, являющаяся 2 – прямой и начальная точка которой совпадает с начальной точкой линии $\mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)$. Эта линия получает обозначение: $\mathcal{L}_2^c(t_1^c, t_5^c)$.

$$z_7 : m_0 E(t_1^c, [t_1^c, t_5^c])/E_0 \overset{2}{=} \frac{\pi}{2}.$$

Линия $\mathcal{L}_2^c(t_1^c, t_5^c)$ является 2 – горизонтальной, причем точка t_1^c расположена левее точки t_5^c.

$$z_8 : \exists t_6 \exists t_7 (m[t_6, t_7] = H(\vec{E}(t_1^c, t_5^c))).$$

В фигуре существуют две точки, расстояние между которыми представляет размер фигуры, измеренный в направлении, совпадающем с направлением линии $\mathcal{L}_2^c(t_1^c, t_5^c)$. Эти точки получают обозначения: t_6^c и t_7^c.

Полная запись высказывания z_8 аналогична полной записи высказывания z_3.

$$z_9 : m[t_1^c, t_5^c] \overset{2}{\geqslant} m[t_6^c, t_7^c].$$

$$z_{10} : m[t_6^c, t_7^c] \overset{2}{\geqslant} m[t_1^c, t_5^c].$$

$$z_{11} : m[t_1^c, t_5^c] \overset{1}{\geqslant} \frac{1}{2} \cdot m[t_1^c, t_2^c].$$

$$z_{12} : m[t_1^c, t_5^c] \overset{2}{<} m[t_1^c, t_2^c].$$

$$z_{13} : \exists \mathcal{L}_3(t_8, t_9) \forall t ((t \in \mathcal{L}_3(t_8, t_9)) \,\&\, (t \neq t_9) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow (m_0 E(t, \mathcal{L}_3(t_8, t_9))/E(t_1^c, [t_1^c, t_2^c]) \overset{1}{=} 0)).$$

$$z_{14} : m[t_8^c, t_9^c] \overset{1}{\geqslant} m[t_1^c, t_2^c].$$

$$z_{15} : \forall t (t \in \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c) \Longrightarrow t \notin \mathcal{L}_3^c(t_8^c, t_9^c)).$$

$$z_{16} : \forall t (t \in \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c) \Longrightarrow \neg \exists t_{10} ((t_{10} \in \mathcal{L}_3^c(t_8^c, t_9^c)) \,\&$$

$$\& (m_0 E(t, [t, t_{10}])/E(t_1^c, [t_1^c, t_5^c]) \overset{3}{=} \pi))).$$

Линия $\mathcal{L}_3^c(t_8^c, t_9^c)$ расположена справа от линии $\mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)$, если направление $\vec{E}(t_1^c, t_5^c)$ [*] считать направлением вправо.

$$z_{17} : \forall t_{10} \forall t_{11} ((t_{10} \in \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)) \,\&\, (t_{11} \in \mathcal{L}_3^c(t_8^c, t_9^c)) \,\&\, (t_{10} \neq t_1^c) \,\&$$

$$\& (m_0 E(t_{10}, [t_{10}, t_{11}])/E(t_1^c, [t_1^c, t_5^c]) \overset{3}{=} 0) \,\&\, (m[t_{10}, t_{11}] \overset{1}{\geqslant}$$

$$\overset{1}{\geqslant} m[t_1^c, t_5^c]) \Rightarrow \exists \mathcal{L}_1'(t_1^c, t_{10}) (\forall t_{12} ((t_{12} \in \mathcal{L}_1'(t_1^c, t_{10})) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow (t_{12} \in \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c))) \,\&\, (m \mathcal{L}_1'(t_1^c, t_{10}) \overset{1}{<} m \mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)))).$$

Пусть $t_{10} \in \mathcal{L}_1^c$, $t_{11} \in \mathcal{L}_3^c$ и направления $\vec{E}(t_{10}, t_{11})$ и $\vec{E}(t_1^c, t_5^c)$ "совпадают". Тогда, если расстояние между точками t_{10} и t_{11} достаточно велико, точка t_{10} расположена в линии $\mathcal{L}_1^c(t_1^c, t_2^c)$ ближе к точке t_1^c, чем к точке t_2^c.

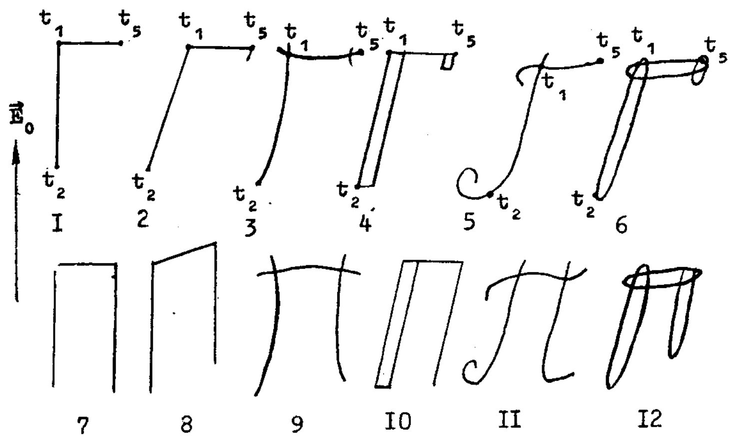


Рис. 7

Будем считать фигуры, представленные на рис. 7, видимыми при $\frac{1}{q_1} \cdot m\ell_0$. Анализ предложения S_r показывает, что это предложение истинно на фигурах I – 6 (здесь указаны точки, являю – щиеся значениями соответствующих t – постоянных, вводимых в

---

[*] Направление $\vec{E}(t_1^c)$, $t_1^c \in [t_1^c, t_5^c]$.

S_r) и ложно на фигурах 7-I2. Следовательно,язык $\mathcal{Y}(q_1,2,3,0,Z,C)$ способен выделить фигуры I-6 из множества всех фигур, представленных на рисунке (это множество, естественно, не минимально).

§ 3. Применение формальной модели

Любая формальная модель некоторой реальной вещи (явления, объекта, свойства) предполагает по крайней мере два вида использования этой модели, а именно:

а) Множество понятий формальной модели служит исходным материалом для эксплицирования реальных понятий - здесь формальная модель выступает как своеобразный "измерительный" инструмент.

b) Формальная модель дает основу для машинного моделирования тех реальных явлений, формализация которых выполнена в модели.

Ниже описываются некоторые работы по изучению зрительного восприятия (в ограничениях R), основанные на использовании введенной формальной модели.

