

ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КОРОМЫСЛОВЫХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

В.А. Новгородцев

Кулачковые механизмы широко применяются в различных технологических машинах и автоматах для привода исполнительных звеньев. Схема коромыслового кулачкового механизма с роликовым коромыслом представлена на рис.1.

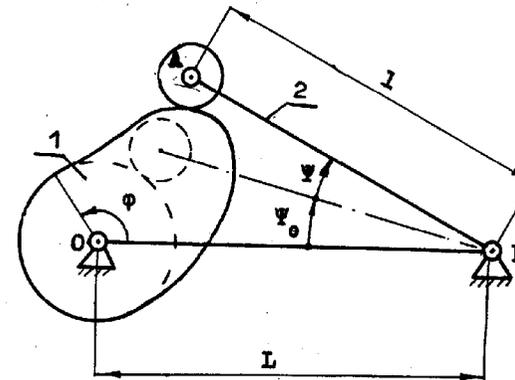


Рис. 1

Кулачок 1, вращаясь, сообщает коромыслу 2 периодическое движение по определенному закону, обусловленному профилем кулачка.

Обычной задачей динамического синтеза рассматриваемых механизмов является определение угла наклона коромысла ψ_0 и величины $\tilde{z} = \frac{z}{L}$ (рис.1) при

заданном законе движения коромысла $\psi(\varphi)$ [1], причем искомые параметры должны удовлетворять условию

$$\max_{\varphi \in [0, 2\pi]} \left| \frac{\tilde{z} \left(\frac{d\psi}{d\varphi} - 1 \right) + \cos(\psi_0 + \psi)}{\sin(\psi_0 + \psi)} \right| \leq \operatorname{tg} \delta, \quad (I)$$

где δ - заданная положительная величина (δ - максимальный угол между нормалью к профилю кулачка и вектором скорости точки A (рис.1)).

При необходимости минимизировать (максимизировать) некоторую целевую функцию $F(x, y_0, \psi(y))$ ($y \in [0, 2\pi]$) динамический синтез кулачковых механизмов превращается в условно-экстремальную задачу [2], причем ограничения являются нелинейными. Заметим, что уже производились попытки решения подобных задач. В [3] отмечается, что определение параметров x и y_0 , удовлетворяющих (I), является "наиболее трудным с позиций математики". Здесь же анализируется возможность применения существующих методов математического программирования для решения указанной задачи. Все эти методы требуют для реализации больших затрат машинного времени, а разработанный автором [3] специальный метод является сложным и, как отмечается в [3], при неблагоприятном сочетании параметров может не привести к решению задачи.

Ниже приводится простой алгоритм приближенного решения задачи, позволяющий быстро определить допустимую область, обусловленную ограничением (I). Потребуем удовлетворения условия (I) в n точках $\psi_i = \psi(y_i)$, $y_i \in [0, 2\pi]$, $i \in [1:n]$, причем число n может быть сколь угодно большим. При этом, введя новые переменные

$$y = \frac{\cos \psi_0}{x}, \quad x = \frac{\sin \psi_0}{x}, \quad (2)$$

из (I) получим $2n$ линейных ограничений:

$$y \leq \operatorname{tg}(\delta + \psi_i)x + \frac{\cos \delta}{\cos(\delta + \psi_i)} \left(1 - \frac{d\psi_i}{dy}\right), \quad i \in [1:n], \quad (3)$$

$$y \geq -\operatorname{tg}(\delta + \psi_j)x + \frac{\cos \delta}{\cos(\delta + \psi_j)} \left(1 - \frac{d\psi_j}{dy}\right), \quad j \in [1:n]. \quad (4)$$

Анализ ограничений (3) и (4) показал, что ограничениям (3) достаточно удовлетворить только при значениях $\frac{d\psi}{dy} \geq 0$, а ограничениям (4) - при $\frac{d\psi}{dy} \leq 0$.

В системе ограничений (3) и (4) всего два переменных параметра, поэтому допустимая область решений лежит внутри плоского выпуклого многоугольника, вершинами которого являются точки пересечения прямых двух семейств

$$y'_i = \alpha'_i x + b'_i, \quad (5)$$

$$y''_j = \alpha''_j x + b''_j, \quad (6)$$

140

$$\alpha'_i = \operatorname{tg}(\delta + \psi_i), \quad b'_i = \frac{\cos \delta}{\cos(\delta + \psi_i)} \left(1 - \frac{d\psi_i}{dy}\right),$$

$$\alpha''_j = -\operatorname{tg}(\delta - \psi_j), \quad b''_j = \frac{\cos \delta}{\cos(\delta - \psi_j)} \left(1 - \frac{d\psi_j}{dy}\right),$$

$$i \in R_1, \quad R_1 = \left\{k \in [1:n] \mid \frac{d\psi_k}{dy} \geq 0, \delta + \psi_k < \frac{\pi}{2}\right\},$$

$$j \in R_2, \quad R_2 = \left\{k \in [1:n] \mid \frac{d\psi_k}{dy} \leq 0\right\}.$$

