

УДК 518.5:681.142.001.2

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ НА МОП-ТРАНЗИСТОРАХ В СТАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

С.А. Разин, В.А. Романович

Рассматривается задача оптимизации некоторых элементов вычислительной среды. Оптимальные значения параметров выбираются из условия увеличения числа годных элементов при их отбраковке по уровням "нуля" и "единицы". Предлагаемая методика может быть применена и при оценке надежности вычислительной среды, собранной из "надежных" элементов.

В качестве примеров рассматриваются логический элемент и регистр параллельного действия на МОП-транзисторах.

I. Постановка задачи

Схематически элемент вычислительной среды изображен на рис. 1. Элемент имеет  $n+m$  входов и  $k$  выходов. Входы разделяются на два типа. К первому относятся все входы, соединяемые с выходами соседних однотипных элементов. На схеме эти входы обозначены  $V_1, \dots, V_n$ . Ко второму типу относятся входы, служащие для настройки элемента вычислительной среды; они обозначены  $U_1, \dots, U_m$ . При различных наборах напряжений на этих входах элемент вычислительной среды реализует, вообще говоря,

различные булевы функции. Элемент представляет собой дискрет -

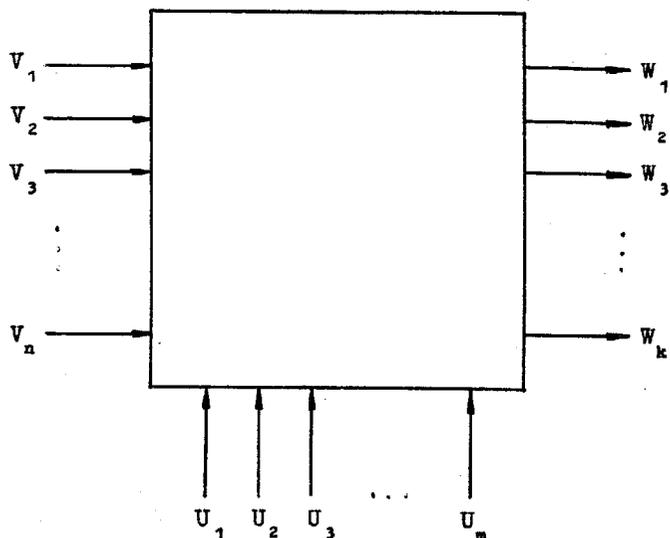


Рис. 1

ный автомат, всякое напряжение на входе кодирует либо "нуль", либо "единицу" (обычно большее напряжение кодирует "единицу", меньшее - "нуль").

Рассмотрим, например, триггер. Вход, управляющий состоянием триггера, характеризуется граничным напряжением  $v$  таким, что при напряжениях на входе  $w < v$  триггер переводится в одно состояние, при напряжениях  $w > v$  - в другое. Другими словами, всякое напряжение на входе, меньшее  $v$ , воспринимается как "нуль", а большее  $v$  - как "единица". Пусть далее, некоторый выход нагружен на данный вход и кодирует "единицу" напряжением  $w^{(1)}$ , а "нуль" - напряжением  $w^{(0)}$ , причем  $w^{(1)} > w^{(0)}$ . При этом могут представиться три случая:

$$v < w^{(0)} < w^{(1)}, \quad (1)$$

$$w^{(0)} < v < w^{(1)}, \quad (2)$$

$$w^{(0)} < w^{(1)} < v. \quad (3)$$

Очевидно, что только во втором случае не будет происходить ис-

кажения информации. При этом входы и выходы будем называть согласованными. Задавись двумя напряжениями  $\pi_0 < \pi_1$ , потребуем, чтобы выполнялись условия:

$$\pi_0 < v < \pi_1, \quad (4)$$

$$w^{(0)} \leq \pi_0, \quad w^{(1)} \geq \pi_1$$

Тогда все входы и выходы, удовлетворяющие условиям (4), будут согласованными. Указанные условия для каждого из напряжений  $v, w^{(0)}, w^{(1)}$  определяют интервал возможных значений. Последнее обстоятельство важно ввиду того, что из-за разброса параметров транзисторов эти напряжения являются случайными величинами.

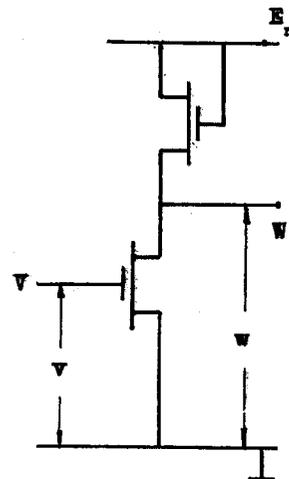


Рис. 2

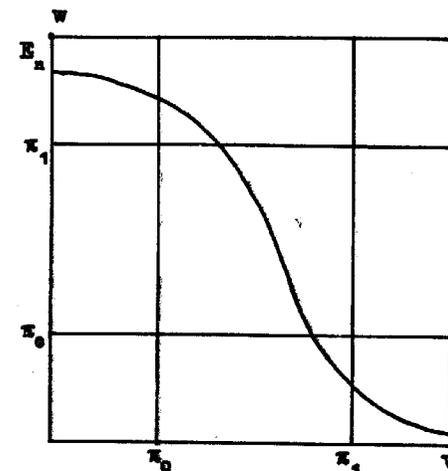


Рис. 3

Рассмотрим инвертор, схема которого изображена на рис. 2. Будем считать, что выход  $W$  этого инвертора нагружен на вход  $V$  аналогичного инвертора. Зависимость напряжения  $w$  на выходе от напряжения  $v$  на входе имеет вид, изображенный на рис. 3.

Введем уровни  $\pi_0$  и  $\pi_1$  и потребуем, чтобы при подаче на вход любого напряжения  $v > \pi_1$  на выходе появилось напряжение  $w \leq \pi_0$ , а при напряжении на входе  $v \leq \pi_0$  на выходе было бы напряжение  $w \geq \pi_1$ . В сколь угодно длинных цепочках инвер-

торов, удовлетворяющих указанному критерию, будут исключены искажения.

Следует отметить, что условие согласованности, задаваемое уровнями  $\pi_0$  и  $\pi_1$ , является лишь достаточным и невыполнение его для некоторых выходов и входов не означает их несогласованности. Однако указанное условие имеет то важное преимущество, что гарантирует работоспособность системы независимо от порядка соединения элементов. Если же вычислительную среду собирать из элементов, не подвергшихся отбраковке по данному условию, то говорить можно только о вероятности согласованности всех входов и выходов. Эта вероятность, ввиду большого числа элементов среды, может быть весьма мала.