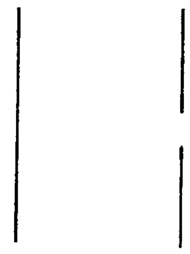
А. Измерение биологического зрительного анализатора (сопоставление конкретному зрительному анализатору фиксированного языка описания).

Поскольку каждый язык описания полностью определяется шестеркой своих параметров: q_1, q_2, q_3, q_4, Z и C, то измерение зрительного анализатора сводится к установлению параметров сопоставляемого этому анализатору языка.

Предлагаемая процедура измерения является, в своей основе, тестированием. В дальнейшем мы будем говорить только о зрительном анализаторе человека, поэтому источником информации об анализаторе будут прямые ответы человека на тесты. При изучении зрительного анализатора не человека характер "ответа" на тест устанавливается с помощью метода условных рефлексов.

И з м е р е н и е п а р а м е т р а q_1. Параметр q_1 зависит не только от зрительного анализатора,но и от расстояния между этим анализатором и рассматриваемой картиной. В связи с этим параметр q_1 определяется для каждого интересующего исследователя расстоянием τ (измеряется $q_1(\tau)$). Ситуация упрощается,если удается обнаружить связь между параметрами $q_1(\tau')$ и $q_1(\tau'')$. В частности, если зрительный анализатор имеет фиксированную разрешающую способность по углу зрения, то, зная $q_1(\tau')$, можно найти $q_1(\tau'')$, $\tau''\neq 0$, как ближайшее к $\frac{\tau'}{\tau''}\cdot q_1(\tau')$ целое число.

Процедура пересчета параметра q_1 и, вообще,дискретный характер параметров $q_1 \div q_4$ указывают на то, что способности зрительного анализатора, формализуемые параметрами $q_1 \div q_4$ измеряются с некоторой погрешностью. Увеличение точности измерения этих способностей анализатора вызывает усложнение как формализма модели, так и процедуры тестирования,чего мы сейчас хотим избежать.



K$_0$ K$_1$

Рис. 8

Для определения параметра $q_1(\tau)$ изготавливаются $(n+1)$ картин: $K_0, K_1, \ldots, K_n$ (рис. 8). Картина K_0 представляет собой линию, длина которой имеет порядок длины $(m\ell_0)$ масштаба того листа $\overline{D}$,фигуры которого предполагается "предъявлять" языку описания,сопоставленному изучаемому анализатору. Длина $m\ell_0$ как здесь, так и в дальнейшем, выбирается такой, чтобы она не являлась для испытуемого, находящегося на рассматриваемом (одном из рассматриваемых) расстоянии от картины, ни чрезмерно большой, ни слишком малой. Толщина линии достаточна для того, чтобы испытуемый мог отличить картину K_0 от пустой картины. Картина K_i, $i=1,2,\ldots,n$, представляет собой линию (аналогичную линии картины K_0) с разрывом длиной a_i. Длины a_i выбираются различными и в районе ожидаемой длины $\frac{1}{q_1}\cdot m\ell_0$.

Определение параметра $q_1(\tau)$ включает проведение n испытаний, каждое из которых состоит из m тестов. Тест i-того испытания есть показ испытуемому случайно выбранной из $\{K_0, K_i\}$ картины, расположенной на расстоянии τ от зрительного анализатора, и фиксация ответа на вопрос: имеет ли эта линия разрыв?

После проведения i-того испытания подсчитывается значение функции ошибки ($f(a)$, a - длина разрыва) в точке a_i:

$$f(a_i) = \frac{1}{2}\left(\frac{m_0'}{m_0} + \frac{m_i'}{m_i}\right)$$

Здесь m_0 [m_i] – число предъявлений в i –том испытании картины $K_0 [K_i] (m_0 + m_i = m)$, а $m'_0 [m'_i]$ – число неверных ответов испытуемого при предъявлении картины $K_0 [K_i]$.

По значениям $f(\alpha_1)$, $f(\alpha_2), \ldots, f(\alpha_n)$ восстанавливается простейшая функция $f(\alpha)$ и находится такая длина разрыва α', что $f(\alpha') = \frac{1}{4}$. Параметр q_1 устанавливается равным ближайшему целому числу к величине $\frac{m\ell_0}{\alpha'}$.

И з м е р е н и е   п а р а м е т р а q_2. Для определения параметра q_2 изготавливаются $(n+2)$ картин: $K_0, K_1, \ldots, K_{n+1}$. Картина K_j, $j = 0, 1, \ldots, n+1$, представляет собой линию, аналогичную линии картины K_n рис.8, длиной a_j, причем длина a_0 имеет порядок $m\ell_0$; $a_{n+1} = \alpha_0$; длины α_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, выбираются различными и в районах ожидаемых длин $(1 - 2^{-q_2}) \cdot \alpha_0$ и $\frac{1}{1 - 2^{-q_2}} a_0$.

Определение параметра q_2 включает проведение n испытаний, каждое из которых состоит из m тестов. Тест i –того испытания есть одновременный показ испытуемому двух картин: K_0 и случайно выбранной из $\{K_{n+1}, K_i\}$, расположенных на расстоянии порядка $m\ell_n$ друг от друга, и фиксация ответа на вопрос: одинаковы ли длины этих линий?

После проведения i –того испытания подсчитывается значение функции ошибки ($f(\alpha)$, α – длина линии) в точке α_i:

$$f(a_i) = \frac{1}{2} \left(\frac{m'_{n+1}}{m_{n+1}} + \frac{m'_i}{m_i} \right).$$

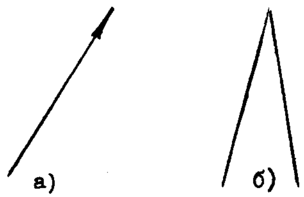
Здесь m_{n+1} [m_i] – число предъявлений в i –том испытании картины $K_{n+1} [K_i]$ $(m_{n+1} + m_i = m)$, а $m'_{n+1} [m'_i]$ – число неверных ответов испытуемого при предъявлении картин K_0 и $K_{n+1} [K_0$ и $K_i]$.

По значениям $f(a_1), f(a_2), \ldots, f(a_n)$ восстанавливается простейшая функция $f(a)$ и находятся длины линий α' и $\alpha'' (\alpha' < \alpha'')$ такие, что $f(\alpha') = f(\alpha'') = \frac{1}{4}$.

Параметр q_2 устанавливается так, чтобы длины $(1 - 2^{-q_2}) \cdot a_0$ и $\frac{1}{1 - 2^{-q_2}} \cdot a_0$ были ближайшими к длинам α' и α'', соответственно.