На рис. 2 прямые семейства (5) показаны штрих-пунктирными

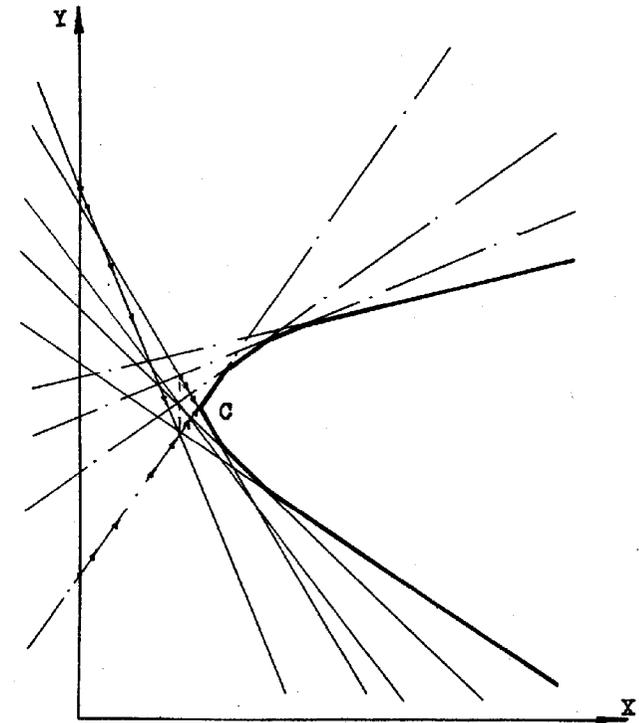


Рис. 2

линиями, а семейства (6) - сплошными. Допустимый многоугольник показан жирными линиями. При $n \rightarrow \infty$ вершины этого многоугольника

образуют выпуклую кривую, точно ограничивающую допустимую область. Так как допустимая область двумерная, то задача может быть приближенно решена графически [1].

Допустимая область, если она существует, является открытой, ее ближайшая к оси y точка C (рис. 2) лежит в первом квадранте и принадлежит одновременно некоторым прямым обоих семейств (5) и (6). Все это приводит к простому алгоритму нахождения допустимой области.

1. Вычисляем векторы коэффициентов уравнений (5) и (6):

$$a' = \{a'_1, a'_2, \dots, a'_n\}, \quad b' = \{b'_1, b'_2, \dots, b'_n\}, \\ a'' = \{a''_1, a''_2, \dots, a''_n\}, \quad b'' = \{b''_1, b''_2, \dots, b''_n\},$$

причем коэффициенты a'_i и a''_i располагаем так, что при $j > i - a'_i < a'_j$ и $a''_i > a''_j$.

2. Находим ближайшую к оси y точку C . Для этого полагаем $x=0$ и находим номер такой прямой $j=j_1$ семейства (6), для которой $y''_{j_1}(0) = \max_{j \in [1:n]} y''_j(0)$, и номер прямой $i=i_1$ семейства (5), для которой $y'_{i_1} = \min_{i \in [1:n]} y'_i(0)$. Определяем координаты x_1 и y_1 точки пересечения прямых i_1 и j_1 . Полагая $x=x_1$, находим номера прямых $j=j_2$ и $i=i_2$, исходя из соотношений

$$y''_{j_2}(x_1) = \max_{j \in [j_1:n]} y''_j(x_1), \quad y'_{i_2} = \min_{i \in [i_1:n]} y'_i(x_1).$$

Этот процесс повторяем, пока не получим точку $C(x_c, y_c)$, для которой

$$y_c = \max_{j \in [j_c:n]} y''_j(x_c) = \min_{i \in [i_c:n]} y'_i(x_c).$$

3. Последовательно, начиная с точки C , определяем вершины нижней ветви допустимого многоугольника, как точки пересечения (y_k, x_k) прямых семейства (6) $y''_{j_k}(x)$ и $y'_{j_k+i_k}(x)$, где $j_k = j_{k-1} + i_{k-1}$, а i_k - минимальное число, при котором выполняется условие

$$y''_{j_k}(x_k) = y'_{j_k+i_k}(x_k) = \max_{j \in [j_k+1:n]} y''_j(x_k).$$

Аналогично определяются вершины верхней ветви допустимого многоугольника, как точки пересечения прямых семейства (5).

Для большинства задач проектирования кулачковых механизмов оптимальные значения x, y лежат на нижней ветви допустимого многоугольника. Так, минимизация реакции в высшей паре эквивалентна задаче отыскания ближайшей к началу координат точки допустимого многоугольника. При минимизации габаритов механизма оптимальное решение лежит на нижней ветви между названной выше точкой и точкой C (рис. 2), ближайшей к оси y (в ряде случаев эти точки совпадают).

Предложенный выше алгоритм легко реализуется при помощи ЭВМ. Время, затрачиваемое на определение допустимого многоугольника, образованного пятьюдесятью прямыми семейства (5) и пятьюдесятью - семейства (6), равно десятым долям секунды (ЭВМ "М-220"), что позволяет решать сложные задачи оптимального проектирования и полностью автоматизировать проектирование кулачковых механизмов.

Автором была решена задача проектирования оптимальных кулачковых механизмов, являющихся частью дифференциальных кулачково-зубчатых механизмов периодического поворота [4]. При решении задачи максимизировалась функция $F = \bar{x} \Psi_{max}$ при ограничении (I). Эта задача сложнее обычной задачи динамического синтеза, в которой размах коромысла (Ψ_{max}) является фиксированной величиной, и без ЭВМ решена быть не может.

Л и т е р а т у р а

1. АРТОВОЛЕВСКИЙ И.И. Теория механизмов. Изд-во "Наука", 1969.
2. БИАНКО А., МАК-КОРМИК Г. Нелинейное программирование. Изд-во "Мир", 1972.
3. ВОСКРЕСЕНСКИЙ М.И. Проектирование кулачковых механизмов цифровыми вычислительными машинами. Изд-во "Машиностроение", 1967.
4. ЦЕЙТЛИН Г.Е. Кулачково-зубчато-рычажные механизмы периодического движения. Сб. "Механика машин", Изд-во "Наука", 1967, вып. II-12.

Поступила в ред.-изд.отд.
17 апреля 1973 года