УДК 621.382.32

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМЫХ РАЗМЕРОВ КОМПОНЕНТОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ

В.Г.Хрущев

Для уменьшения площади кристалла ИС необходимо минимизировать размеры компонентов геометрической конструкции и расстояния между ними. Однако размеры компонентов и расстояния между ними, обеспечивающие реализуемость и работоспособность схемы, должны выбираться с некоторым запасом, компенсирующим влияние разбросов, вносимых несовершенством технологии. В данной работе рассматривается один из методов определения минимально допустимых размеров компонентов геометрической конструкции и расстояний между ними. Исходными данными при решении этой задачи служат:

1) относительное взаимное положение компонентов геометрической конструкции;

2) ограничения на их размеры и на расстояния между ними, налагаемые условиями работоспособности электрической схемы и возможностями технологического оборудования;

3) величины смещения границ компонентов геометрической конструкции при выполнении технологических операций.

Относительное взаимное положение компонентов геометрической конструкции будем определять по эскизу геометрической конструкции, который описывает ее без учета точных размеров.

Введем модель геометрической конструкции.

Пусть на плоскости задана система прямоугольных координат. Мы будем предполагать, что все компоненты геометрической конструкции являются плоскими фигурами, которые могут быть

представлены конечным числом прямоугольников со сторонами, параллельными координатным осям. Назовем эти прямоугольники элементарными компонентами геометрической конструкции. Будем считать, что в геометрической конструкции может быть выделено конечное число слоев таким образом, что к одному её слою будут относиться компоненты, получаемые одновременно с помощью одних и тех же технологических операций; каждому слою присвоим номер в соответствии с очередностью формирования слоев в процессе изготовления кристалла ИС. Будем различать зависимые и независимые компоненты геометрической конструкции: технологически связанными (или просто связанными) компонентами геометрической конструкции будем называть пару компонентов, один из которых, независимый для данной пары, используется для формирования другого-зависимого компонента; эти же названия сохраним за слоями геометрической конструкции, содержащими соответствующие компоненты. Примером зависимых слоев могут служить слои диффузионных областей кристалла ИС.

В общем случае элементарный компонент α_i геометрической конструкции будем описывать в виде:

$$\alpha_i\,(a_i;\ b_i;\ g),$$

где i – номер компонента;

a_i – номер слоя геометрической конструкции, которому принадлежит компонент α_i ;

b_i – переменная, показывающая, на каком уровне рассматривается геометрическая конструкция; мы будем считать, что описание компонента соответствует заданию его при

$$b_i = \begin{cases} 0 - \text{на исходном чертеже;} \\ 1 - \text{на рабочем фотошаблоне;} \\ 2 - \text{на кристалле ИС;} \end{cases}$$

g – переменная, с помощью которой мы будем выделять интересующие нас сочетания значений случайных составляющих погрешностей, возникающих в процессе изготовления ИС; будем считать, что эти составляющие погрешности при

$$g = \begin{cases} -1 - \text{уменьшают расстояние между двумя ограничивающими прямыми (т.е. уменьшают площадь компонента);} \\ 0 - \text{не изменяют расстояние между ограничивающими прямыми;} \\ 1 - \text{увеличивают расстояние между ограничивающими прямыми.} \end{cases}$$

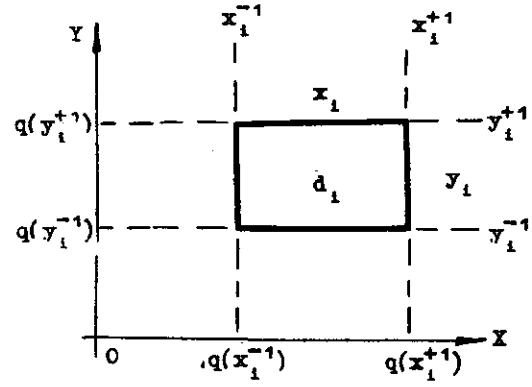


Рис. I

В дальнейшем будем допускать сокращенное описание компонентов геометрической конструкции, опуская переменные в скобках, если они не требуются для изложения.

Прямые, ограничивающие элементарный компонент d_i геометрической конструкции, будем описывать в виде $W_i^{V_i}$, где W-символ той из координатных осей X и Y, которой перпендикулярна рассматриваемая прямая; V_i – переменная, указывающая взаимное положение компонента d_i и ограничивающей его прямой: при $V_i = -1$ прямая ограничивает элементарный компонент со стороны меньших, а при $V_i = +1$ – со стороны больших значений координаты W (на рис.I, например, прямая x_i^{-1} соответствует случаю $W = x$, $V = -1$).

Координату границы элементарного компонента d_i геометрической конструкции будем обозначать через $q(W_i^{V_i})$.

Введем функцию:

$$U(W_i^{V_i}, W_j^{V_j}) = \begin{cases} -1, & \text{если} \quad q(W_i^{V_i}) > q(W_j^{V_j}), \\ +1, & \text{если} \quad q(W_i^{V_i}) \le q(W_j^{V_j}). \end{cases}$$

В случаях, когда ясно, о каких границах компонентов идет речь, будем допускать обозначение: $U(W_i^{V_i}, W_j^{V_j}) = U_{ij}$.

Очевидно, что введенная функция обладает следующим свойством: если $U(W_i^{V_i}, W_j^{V_j}) = U(W_j^{V_j}, W_k^{V_k})$, то $U(W_i^{V_i}, W_k^{V_k}) = U(W_i^{V_i}, W_j^{V_j})$. Функция U определяется для тех пар ограничивающих прямых, взаимное положение которых существенно с точки зрения геометрической конструкции.