В зависимости от числа  $\ell$  различных типов выходов элемента целесообразно задавать несколько уровней  $(\pi_0^i, \pi_1^i)$ ,  $i = 1, \dots, \ell$  для того, чтобы все выходы и входы элемента удовлетворяли соответствующим уровням из этого набора. Кроме того, к элементу вычислительной среды предъявляется ряд других требований по быстродействию, потребляемой мощности и т.п. Естественно, необходимо, чтобы элемент реализовал все требуемые булевы функции.

Обозначим через  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_N)$  вектор параметров МОП-транзисторов, из которых построен элемент вычислительной среды. В  $N$ -мерном пространстве параметров существует область  $G$  таких значений параметров, при которых элемент удовлетворяет всем предъявленным к нему требованиям; эта область называется областью работоспособности элемента. Поскольку при производстве элементов параметры составляющих его транзисторов подвержены разбросу, то вектор параметров  $\bar{x}$  является случайным вектором. Обозначим совместную плотность распределения координат вектора  $x$  через

где  $\alpha_1, \dots, \alpha_2$  - некоторые параметры этого распределения, относительно которых предполагается, что имеется возможность варьировать их в некоторой области  $Q$ .

Вероятность правильной работы элемента  $P$  определяется по формуле:

$$P = \iint_G \dots \int \rho(x_1, \dots, x_N | \alpha_1, \dots, \alpha_2) dx_1 \dots dx_N \quad (5)$$

и при производстве характеризует долю годных элементов в общем числе производимых элементов. Указанную вероятность  $P$  можно рассматривать как функцию

$$P = P_A(\alpha_1, \dots, \alpha_2),$$

где  $A$  обозначает всю совокупность требований, предъявляемых к элементу. В частности, в  $A$  входит и требование выполнения условий согласованности по уровням  $(\pi_0^i, \pi_1^i)$ ,  $i = 1, \dots, \ell$ , которое в отличие от других (например, ограничение по мощности) допускает возможность увеличения вероятности  $P$  за счет подбора соответствующих уровней или параметров распределения  $\alpha_1, \dots, \alpha_2$ . В дальнейшем вероятность  $P$  будет рассматриваться как функция:

$$P = P(\alpha_1, \dots, \alpha_2; \pi_0^1, \pi_1^1, \dots; \pi_0^\ell, \pi_1^\ell). \quad (6)$$

Под оптимальностью элемента вычислительной среды будем понимать определение набора значений аргументов функции (6), при которых эта функция достигает максимума.

Ниже рассматриваются отдельно задачи оптимизации элементов вычислительной среды по уровням "нуля" и "единицы" и по параметрам распределения. Приведены примеры оптимизации логического элемента по уровням "нуля" и "единицы" и регистра параллельного действия по средним значениям параметров МОП-транзисторов.

Релаксационное сочетание методов оптимизации по параметрам распределения и по уровням "нуля" и "единицы" позволяет решать поставленную выше задачу оптимизации элемента вычислительной среды.

## 2. Оптимальный выбор уровней "нуля" и "единицы"

Для исследования статических режимов работы элемента вполне достаточно знать вольт-амперные характеристики транзисторов, из которых собрана схема элемента. Обозначим вольт-амперную характеристику  $i$ -го транзистора схемы через  $\varphi_i(u_c, u_d)$ , где  $u_c$  - напряжение между стоком и истоком,  $u_d$  - напряжение между затвором и истоком транзистора. Используя первый закон Кирхгофа, можно составить уравнения состояний схемы. Схема бу-