И з м е р е н и я   п а р а м е т р о в q_3 и q_4 проводятся аналогично измерению параметра q_2.

Для определения q_3 используются картины, на которых изображены направления (рис.9,а), а для определения q_4 – картины, изображающие углы (рис.9,б). При определении параметра q_4 угол картины K_0 берется таким, чтобы при этом угле i – равенство углов по q_3 было грубее i – равенства углов по q_4 (см. § 2).



а)   б)

Рис. 9

Для иллюстрации возможных результатов тестирования на рис. 10 представлены данные измерения параметров $q_1 - q_4$ одного зрительного анализатора.

В отличие от определения параметров $q_1 - q_4$ у с т а н о в л е н и е   м н о ж е с т в Z и C нельзя назвать и з м е р е н и е м, если последнее понимать как сопоставление реальной вещи некоторого формального объекта, производимое по заранее установленной и выполнимой за конечное время процедуре. Это обусловлено тем, что как множество (U_z) всех минимальных высказываний сигнатуры $\sigma(q_2, q_3, q_4, \overline{W}(F(\frac{1}{q_1} \cdot m\ell_0)))$, так и множество ($U_c$) всех схем предложений бесконечны (а для каждого элемента U_z [U_c] необходимо выяснить его принадлежность или непринадлежность параметру Z [C]).

Невозможность измерения параметров Z и C приводит к необходимости разработки такой процедуры исследования зрительного анализатора, которая хотя и не давала бы полного представления о множествах Z и C, все же увеличивала знание этих множеств.

Прежде чем описывать предлагаемую здесь процедуру изучения анализатора (названную частичным измерением), введем понятие частичного языка описания.

Частичный язык описания ($\mathcal{Y}$) имеет точно восемь п– ров: $q_1, q_2, q_3, q_4, Z^+, Z^-, C^+$ и C^-, причем

параметры $q_1 - q_4$ полностью идентичны соответствующ. параметрам (полного) языка описания;

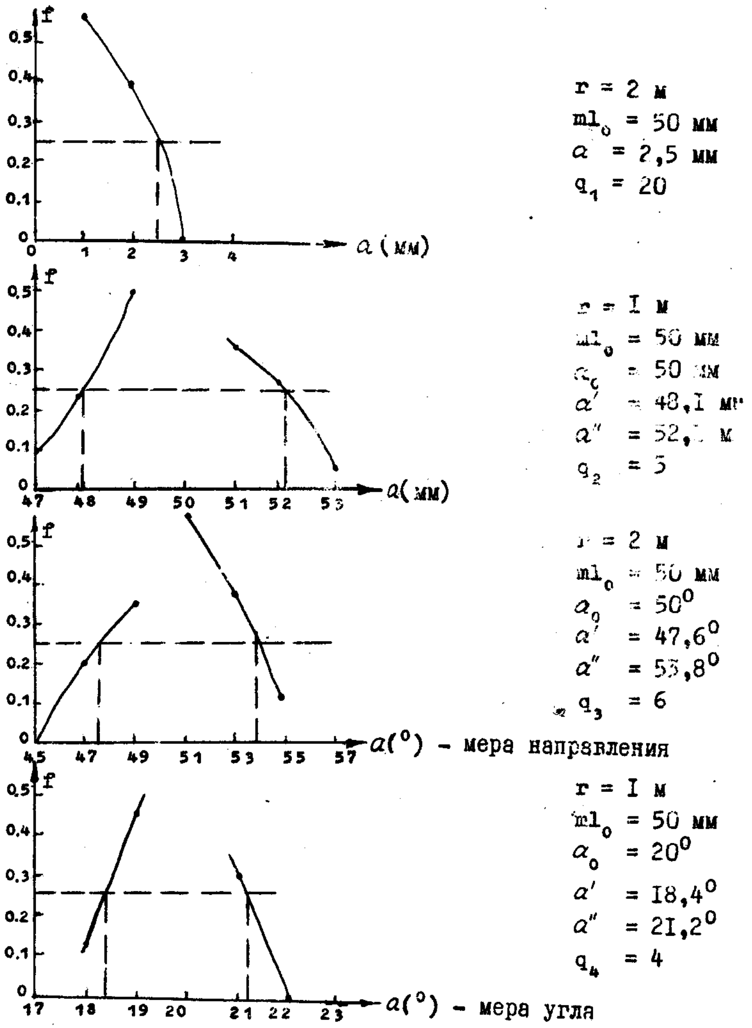


Рис. 10

Z^+ является множеством допустимых в $\mathcal{Y}$ высказываний, при этом $Z^+ \subseteq U_z$;

Z^- является множеством недопустимых в $\mathcal{Y}$ высказываний, при этом $Z^- \subseteq U_z$;

$Z^+ \cap Z^- = \phi$;

C^+ является множеством допустимых в $\mathcal{Y}$ схем предложений, при этом $C^+ \subseteq U_C$;

C^- является множеством недопустимых в $\mathcal{Y}$ схем предложений, при этом $C^- \subseteq U_C$;

$C^+ \cap C^- = \phi$.

Обозначим через U_S множество всех предложений, составленных из высказываний, принадлежащих U_z , по схемам из U_C .

Частичный язык описания ($\mathcal{Y}(q \div q_4, Z^+, Z^-, C^+, C^-)$) есть частично определенное подмножество множества предложений U_S такое, что:

I) если любое высказывание предложения S принадлежит Z^+ и схема предложения S принадлежит C^+ , то $S \in \mathcal{Y}$;

2) если в S существует высказывание, принадлежащее Z^- , или схема предложения S принадлежит C^- , то $S \notin \mathcal{Y}$;

3) если для предложения S неверны условия пп. I и 2, то для S вопрос о принадлежности и непринадлежности частичному языку $\mathcal{Y}$ остается открытым.

Частичный язык описания $\mathcal{Y}(q_1 \div q_4, Z^+, Z^-, C^+, C^-)$ является формализацией неполного знания такого языка $\mathcal{Y}(q_1 \div q_4, Z, C)$, для которого $Z^+ \subseteq Z, Z^- \cap Z = \phi, C^+ \subseteq C$ и $C^- \cap C = \phi$. Объем неполноты этого знания определяется двумя множествами: $Z' = U_z \setminus (Z^+ \cup Z^-)$ и $C' = U_C \setminus (C^+ \cup C^-)$. Если $Z' = \phi$ и $C' = \phi$, то неполнота знания языка описания отсутствует и частичный язык становится полным языком описания – $\mathcal{Y}(q_1 \div q_4, Z^+, C^+)$.