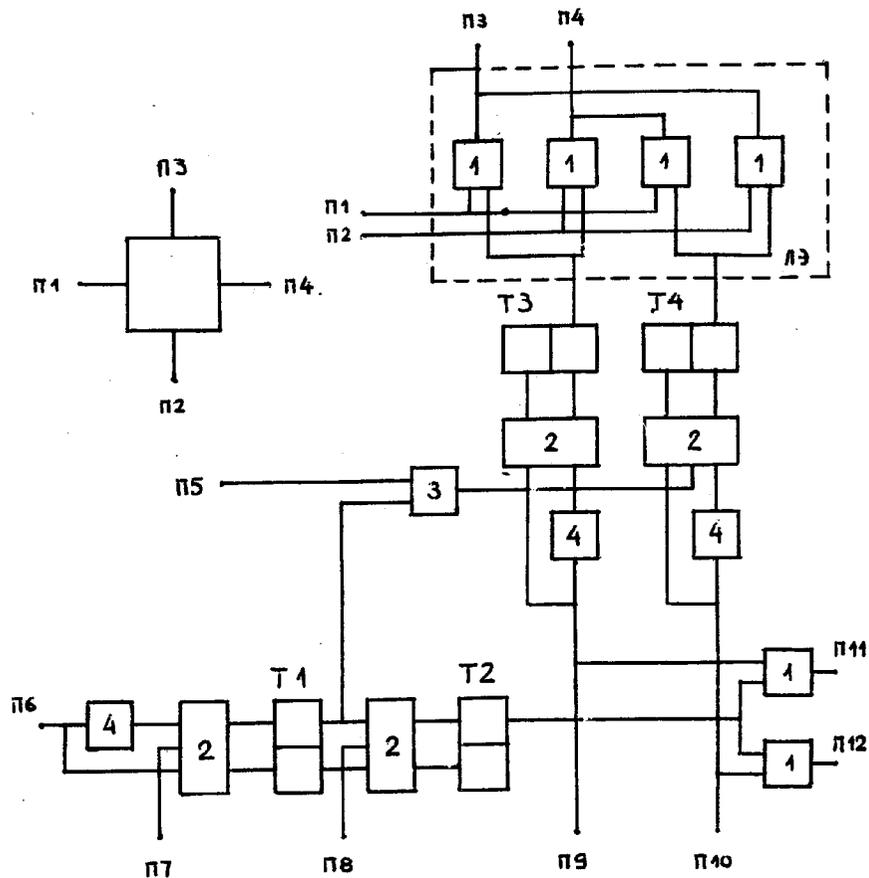


Рис. 4. Блок-схема элемента вычислительной среды

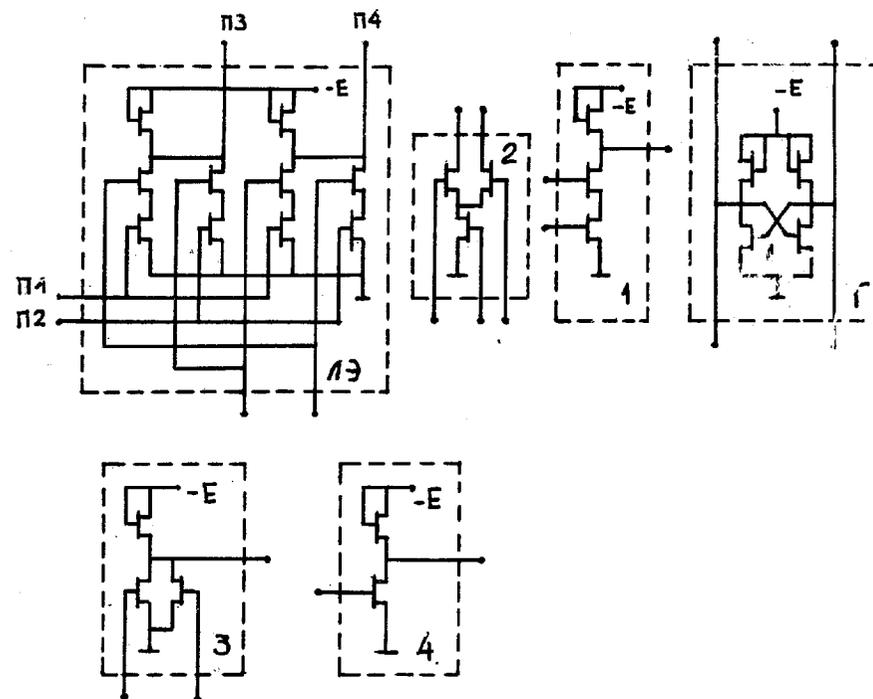


Рис. 5

дет описываться системой трансцендентных уравнений, порядок которой определяется числом узловых точек схемы.

Под узловой точкой понимается точка, не соединенная непосредственно с полюсом источника питания, но соединенная, по крайней мере, с двумя токовыми выводами транзисторов. Алгебраическая сумма токов, протекающих через узловую точку, равна нулю. Например, схема, изображенная на рис. 4, 5, описывается системой из 26 уравнений. Поскольку эта схема имеет восемь входов, на которые может подаваться два сигнала, кодирующие "нуль" и "единицу", то схема соответственно может находиться в  $2^8 = 256$  статических режимах. Таким образом, для исследования всех режимов данной схемы необходимо решить 256

трансцендентных систем 26-го порядка.

Объем вычислений можно значительно сократить, если предварительно разбить схему на блоки. Под блоком понимается часть схемы, все узловые точки которой являются собственными; иначе говоря, все узловые точки блока не являются узловыми точками для другого блока. Все связи между блоками представляют собой соединения узловых точек с затворами транзисторов. Под **минимальным блоком** будем понимать блок, не допускающий разделения на более мелкие блоки. Так, в рассматриваемой здесь схеме можно выделить пять минимальных блоков, схемы которых изображены на рис. 6.

Ниже приведены системы уравнений, описывающих эти блоки.

**Блок 1**

$$\varphi_1(E-U, E-U) - \varphi_2(U-W, U_1-W) = 0,$$

$$\varphi_1(E-U, E-U) - \varphi_3(W, U_2) = 0.$$

**Блок 2**

$$\varphi_1(E-U_1, E-U_1) - \varphi_2(U_1, U_2) - \varphi_5(U_1-W_1, U_1-W) = 0,$$

$$\varphi_3(E-U_2, E-U_2) - \varphi_4(U_2, U_1) - \varphi_6(U_2-W_1, U_2-W) = 0,$$

$$\varphi_5(U_1-W, U_1-W) + \varphi_6(U_2-W, U_2-W) - \varphi_7(W, U_3) = 0.$$

**Блок 3**

$$\varphi_1(E-U, E-U) - \varphi_2(U, U_1) - \varphi_3(U-U_2) = 0.$$

**Блок 4**

$$\varphi_1(E-U, E-U) - \varphi_2(U, U) = 0.$$

**Блок 5**

$$\varphi_1(E-U, E-U) - \varphi_2(U-W_1, U_3-W_1) - \varphi_4(U-W_2, U_4-W_2) = 0,$$

$$\varphi_2(U-W_1, U_3-W_1) - \varphi_3(W_1, U_1) = 0,$$

$$\varphi_4(U-W_2, U_4-W_2) - \varphi_5(W_5, U_2) = 0.$$

Проверка работоспособности схемы элемента после разбиения на блоки включает в себя проверку как отдельных блоков, так и правильности взаимодействия различных блоков. Для данной схемы необходимо проверять блоки под номерами 1, 2 и 5. Проверка блока 2 обусловлена наличием в его схеме триггера. Требуется, чтобы

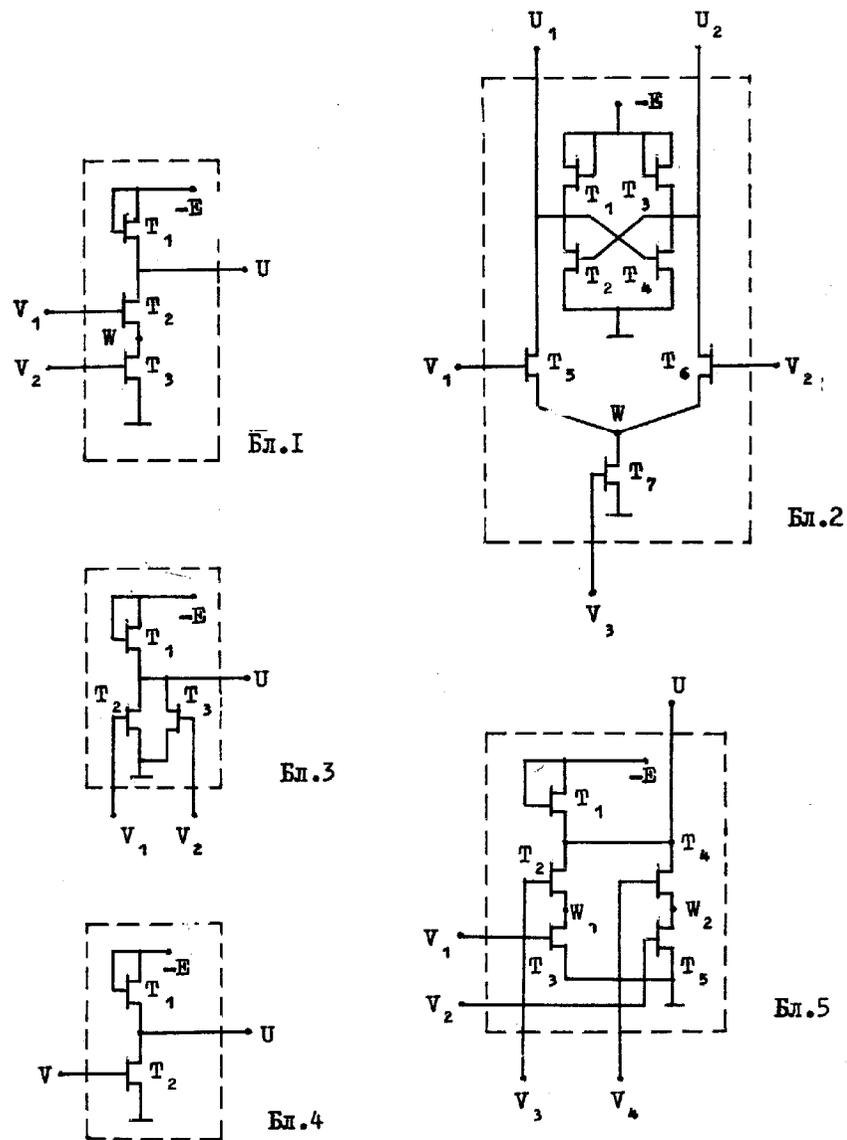


Рис. 6. Отдельные блоки элемента среды

триггер имел два устойчивых состояния и схема позволяла устанавливать его в нужное состояние. Блоки I и 5 проверяются на условие согласованности по уровням "нуля" и "единицы".

Последовательность действий, осуществляемых при проверке этих блоков, приведена в виде блок-схем на рис. 7-9. Верхние индексы 0 или 1 у напряжений  $U_i$  обозначают соответственно напряжение, кодирующее "нуль" или "единицу".

Применение разбиения схемы на блоки позволило все основные вычисления при проверке свести к решению 14 систем transcendentalных уравнений 3-го порядка, 18 систем 2-го порядка и 14 систем 1-го порядка (вместо 256 систем 26-го порядка).

Рассмотрим задачу оптимального выбора уровней "нуля" и "единицы" для схем, изображенных на рис. 4, 5. Метод, используемый для решения этой задачи, без особого труда может быть перенесен на любые другие схемы, собранные из МОП-транзисторов.

Данная схема имеет два типа выходов, к первому из которых относятся выходы ПЗ и П4, ко второму - ПИ1 и ПИ2. Эти выходы являются соответственно выходами блоков 5 и I. Выходы ПЗ и П4 нагружены на входы типа ПИ и П2, а выходы ПИ1 и ПИ2 - на входы типа П6 соседних элементов. Все остальные входы схемы служат для настройки элемента, и напряжения, подаваемые на эти входы, считаются заданными.

Таким образом, для данной схемы требуется задание двух наборов уровней "нуля" и "единицы". Эти наборы, как и ранее, обозначим  $(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)})$ ,  $(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$ . Уровни  $\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)}$  будут использоваться для проверки условий согласованности блока 5, и вероятность того, что блок 5 удовлетворяет этому условию, обозначим через  $p_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)})$ . Аналогично, вероятность того, что блок I удовлетворяет условию согласованности по уровням  $\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}$ , обозначим через  $p_2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$ . Условие согласованности по уровням  $\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}$  должен также удовлетворять вход П6. Вход П6 управляет состоянием триггера и характеризуется граничным напряжением  $U$ . Вероятность  $\rho(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)}, \pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$  того, что элемент вычислительной среды будет удовлетворять условиям согласованности, выразится через выше введенные вероятности по формуле

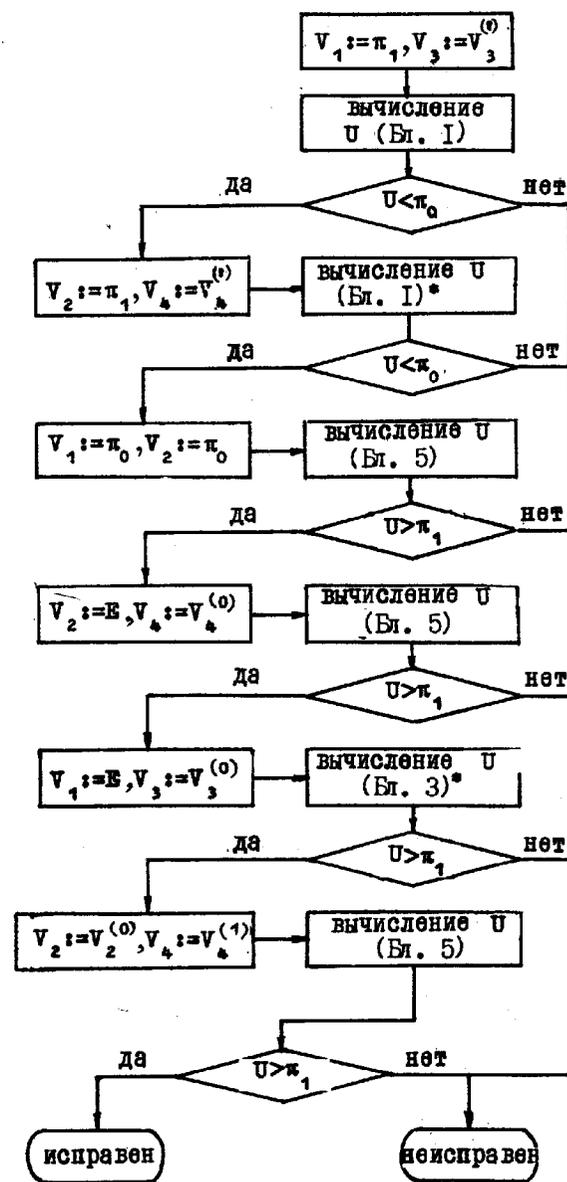


Рис. 7. Блок-схема проверки блоков I и 5

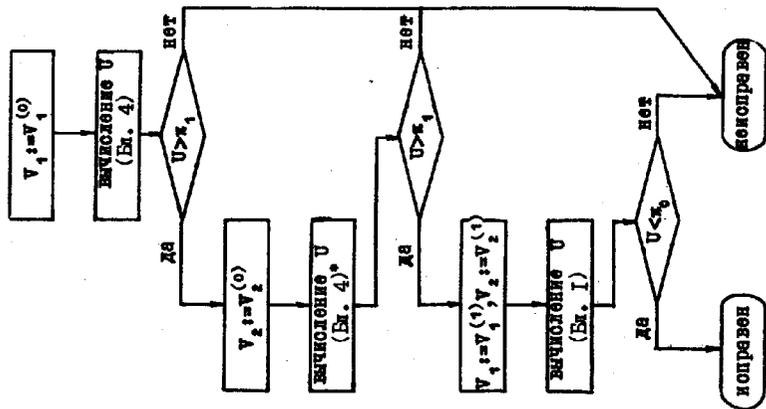


Рис.9.