Весь процесс "измерения" параметров Z и C разбивается на ряд последовательно проводимых испытаний зрительного анализатора: $I_1, I_2, \ldots, I_n, \ldots$. Каждое испытание этого ряда состоит в выяснении принадлежности элемента множества U_z (или U_C) параметру Z (или C), при этом если провести все испытания, то полностью определились бы параметры Z и C .

До проведения i-того испытания исследуемому зрительному анализатору поставлен в соответствие частичный язык $\mathcal{Y}(q_1 \div q_4, Z^+_{i-1}, Z^-_{i-1}, C^+_{i-1}, C^-_{i-1})$ (параметры $q_1 \div q_2$ определены еще до первого испытания).

Пусть в i -м испытании выясняется принадлежность параметру Z высказывания z (очевидно, что $z \notin Z^+_{i-1} \cup Z^-_{i-1}$).В этом случае:

I. Составляется предложение $S_z: z_1 \& z_2 \& \ldots \& z_k$, содержащее высказывание z , и такое, что схема этого предложения принадлежит множеству C^+_{i-1} и все высказывания этого предложения , отличные от z , принадлежат Z^+_{i-1} .

2. Берется конечное множество (K) картин, разделенное на два подмножества (K_1 и K_2) и такое, что

а) предложение S_z истинно на любой картине*) из K_1 ;

в) предложение S_z ложно на любой картине из K_2 ;

с) пусть предложение S'_z получено из S_z путем замены пустыми высказываниями высказывания z и всех высказываний, содержащих постоянные термы, введенные высказыванием z , тогда если предложение S'_z не пусто, то S'_z истинно на любой картине из K. (Это условие выражает то обстоятельство, что свойство, разделяющее все выбранные картины на два множества, заключено в высказывании z и только в нем).

3. Из множества картин K выделяется подмножество (K') , включающее половину (или около того) как множества K_1 , так и множества K_2 . Оставшиеся картины образуют подмножество K'' .

4. Проводится обучение, состоящее из m тестов. Каждый тест обучения есть показ испытуемому случайно выбранной из K' картины и сообщения ему, к какому множеству (K_1 или K_2) принадлежит эта картина.

5. Проводится опрос, состоящий из m тестов. Каждый тест опроса есть показ испытуемому случайно выбранной из K'' картины и фиксация ответа на вопрос: принадлежит ли эта картина множеству K_1 , или множеству K_2 ?

Подсчитывается значение ошибки:

$$\delta = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1'}{m_1} + \frac{m_2'}{m_2}\right).$$

---

*) Здесь и в дальнейшем выражение "предложение S истинно на картине k "обозначает фразу "пусть F_K - фигура сопоставленная картине k (в результате измерения картины k),тогда предложение S истинно на фигуре $F_K(\frac{1}{q_1} \cdot m\ell_0)$".

При измерении зрительного анализатора берутся такие картины,для которых $F_K = F_K(\frac{1}{q_1} \cdot m\ell_0)$(если это допустимо характером теста).

Здесь m_1 $[m_2]$ - число предъявлений картин из множества $K_1 [K_2]$ $(m_1 + m_2 = m)$, а m_1' $[m_2']$ - число неверных ответов испытуемого при предъявлении картин из множества $K_1 [K_2]$.

6. Если $\delta \geq \frac{1}{4}$, то

$$Z^+_i = Z^+_{i-1}, \quad Z^-_i = Z^-_{i-1} \cup \{z, \neg z\}, \; C^+_i = C^+_{i-1} \text{ и } C^-_i = C^-_{i-1}.$$

Если $\delta < \frac{1}{4}$, то

$$Z^+_i = Z^+_{i-1} \cup \{z, \neg z\}, \; Z^-_i = Z^-_{i-1}, \; C^+_i = C^+_{i-1} \text{ и } C^-_i = C^-_{i-1}$$

Испытание зрительного анализатора, в котором выясняется принадлежность параметру C некоторой схемы предложения, проводится аналогично вышеописанному испытанию.

До проведения первого испытания, т.е. непосредственно после измерения параметров $q_1 \div q_4$, зрительному анализатору сопоставляется частичный язык описания $Y(q_1 \div q_4, Z^+_0, Z^-_0, C^+_0, C^-_0)$, в котором $Z^-_0 = \varnothing$, $C^-_0 = \varnothing$, а множества Z^+_0 и C^+_0 содержат следующие элементы (вхождение этих элементов обусловлено неявным проведением испытаний по измерению множеств Z и C при определении параметров $q_1 \div q_4$):

$c_1 : z.$

z_1: Существует линия,являющаяся О-прямой I рода*)

z_2: Существует линия, являющаяся О-прямой II рода.

$z_3 : \neg z_1.$

$z_4 : \neg z_2.$

Предложение $z_1 [z_2]$ истинно на картине K_0 (рис.8) и ложно на пустой картине.

$c_2 : z^1 \& z^2.$

$c_3 : z^1 \& z^2 \& z^3.$

$z_5 : \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2.$

$z_6 : \neg z_5.$

Предложение $z_1(\mathcal{L}_1) \& z_1(\mathcal{L}_2) \& z_6(\mathcal{L}^c_1, \mathcal{L}^c_2)$ истинно на картине K_i (рис.8) и ложно на картине K_0 (рис. 8).

Поскольку $c_3 \in C^+$ и $c_1 \in C^+$, то и $c_2 \in C^+$.

---

*) Здесь и далее высказывание дано в переводе на более наглядный язык.

$c_4:\ z^1 \& z^2 \& z^3 \& z^4.$

$c_5:\ z^1 \& z^2 \& z^3 \& z^4 \& z^5.$

$z_7:\ m\mathcal{L}_1 \overset{i}{<} m\mathcal{L}_2; \quad (i = q_2).$

$z_8:\ \neg z_7.$

Предложение $z_1(\mathcal{L}_1) \& z_1(\mathcal{L}_2) \& z_6(\mathcal{L}_1^c, \mathcal{L}_2^c) \& z_8(\mathcal{L}_1^c, \mathcal{L}_2^c) \& z_8(\mathcal{L}_2^c, \mathcal{L}_1^c)$ "используется" зрительным анализатором при проведении тестирования последнего для измерения параметра q_2.