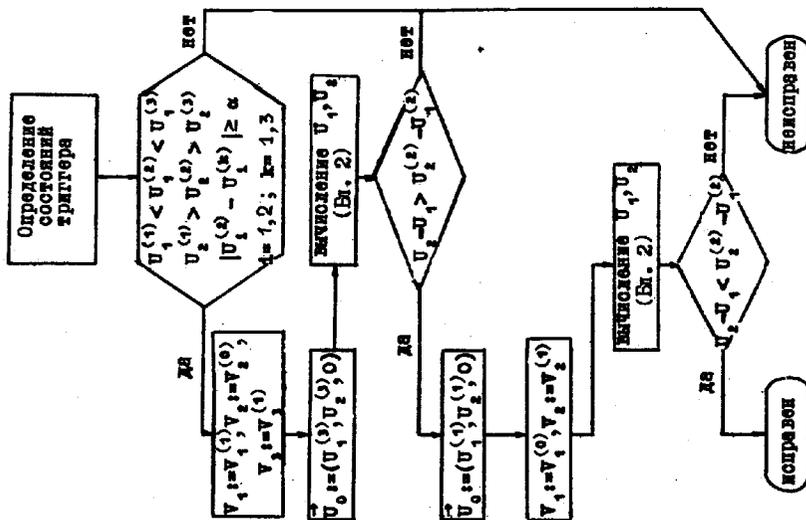


Рис.8.

$$P(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)}, \pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) = P_1^2(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)}) \times$$

$$\times P_2^2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) \cdot P_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) \quad (7)$$

Таким образом, задача оптимального выбора уровней "нуля" и "единицы" сводится к максимизации функции (7). Поскольку первый множитель в правой части (7) не зависит от двух последних, то для нахождения максимума функции (7) достаточно найти максимумы двух функций

$$P_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)}) \quad \text{и} \quad P_2^2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) \cdot P_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}).$$

Непосредственное вычисление этих функций затруднительно. С другой стороны, достаточно просто можно получить оценки их значений, используя метод Монте-Карло. Для этого, моделируя на ЭВМ разброс параметров транзисторов соответствующих блоков, приближенно положим

$$P_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)}) \cong \frac{N_1}{N}, \quad P_2^2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) \cdot P_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) \cong \frac{N_2^2 N_2^1}{N_3},$$

где  $N$  - общее число статистических испытаний,  $N_1 = N_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)})$  - число годных блоков типа 5,  $N_2 = N_2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$  - число годных блоков типа I,  $N_2^1 = N_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$  - число входов И6, удовлетворяющих уровням  $\pi_0^{(2)}$  и  $\pi_1^{(2)}$ .

Таким образом, окончательно задача сводится к максимизации функций

$$N_1 = N_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)}) \quad \text{и} \quad N_2^2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) N_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}).$$

В общем случае для каждого блока, полученного в результате  $i$ -го статистического испытания, можно указать область  $D_i$  тех значений  $\pi_0, \pi_1$ , которым удовлетворяет этот блок. На рис.10 изображена такая область, полученная для блока 5 путем расчетов на ЭВМ. Если для каждого смоделированного блока строить область  $D$ , то после  $N$ -го испытания будет получена последовательность областей  $D_i, i = 1, \dots, N$ , среди которых могут быть и пустые области, и задача оптимального выбора уровней  $\pi_0$  и  $\pi_1$  сведется к поиску точки  $\pi_0^{opt}, \pi_1^{opt}$ , принадлежащей максимальному числу областей  $D_i$ . Таким способом

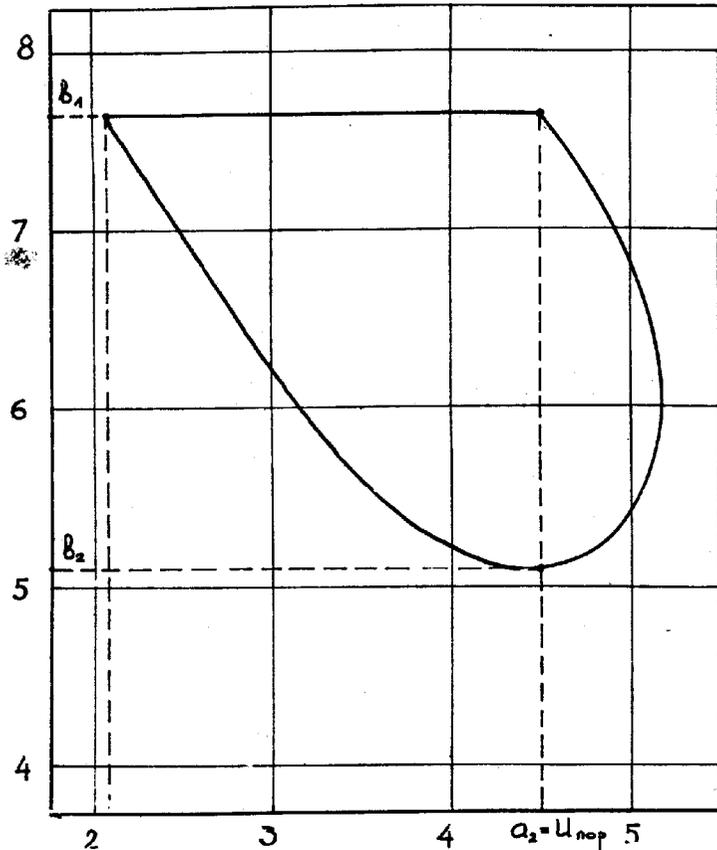


Рис. 10

в следующем параграфе максимизируется число  $N_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)})$ .

Поиск оптимальных значений уровней  $\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}$  может быть осуществлен значительно проще, если учесть, что ПБ характеризуется всего одним числом — напряжением  $U$ . В этом случае статистическим моделированием можно получить набор  $U_i, i = 1, 2, \dots, N$ , этих напряжений, и функция  $N_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$  тогда будет равна числу значений  $U_i$ , попавших в интервал  $(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$ . Далее при моделировании  $N$  блоков типа I для каждого блока вычисляются напряжения  $U_i^{(0)}, U_i^{(1)}, i = 1, \dots, N$ , коди-

руемые "нуль" и "единицу". Функция  $N_2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$  в этом случае будет равна числу интервалов  $(U_i^{(0)}, U_i^{(1)})$ , целиком содержащих интервал  $(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$ . Максимизация выражения

$$N_2^2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) \cdot N_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$$

после этого осуществляется совсем просто.