$z_9:\ m_0 E(t_1, [t_1, t_2])/E_0 \overset{i}{<} m_0 E(t_3, [t_3, t_4])/E_0, \quad (i = q_3).$

$z_{10}:\ \neg z_9.$

Проверяемым является следующее предложение:

$$z_1(\mathcal{L}_1(t_1, t_2)) \& z_1(\mathcal{L}_2(t_3, t_4)) \& z_6(\mathcal{L}_1^c, \mathcal{L}_2^c) \&$$

$$\& z_{10}(t_1^c, t_2^c; t_3^c, t_4^c) \& z_{10}(t_3^c, t_4^c; t_1^c, t_2^c).$$

z_{11} : Существует линия, являющаяся I-прямой II рода.

$z_{12}:\ \neg z_{11}.$

$c_6 \div c_{12}:\ \underset{k=1}{\overset{6}{\&}} z^k \div \underset{k=1}{\overset{12}{\&}} z^k.$

$$z_{13}:\ m_0 \angle t_1(E(t_1, \mathcal{L}_1(t_1, t_2)), E(t_1, \mathcal{L}_2(t_1, t_3))) \overset{i}{<}$$

$$\overset{i}{<} m_0 \angle t_4(E(t_4, \mathcal{L}_3(t_4, t_5)), E(t_4, \mathcal{L}_4(t_4, t_6))), \quad (i = q_4).$$

$z_{14}:\ \neg z_{13}.$

Для утверждения существования угла (рис. 9,б) недостаточно использования только 0-прямых. Здесь добавлен класс I-прямых II рода как самый широкий среди классов i-прямых k-рода при $i \geq 1$ (при $q_3 = 0$ измерение параметра q_4 осуществить невозможно). При показе испытуемому двух углов (измерение параметра q_4) проверяемым является предложение: существуют попарно различные линии $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2\ \mathcal{L}_3$ и $\mathcal{L}_4$ такие, что $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ [$\mathcal{L}_3$ и $\mathcal{L}_4$] имеют общую концевую точку и угол, образованный линиями $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ i - равен ($i = q_4$) углу, образованному линиями $\mathcal{L}_3$ и $\mathcal{L}_4$. В этом предложении точно 12 высказываний.

Рассмотрим два примера подготовки испытания по измерению параметров Z и C.

I. Пусть необходимо выяснить, "использует" ли зрительный анализатор (при восприятии) понятие расстояния между линиями

$$r(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2) \overset{df}{=} m[t_1, t_2],$$

где $\quad t_1 \in \mathcal{L}_1, \ t_2 \in \mathcal{L}_2$

и $\quad \forall t_3, t_4 (t_3 \in \mathcal{L}_1 \ \& \ t_4 \in \mathcal{L}_2 \Longrightarrow m[t_3, t_4] \geq m[t_1^c, t_2^c]).$

В этом испытании исследуемым высказыванием будет $z_{15}:\ \exists t_1 \exists t_2 (m[t_1, t_2] = r(\mathcal{L}_1^c, \mathcal{L}_2^c))$(существуют такие точки t_1 и t_2, расстояние между которыми представляет расстояние между линиями $\mathcal{L}_1^c$ и $\mathcal{L}_2^c$)[ж)].

Для данного испытания проверяемым будет следующее предложение:

$$z_1(\mathcal{L}_1) \& z_1(\mathcal{L}_2) \& z_6(\mathcal{L}_1^c, \mathcal{L}_2^c) \& z_{15}(t_1, t_2) \& z_8([t_1^c, t_2^c], \ell_0) \& z_8(\ell_0, [t_1^c, t_2^c]).$$

Множество K тестовых картин представлено на рис. II.

Расстояние между линиями на картинах из K_2 явно больше соответствующего расстояния на картинах из K_1 (q_2 больше, $q_2 \neq 0$). Поскольку эти расстояния не могут сравниваться зрительным анализатором непосредственно (картины предъявляются ему по одной), в данном тесте использовано косвенное сравнение через сравнение каждого из этих расстояний с масштабом ℓ_0. Здесь подразумевается, что зрительный анализатор способен запоминать длины (это, конечно, должно быть установлено предыдущими испытаниями). Расстояние между анализатором и предъявляемой ему

ж) Полная запись высказывания представляет оформленный в виде утверждения алгоритм нахождения в множестве точек $\mathcal{L}_1^c \cup \mathcal{L}_2^c$ точек t_1 и t_2 (ср. с высказыванием z_3 предложения S_r из § 2).

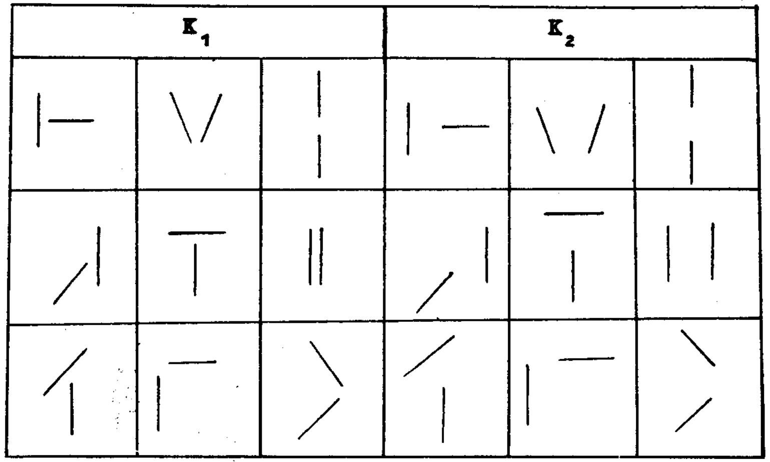


Рис. II

картиной выбирается таким, чтобы величина $\frac{1}{q_1}\cdot m\ell_0$ была меньше, чем $\tau(\mathcal{L}_1,\mathcal{L}_2)$.

Множество картин K задается таким, чтобы исключить существование предложения, не содержащего высказывания z_{15} и разделяющего подмножества K_1 и K_2 и такого, что число высказываний этого предложения не превышает числа высказываний проверяемого предложения.

2. Пусть необходимо выяснить, способен ли зрительный анализатор "использовать" (при анализе воспринимаемых картин) логическую конструкцию, выраженную схемой предложения

$$z^1\&(z^2\&z^3\Longrightarrow z^4\&z^5).$$

В этом случае проверяемым может быть предложение

$$z_1(\mathcal{L}_1)\&(z_1(\mathcal{L}_2)\&z_6(\mathcal{L}_1^c,\mathcal{L}_2^c)\Longrightarrow z_8(\mathcal{L}_1^c,\mathcal{L}_2^c)\&z_8(\mathcal{L}_2^c,\mathcal{L}_1^c)),$$

а тестовыми картинами - множество картин, представленное на рис. I2.