Для аппроксимации вольт-амперных характеристик транзисторов использовалась следующая функция:

$$\varphi(U_c, U_z) = \begin{cases} \rho \frac{U_c}{U_{пор}} \left[ 2 \frac{U_z}{U_{пор}} - 2 \frac{U_c}{U_{пор}} + \gamma_0 U_c \right], & 0 \leq U_c \leq U_z - U_{пор}, \\ & U_{пор} \leq U_z, \\ \rho \left[ \frac{U_z}{U_{пор}} - 1 \right]^2 + \gamma_0 U_c, & U_z - U_{пор} < U_c, U_{пор} \leq U_z, \\ \gamma_0 U_c, & U_{пор} > U_z. \end{cases}$$

Здесь  $U_c, U_z$  — соответственно напряжения сток-исток и затвор-исток. Параметры транзисторов задаются с помощью коэффициентов  $\rho, U_{пор}, \gamma_0$ . Коэффициент  $\rho$  связан с крутизной характеристики  $\kappa$  формулой:

$$\kappa = \frac{\partial \varphi(U_c, U_z)}{\partial U_z} = 2\rho \frac{U_z - U_{пор}}{U_{пор}^2}, \quad U_z - U_{пор} < U_c, U_{пор} \leq U_z.$$

Параметр  $U_{пор}$  является обычным пороговым напряжением, а  $\gamma_0$  — коэффициент тока утечки транзистора.

При расчетах все эти параметры считались нормально распределенными случайными величинами. Средние значения  $U_{пор}$  и  $\gamma_0$  и дисперсии  $\sigma_U, \sigma_\gamma$  брались одинаковыми для всех транзисторов:

$$U_{пор} = 4,56, \quad \sigma_U = 0,56,$$

$$\gamma_0 = 0,1 \frac{\text{мкА}}{\text{В}}, \quad \sigma_\gamma = 0,02 \frac{\text{мкА}}{\text{В}}.$$

Статистические характеристики параметра  $\rho$  для нагрузочных и основных транзисторов были различными. Для нагрузочных транзисторов  $\bar{\rho} = 50 \text{ мкА}, \sigma_\rho = 10 \text{ мкА}$ , что соответствует

средней крутизне

$$\bar{K} = 5 \frac{\text{мкО}}{\text{б}} \quad \text{и} \quad \sigma_K = 1 \frac{\text{мкО}}{\text{б}}$$

Аналогично для основных транзисторов  
 $\bar{p} = 400 \text{ мкО}$ ,  $\sigma_p = 50 \text{ мкО}$ ,  
 что соответствует средней крутизне

$$\bar{p} = 40 \frac{\text{мкО}}{\text{б}} \quad \text{и} \quad \sigma_p = 5 \frac{\text{мкО}}{\text{б}}$$

На рис. II, а, б приведены линии уровня функции  $N_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)})$ . Значения  $N_1$  на каждом из рисунков получены в результате 500 независимых статистических испытаний. На рис. II, а, б, приведены линии уровня величины

$$N_2^2(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)}) \cdot N_2^1(\pi_0^{(2)}, \pi_1^{(2)})$$

Число статистических испытаний также равно 500.

На основании произведенных испытаний получены следующие оптимальные значения уровней "нуля" и "единиц":

Реализация	$\pi_0^{(1)}$	$\pi_1^{(1)}$
1	3,9в	6,4в
2	3,8в	6,4в

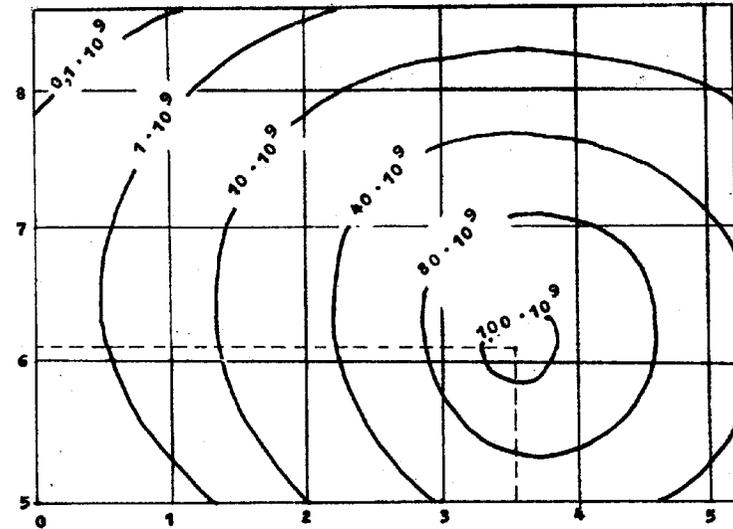
Для второго типа входов и выходов получены следующие значения оптимальных уровней:

Реализация	$\pi_0^{(2)}$	$\pi_1^{(2)}$
1	3,5в	6,1в
2	3,4в	6,1в

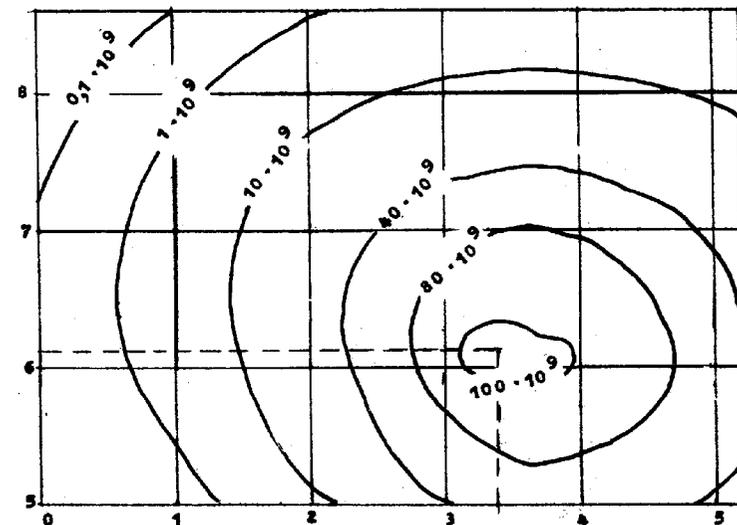
Практическое совпадение результатов в двух реализациях свидетельствует в пользу статистической устойчивости полученных результатов.

### 3. Оптимизация по параметрам

Пусть теперь все требования  $A$ , предъявляемые к элементу, в том числе и уровни "нуля" и "единиц", фиксированы. Тем самым зафиксирована область работоспособности  $G$ , и вероятность  $P = P_A(\alpha_1, \dots, \alpha_2)$  того, что элемент окажется работоспособным, определится по формуле (5). Интеграл, стоящий в этой

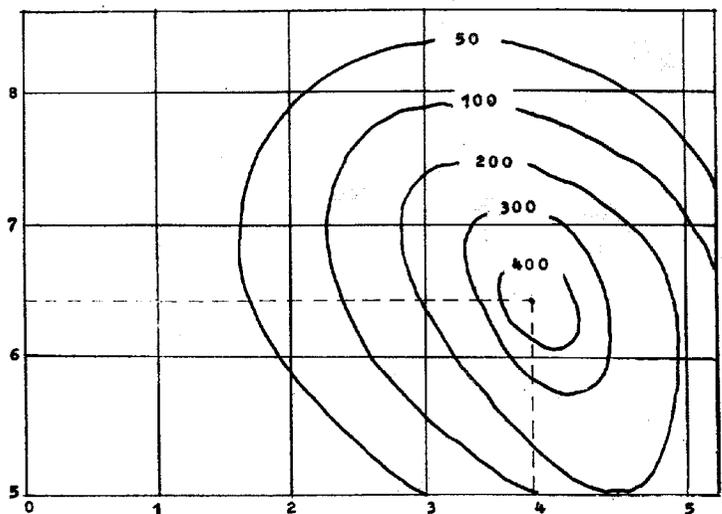


а)

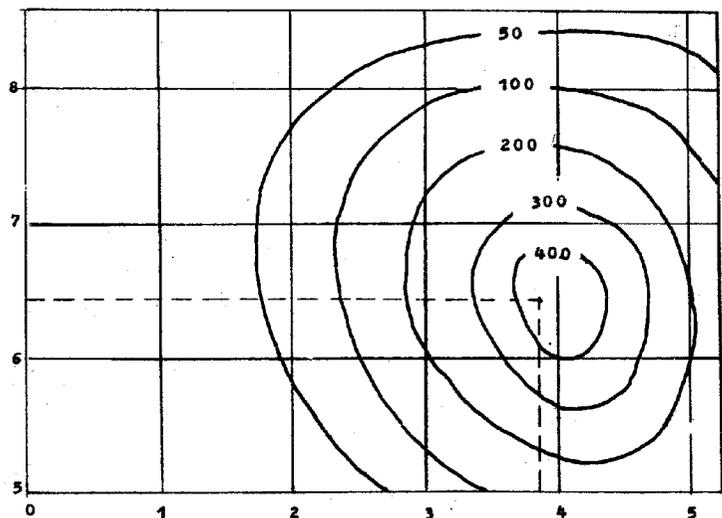


б)

Рис. II. Линии уровня функции  $N_1(\pi_0^{(1)}, \pi_1^{(1)})$ : а) для первой реализации; б) для второй реализации



а)



б)

Рис. 12. Линии уровня функции  $N_2^2(\sigma_0^{(2)}, \sigma_1^{(2)}) \cdot N_2^1(\sigma_0^{(2)}, \sigma_1^{(2)})$ :  
а) для первой реализации; б) для второй реализации

формуле, даже для относительно простых схем имеет большую размерность, и, так как в процессе оптимизации необходимо многократно вычислять значения  $\mathcal{P}$ , использование формулы (5) для оптимизации неприемлемо из-за непомерно больших затрат машинного времени. Другой подход, связанный с оценкой значений  $\mathcal{P}$  методом статистических испытаний, при значениях  $\mathcal{P}$ , близких к единице, требует большого числа испытаний.

Так, если мы оцениваем вероятность  $\mathcal{P}$  с надежностью 0,99 и точностью  $\epsilon = \mathcal{P}(1-\mathcal{P})$ , то при  $0,5 \leq \mathcal{P} \leq 0,9$  потребуется не более 100 статистических испытаний. При значениях  $\mathcal{P} = 1 - 10^{-2}$  число статистических испытаний должно быть уже более 600, а при  $\mathcal{P} = 1 - 10^{-3}$  — около  $7 \cdot 10^3$ .

Поскольку каждое испытание требует, как правило, машинного времени порядка нескольких минут, то при близких к единице значениях  $\mathcal{P}$  метод статистических испытаний в задаче оптимизации приводит к большим затратам машинного времени. Это обстоятельство отмечено, например, в [1]. Следует также добавить, что оптимизация в этом случае должна вестись в обстановке помех, связанных со статистическим способом определения  $\mathcal{P}$ .

Параметры  $\alpha_1, \alpha_2$  в (5) обычно представляют собой средние значения оптимизируемых параметров, причем  $z \leq z_2$ , так как оптимизация может вестись не по всем параметрам элемента. Фиксированные средние значения параметров элемента будем обозначать  $\bar{x}_z$  и, помещая оптимизируемые параметры впереди, весь вектор средних значений параметров элемента будем записывать в виде:

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_2, \bar{x}_{z+1}, \dots, \bar{x}_{z_2}).$$

Поскольку относительно этих средних значений параметры транзисторов имеют разброс, то оптимальная точка должна быть определенным образом максимально удалена от границ области  $G$ . С учетом этого свойства оптимальной точки можно попытаться решить поставленную задачу приближенно. Для этого функцию  $\mathcal{P}$  можно заменить более простой вспомогательной функцией  $\tilde{\mathcal{P}}$  вида:

$$\tilde{\mathcal{P}} = \prod_{i=1}^n \int_{x_i^-}^{x_i^+} p_i(x) dx,$$

где  $p_i(x)$  — плотность распределения  $i$ -го параметра эле-

мента, а  $x_i^-, x_i^+$  - координаты точек пересечения с границей области  $G$  прямой, проходящей через точку

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_2, \bar{x}_{2+1}, \dots, \bar{x}_n)$$

параллельно координатной оси  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Пределы интегрирования  $x_i^-$  и  $x_i^+$  могут быть для некоторых  $i$  бесконечными.