Если окажется, что данная схема принадлежит параметру C^+, то схемы $z^1\&(z^2\Rightarrow z^3)$, $z^1\&(z^2\&z^3\Rightarrow z^4)$ и $z^1\&(z^2\Rightarrow z^3\&z^4)$ также будут принадлежать параметру C^+.

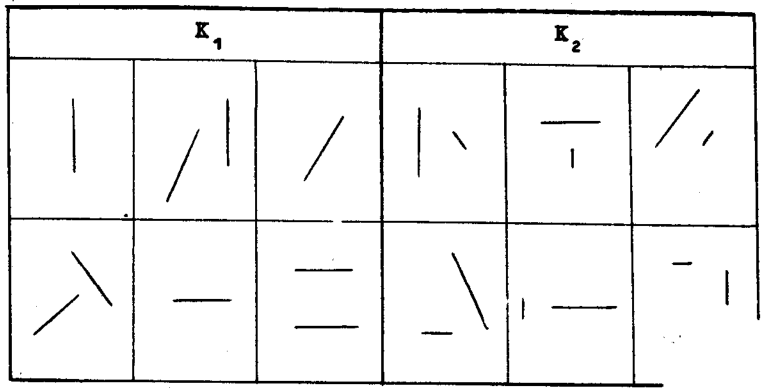


Рис. I2

Измерение зрительных анализаторов позволяет, на наш взгляд, проводить ряд интересных исследований, среди которых можно отметить следующие:

I. Систематизация и классификация реальных зрительных анализаторов (на базе систематизации и классификации частичных языков описания, сопоставленных этим анализаторам).

2. Выяснение вполне возможной корреляции параметров реального зрительного анализатора.

3. Слежение за зрительным анализатором в процессе его индивидуального развития.

4. Опознавание логико-психологических растройств зрительного анализатора.

В. Измерение картины (сопоставление конкретной картине фиксированной фигуры).

В понятие фигуры, как это видно из § I, кроме собственно фигуры (множества точек листа $\bar{D}$), входит вертикаль $\vec{E}_0$ и масштаб ℓ_0 .

Ветикаль $\vec{E}_0$ всегда направлена снизу вверх ("с точки зрения" зрительного анализатора, которому предъявляется для восприятия измеряемая картина).

Масштаб ℓ_0 , вообще говоря, может быть взят произвольным. Единственным ограничением здесь является то, что масштабы всех картин, участвующих в одном и том же испытании, должны быть одинаковыми (чтобы масштаб мог выполнять свою роль при косвенном сравнении длин линий).

Преобразование картины в собственно фигуру должно происходить, естественно, по правилам, связанным в некий алгоритм. Проблема построения этого алгоритма представляет самостоятельный интерес и в данной работе не рассматривается.

Если ограничение на вид картин сделать достаточно жестким (например[*]), картина нарисована только линиями, ширина всех линий картины одинакова и значительно меньше минимальной из всех длин этих линий), то перевод картины в фигуру не будет вызывать затруднений (картина k_1, рис. I3). При ослаблении требований к виду картин (это хорошо тем, что расширяет класс изучаемых картин) может возникнуть неоднозначность перевода (картина k_2, рис. I3).

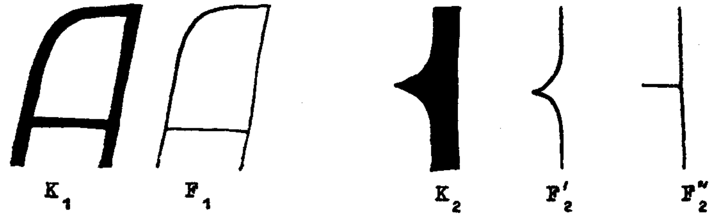


Рис. I3

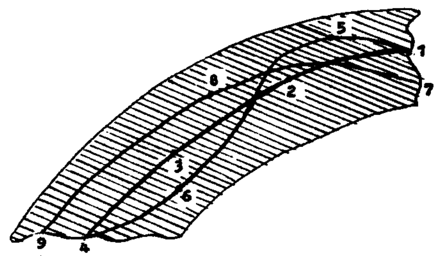


Рис. I4

Установленные в настоящей работе ограничения делают допустимыми только картины, аналогичные картине k_1 (рис.I3).

На рис.I4, для примера, показана часть линии допустимой картины и её перевод – часть линии фигуры: (I234), но не (I564) и не (789). Здесь линия фигуры повторяет линию картины, проходя посредине последней и имея минимальное число колебаний первой производной.

[*]) Это ограничение будет частью ограничений R, о которых говорится во введении.

Измерение картины позволяет решать важную, на наш взгляд, задачу – сравнение двух множеств картин по особой характеристике этих множеств, которую назовем различимостью. Прежде чем формулировать эту задачу, введем несколько определений.

Пусть $\rho_i(\mathcal{Y})$, $i = 1,2,\ldots,6$, обозначает параметр языка описания $\mathcal{Y}$, причем $\rho_1(\mathcal{Y}) = q_1(\mathcal{Y}),\ldots,\rho_4(\mathcal{Y}) = q_4(\mathcal{Y})$, $\rho_5(\mathcal{Y}) = Z(\mathcal{Y})$ ($Z^+(\mathcal{Y})$, если $\mathcal{Y}$ – частичный язык) и $\rho_6(\mathcal{Y}) = C(\mathcal{Y})$ ($C^+(\mathcal{Y})$, если $\mathcal{Y}$ – частичный язык). Будем говорить, что параметр $\rho_i(\mathcal{Y}_1)$ слабее параметра $\rho_i(\mathcal{Y}_2)$, если и только если[*]) $\rho_i(\mathcal{Y}_1) < \rho_i(\mathcal{Y}_2)$ при $i = 1,2,3,4$; $\rho_i(\mathcal{Y}_1) \subset \rho_i(\mathcal{Y}_2)$ при $i = 5,6$. Выражение "параметр $\rho_i(\mathcal{Y}_1)$ не сильнее параметра $\rho_i(\mathcal{Y}_2)$" будет обозначать, что либо $\rho_i(\mathcal{Y}_1)$ слабее $\rho_i(\mathcal{Y}_2)$, либо $\rho_i(\mathcal{Y}_1) = \rho_i(\mathcal{Y}_2)$.