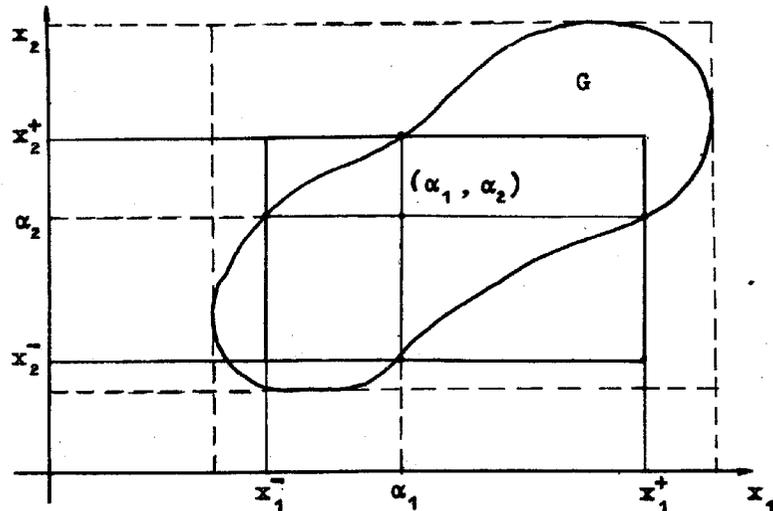


Рис. 13

На рис. 13 приведена иллюстрация вспомогательной функции  $\tilde{D}$  для случая  $n=2=2$ .

Функция  $\tilde{D}$ , таким образом, есть вероятность попадания параметров элемента в прямоугольник

$$[x_1^- \leq x_1 \leq x_1^+; \dots; x_n^- \leq x_n \leq x_n^+]$$

при условии, что центр распределения параметров находится в точке  $(\alpha_1, \dots, \alpha_2, \bar{x}_{2+1}, \dots, \bar{x}_n)$ . Взаимное расположение экстремальных точек функций  $D$  и  $\tilde{D}$  зависит от вида области  $G$  и характера распределения вектора  $(x_1, \dots, x_n)$ . В общем случае эти точки, конечно, не совпадают. Однако из интуитивных соображений ясно, что экстремальная точка функции  $\tilde{D}$  должна находиться где-то вблизи экстремальной точки функции  $D$ . Это позволяет приблизиться к последней, решив задачу об оптимизации

$\tilde{D}$ . Решение этой задачи требует значительно меньше машинного времени, так как вычисление значений функции  $\tilde{D}$  идет гораздо быстрее, чем вычисление значений функции  $D$ .

Для отыскания максимума функции  $\tilde{D}$  можно воспользоваться обычными регулярными методами поиска экстремума. Найдя экстремальную точку для  $\tilde{D}$  и вычисля значения  $D$  в этой и начальной точках, всегда можно проверить, произошло увеличение  $D$  или нет. Если полученное значение  $D$  не достаточно велико, то найденную точку можно использовать как хорошее приближение для дальнейшей оптимизации.

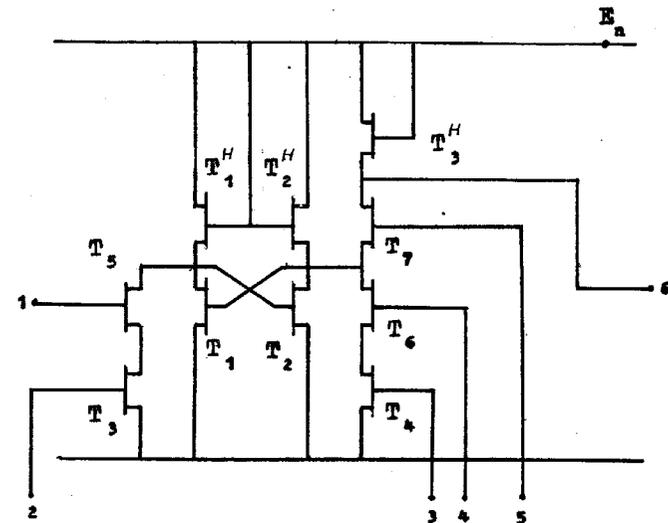


Рис. 14

Рассмотренный здесь метод был применен к элементу, представляющему один разряд регистра параллельного действия (рис. 14).

В качестве начального вектора средних значений параметров регистра взяты следующие значения:

$$u_{пор1}^H = u_{пор2}^H = u_{пор3}^H = 1,5 \text{ в},$$

$$u_{пор4}^H = u_{пор5}^H = u_{пор6}^H = 2,5 \text{ в},$$

$$U_{пор3} = U_{пор4} = U_{пор5} = U_{пор6} = 1,76,$$

$$P_1^H = P_2^H = P_3^H = 20 \text{ мкА},$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = 400 \text{ мкА}, P_7 = 500 \text{ мкА}.$$

Для всех транзисторов  $\sigma_{\beta} = 0,2 \frac{\text{мкА}}{\beta}$ . Значения уровней  $\pi_0$  и  $\pi_1$  взяты равными 1,6 в и 7,4 в, соответственно.

Параметры транзисторов считались нормально распределенными случайными величинами, независимыми в совокупности. Средние значения параметров подчинены ограничениям:

$$1,56 \leq U_{пор_i} \leq 66, 0 \leq P_i \leq 600 \text{ мкА}.$$

Дисперсии параметров взяты равными:

$$\sigma_{U_{пор}} = 0,26, \sigma_{P_1^H} = 1 \text{ мкА}, \sigma_{P_7} = 30 \text{ мкА}, \sigma_{\beta} = 0,02 \frac{\text{мкА}}{\beta}.$$

Оптимизация велась по методу градиента. По точкам разностной схемы оценивался градиент функции  $\tilde{P}$  и производился спуск в найденном направлении. На оценку градиента и спуск вдоль градиента машиной "М-20" затрачивается 20-25 минут времени. Было сделано пять шагов. Значения функции  $\tilde{P}$  изменились следующим образом:

$$\tilde{P}_0 = 0,326704, \tilde{P}_5 = 0,998704.$$

Оптимизируемые параметры изменились так:

$$U_{пор1} = U_{пор2} = 2,4796,$$

$$U_{пор3} = U_{пор4} = 1,7006,$$

$$U_{пор3}^H = 1,5276,$$

$$U_{пор5} = U_{пор6} = 1,7016,$$

$$U_{пор1} = 2,4796,$$

$$P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = 400 \text{ мкА},$$

$$P_3^H = 10,1 \text{ мкА}, P_7 = 500,4 \text{ мкА}, P_1^H = P_2^H = 10,1 \text{ мкА}.$$

В начальной и конечной точках произведено 10 серий статистических испытаний по 100 испытаний в каждой точке. Результаты приведены в таблице:

Номер серии испытаний	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Количество испытаний	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1000
Число отказов до оптимизации	43	54	58	59	39	53	48	41	48	43	486
Число отказов после оптимизации	2	0	0	2	0	1	1	1	2	3	12

#### Л и т е р а т у р а

И. ИВУДУ К.А. Оптимизация устройств автоматики по критерию надежности, "Энергия", М.-Л., 1966.

Поступила в ред.-изд.отд.  
5 апреля 1971 год