Язык описания $\mathcal{Y}_1$ будем называть более слабым по сравнению с языком $\mathcal{Y}_2$ (если $\mathcal{Y}_1$ и $\mathcal{Y}_2$ – частичные языки, то $Z^+(\mathcal{Y}_1) \cup Z^-(\mathcal{Y}_1) = Z^+(\mathcal{Y}_2) \cup Z^-(\mathcal{Y}_2)$) тогда и только тогда, когда любой параметр $\rho_i(\mathcal{Y}_1)$ не сильнее параметра $\rho_i(\mathcal{Y}_2)$ и существует такой параметр $\rho_j(\mathcal{Y}_1)$, что $\rho_j(\mathcal{Y}_1)$ слабее $\rho_j(\mathcal{Y}_2)$.

Пусть $\{F_i\}$, $i = 1,2,\ldots,n$, – множество попарно различных фигур. Скажем, что язык $\mathcal{Y}$ достаточен для описания множества $\{F_i\}$, если и только если в языке $\mathcal{Y}$ можно выделить такое множество ($\{S_i\}$, $i = 1,2,\ldots,n$) предложений, что для любого i предложение S_i истинно на фигуре F_i и ложно на всех остальных фигурах из $\{F_i\}$.

Различимость множества $\{F_i\}$ фигур характеризуется языком описания $\mathcal{Y}$ таким, что:

I) язык $\mathcal{Y}$ достаточен для описания множества $\{F_i\}$;

2) если язык $\mathcal{Y}'$ достаточен для описания $\{F_i\}$, то неверно, что $\mathcal{Y}'$ слабее $\mathcal{Y}$.

Пусть имеются два множества картин K_1 и K_2. Упомянутая выше задача состоит в следующем: найти и сравнить по силе языки описания, характеризующие различимости множества K_1 и K_2, т.е. различимости множеств фигур, сопоставленных множествам K_1

[*])Чтобы исключить неоднозначность при сравнении параметров $\rho_1(\mathcal{Y}_1)$ и $\rho_1(\mathcal{Y}_2)$, масштабы всех фигур, предназначенных для "предъявления" языкам $\mathcal{Y}_1$ и $\mathcal{Y}_2$, берутся одинаковыми.

и K_2 с помощью измерения картин этих множеств. Пусть язык $\mathcal{Y}_1$ характеризует различимость множества K_1, а $\mathcal{Y}_2$ – множества K_2. Если $\mathcal{Y}_1$ слабее $\mathcal{Y}_2$, то это будет означать, что вероятность неправильного опознания картины в множестве K_1 меньше, чем аналогичная вероятность в множестве K_2 (поскольку свойства, разделяющие картины в множестве K_1 "грубее" свойств, разделяющих картины в множестве K_2).

С. Измерение ситуации восприятия (сопоставление тройке конкретных вещей < анализатор, картина, расстояние между анализатором и картиной > фиксированной пары < язык описания, фигура >).

Измерение ситуации восприятия складывается из измерения зрительного анализатора и измерения картины, выполненных с учетом расстояния между анализатором и картиной.

Измерение ситуаций восприятия дает возможность, на наш взгляд, "рассчитывать" результаты восприятия, т.е. решать следующую задачу: определить, способен ли данный анализатор выделить картины множества K из более широкого множества картин K' (существует ли в данном языке описания предложение, истинное на картинах из K и ложное на картинах из $K' \setminus K$).

Пусть зрительному анализатору A сопоставлен язык описания $\mathcal{Y}$. В этом случае будем говорить, что анализатор A пользуется языком $\mathcal{Y}$. Изучая восприятие анализатора A в различных условиях (в пределах ограничений R), вполне возможно встретиться с фактом: в некоторых условиях анализатор A пользуется языком, который слабее языка $\mathcal{Y}$. Это можно было бы объяснить систематической невнимательностью анализатора A в этих условиях.

Определим невнимательность как использование более слабого языка (это есть экспликация понятия "невнимательность", точнее, той части этого понятия, которая выразима в данной модели).

Предположение об использовании анализатором в различных условиях различных языков "порождает" дополнительную (к предыдущим) область исследований.

Д. Создание искусственного зрительного анализатора.

Непосредственное использование введенной модели зрительного восприятия для создания искусственного зрительного анализатора невозможно, поскольку эта модель содержит понятия, не являющиеся конструктивными (например, фигура – это, по существу, континуум выделенных точек). В связи с этим введенная модель

используется только как основа для разработки уже конструктивных понятий, идейно связанных с соответствующими понятиями модели.

Ниже описывается один из возможных вариантов конструктивного "оформления" понятий модели (на примере модели восприятия зрительного анализатора (A), пользующегося частичным языком описания $(\mathcal{Y})$).

При предъявлении анализатору A картины (k) анализатор, согласно модели, смотрит на фигуру (F_k), являющуюся результатом измерения картины k, и видит фигуру $F_k(r_{min})$, где $r_{min} = \frac{1}{q_1(\mathcal{Y})} \cdot m\ell_0$.

Прежде чем определять конструктивный аналог фигуры F, введем понятие "конструктивная линия".

Пусть $\mathcal{L}(t', t'')$ – линия. Упорядоченную n-ку попарно различных точек $< t_1, t_2, \dots, t_n >$ назовем конструктивной линией $\mathcal{L}(c\mathcal{L}(t', t'')$ или $c\mathcal{L}(t_1, t_n))$, если и только если:

I) $t_1 = t'$ и $t_n = t''$;

2) $\forall i [1 < i < n \Rightarrow t_i \in \mathcal{L}(t_{i-1}, t_n)]$, где $\mathcal{L}(t_{i-1}, t_n)$ – подлиния линии $\mathcal{L}(t', t'')$;

3) $\forall i (1 \leq i < n \Rightarrow m[t_i, t_{i+1}] \leq r_{min})$.

Все операции и предикаты, установленные на множестве всех линий, естественным образом переносятся на множество всех конструктивных линий, например:

а) $mc\mathcal{L}(t_1, t_n) = \sum_{i=1}^{n-1} m[t_i, t_{i+1}]$;

б) направление $\vec{E}(t_i), t_i \in c\mathcal{L}(t_1, t_n)$ и $t_i \neq t_n$

есть направление $\vec{E}(t_i), t_i \in [t_i, t_{i+1}]$;

в) $c\mathcal{L}'(t'_1, t'_n) \cap c\mathcal{L}''(t''_1, t''_m) = \phi$ означает, что

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n-1} [t'_i, t'_{i+1}]\right) \cap \left(\bigcup_{j=1}^{m-1} [t''_j, t''_{j+1}]\right) = \phi.$$

Заменив в определении фигуры линию на конструктивную линию, получаем определение конструктивной фигуры (cF).

Пусть cF – конструктивная фигура, а F' – фигура, являющаяся объединением всех отрезков $[t_i, t_j]$ таких, что

I) $t_i \in cF$ и $t_j \in cF$;

2) в представлении $W(cF)$ существует линия $c\mathcal{L}(t_1, t_n)$, содержащая точки t_i и t_j;

3) если в линии $c\mathcal{L}(t_1, t_n)$ точка t_i является точкой t_k, $1 \leq k < n$, то точка t_j является точкой t_{k+1}.

Тогда фигура cF будет видимой при τ_{min}, если и только если таковой будет фигура F'.

Перевод картины k в фигуру $cF_k(\tau_{min})$ может быть осуществлен следящим и сглаживающим устройствами. Следящее устройство реализует перевод картины k в фигуру cF_k: в процессе движения пятна слежения (диаметр пятна имеет порядок ширины линии) по линии картины фиксируются координаты центра этого пятна с интервалом по расстоянию $\leq 0{,}1\tau_{min}$; особо фиксируются точки пересечения линий картины; точность определения координат точек – порядка $0{,}1\tau_{min}$. Сглаживающее устройство преобразует фигуру cF_k в фигуру $cF_k(\tau_{min})$.

Пусть K – конечное множество картин, разделенное на два подмножества: K_1 и K_2 ($K_1 \cup K_2 = K$, $K_1 \cap K_2 = \phi$). Допустим, что анализатор A при предъявлении ему картины из K правильно указывает принадлежность этой картины множеству K_1 или K_2 (в результате обучения). В этом случае, согласно модели, анализатор использует такое предложение (S) языка $\mathcal{Y}$, которое истинно (ложно) на любой картине из K_1 и ложно (истинно) на любой картине из K_2. При предъявлении анализатору A картины $k, k \notin K$, анализатор относит эту картину к множеству K_1 или K_2 в зависимости от того, истинно или ложно предложение S на картине k (т.е. на фигуре $cF_k(\tau_{min})$).

Выбор и запоминание предложения S и установление значения истинности этого предложения на любой фигуре $cF(\tau_{min})$ могут быть реализованы (логическим) устройством. Это обусловлено тем, что все процедуры, необходимые для выполнения подобной работы, финитны (вплоть до сигнатурной логической операции $\exists x$, поскольку фигура $cF(\tau_{min})$ является, по существу, конечным множеством точек).

При разработке понятий, введенных в настоящей работе, преследовалась цель – создать формальный аппарат для изучения непосредственного восприятия зрительной информации (в ограничениях R). Это выражено тем, что в любом предложении языка описания говорится только о таких вещах, которые непосредственно присутствуют в фигуре: линии, направления линий, углы. Исключение составляет отрезок прямой, соединяющий две точки фигуры, поскольку об этом отрезке можно говорить даже в том случае, когда его в фигуре нет (см. §2, определение сигнатуры, п.9). Абстрактность (не непосредственность) такого отрезка является минимальной в том смысле, что использование подобных отрезков при описании фигуры предполагает только тот факт, что зрительный анализатор способен переносить своё внимание с одной точки фигуры на другую по прямой, соединяющей эти точки. Заметим, что углы, которые можно было бы образовать с помощью абстрактного отрезка, не используются при описании фигуры.

Конечно, в предлагаемом формализме не выразимо то свойство зрительного анализатора, которое обеспечивает ему способность выделения из класса правильных n-угольников $(n \geq 3)$ подкласса, содержащего только n-угольники с четным числом вершин (не существует предложения, которое было бы истинным (ложным) для $2m$-угольника и ложным (истинным) для $(2m+1)$-угольника). И это не удивительно, поскольку формализм, выражающий указанное свойство зрительного анализатора, должен на наш взгляд, описывать не только непосредственное восприятие, но и по крайней мере ту часть не непосредственного (аналитического) восприятия, которая предполагает знание зрительным анализатором натурального ряда чисел и его свойств, в то время как изучение аналитического восприятия не является предметом настоящего исследования.

Литература

I. Автоматический анализ сложных изображений. Сб.переводов под ред. Э.М.Бравермана, М., "Мир", 1969.

2. АРКАДЬЕВ А.Г., БРАВЕРМАН Э.М. Обучение машины классификации объектов. М., "Наука", 1971.

3. БАНЮЛИС К.А., ВОСИЛЮС С.К. Об одном структурном алгоритме распознавания образов. –"Техническая кибернетика", мате-

риалы юбилейной Литовской Республиканской XX научно-техниче - ской конференции, посвященной 100-летию со дня рождения В.И.Ленина, Каунас, 1970.

4. БОНГАРД М.М. Проблема узнавания. М., "Наука", 1967.

5. БРАТКО А.А., ВОЛКОВ П.П., КОЧЕРГИН А.Н., ЦАРЕГОРОДЦЕВ Г.И. Моделирование психической деятельности. М., "Мысль", 1969.

6. ЗАВАЛИШИН Н.В., МУЧНИК И.Б. Лингвистический (структурный) подход к проблеме распознавания образов. (Обзор). -"Автоматика и телемеханика", 1969, № 8, с. 86-118.

7. ЗАГОРУЙКО Н.Г. Методы распознавания и их применение.М., "Сов.радио", 1972.

8. КАТИНСКИЙ В.С., ТИХОМИРОВ Б.Д. Описание изображений рукописных цифр с помощью сегментов и их отношений. -"Автомати - зация ввода письменных знаков в электронные вычислительные машины", доклады II Всесоюзной научно-технической конференции , Вильнюс, 1969, т.I.

9. КОВАЛЕВСКИЙ В.А., СЕМЕНОВСКИЙ А.Г. Читающий автомат,основанный на анализе направлений. -В сб. "Читающие устройства". М., 1962.

10. НУДЕЛЬМАН А.С. Язык для описания плоских рукописных черно-белых фигур. -"Вычислительные системы", Новосибирск,1971, вып. 44, с.141-154.

11. НУДЕЛЬМАН А.С. Эксперимент по сравнению зрительного "восприятия" машины с восприятием человека. Настоящий сборник, с.84-89.

12. Опознавание и описание линий. М., "Наука", 1972.

13. Распознавание образов. Исследование живых и автомати - ческих распознающих систем. М., "Мир", 1970.

14. ТИХОМИРОВ Б.Д. Метод анализа контурных изображений.-В кн.: Структурные методы опознавания и автоматическое чтение,М., ВИНИТИ, 1970,

Поступила в ред.-изд.отд.
12 апреля 1973 года