Две прямые $W_i^{V_i}$ и $W_j^{V_j}$, ограничивающие компоненты d_i и d_j, будем называть соседними, если для них определено значение функции $U(W_i^{V_i}, W_j^{V_j})$ и не существует элемента $W_k^{V_k}$, для которого выполняется соотношение: $U(W_i^{V_i}, W_k^{V_k}) = U(W_k^{V_k}, W_j^{V_j})$.

Два компонента геометрической конструкции будем называть соседними, если являются соседними хотя бы две ограничивающие их прямые.

Функция U, заданная на множестве пар границ элементарных компонентов, определяет их взаимное положение; при этом для полного описания взаимного положения границ элементарных компонентов достаточно задать значения функции U только для границ соседних компонентов; значения функции U для границ других пар компонентов могут быть вычислены в соответствии с указанным выше свойством функции U.

Введем также функцию S, характеризующую взаимное положение элементарных компонентов вдоль оси W. Обозначим каждую пару границ элементарного компонента d_i, перпендикулярных оси W, через W_i; функцию $S(W_i, W_j)$ определим следующей таблицей:

$U(W_i^{-1},W_j^{-1})$	$U(W_i^{+1},W_j^{+1})$	$U(W_i^{-1},W_j^{+1})$	$U(W_i^{+1},W_j^{-1})$	$S(W_i,W_j)$
+I	+I	+I	-I	+I
-I	+I	+I	-I	+3
+I	-I	+I	-I	-3
-I	-I	+I	-I	-I
+I	+I	+I	+I	+2
-I	-I	-I	-I	-2

На рис.2 показано взаимное положение элементарных компонентов вдоль оси W для различных значений функции $S(W_i, W_j)$. Моделью геометрической конструкции назовем совокупность $\{D, S_X, S_Y\}$, где D – множество элементарных компонентов геометрической конструкции, а S_X и S_Y – функции S, определенные для координатных осей X и Y, соответственно. Введенная модель описывает эскиз геометрической конструкции в удобной для ЦВМ форме.

На рис.3,а в качестве примера приведен эскиз геометрической конструкции МДП-транзистора с металлизированными контактами к областям истока и стока для технологии с кремниевым са-

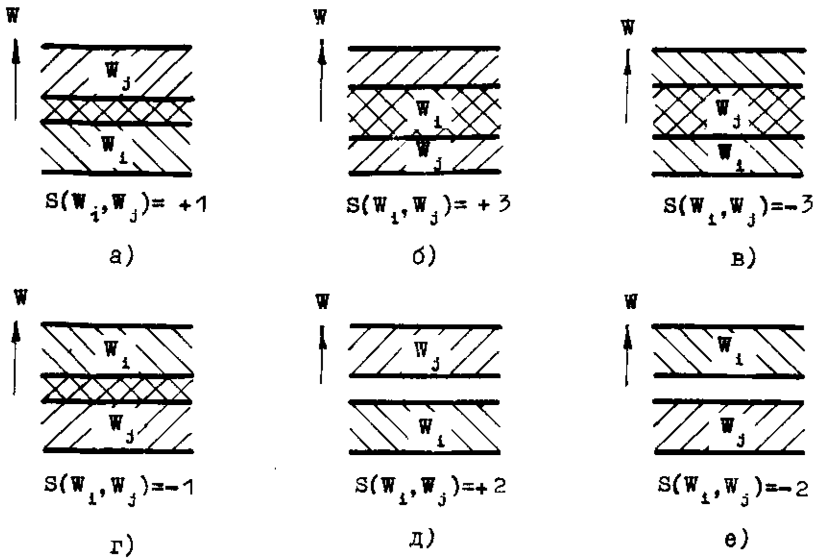
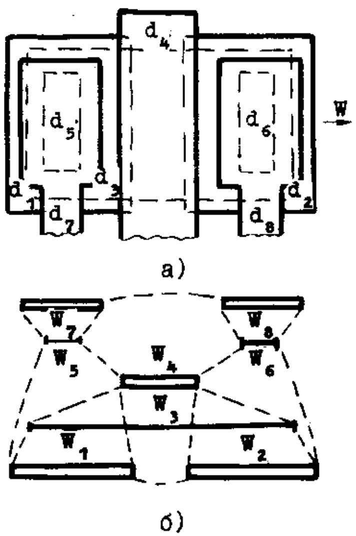


Рис.2



$W_i \backslash W_j$	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8
W_1		+2	+1	+1	−3			
W_2	−2		−1	−1		−3		
W_3	−1	+1		−3				
W_4	−1	+1	3		−2	+2		
W_5	+3			+2			+3	
W_6		+3		−2				+3
W_7					−3			+2
W_8						−3	−2	

в)

Рис. 3

мосовмещающимся затвором; на рис. 3,б приведен схематический разрез кристалла этого МДП-транзистора вдоль оси W вертикальной плоскостью. Рис.3,в дает таблицу $S(W_i, W_j)$ для сечения в направлении оси W.

Так как задание геометрической конструкции с помощью функции S допускает более компактную запись информации, оно оказывается предпочтительнее задания ее с помощью функции U. Значения функции U для отдельных прямых, ограничивающих элементарные компоненты, которые нам потребуются в дальнейшем, могут быть легко восстановлены по известным значениям функции S с помощью таблицы.

Действие погрешностей сводится к смещению границ компонентов геометрической конструкции относительно их положения на исходном чертеже. Так как величины погрешностей не зависят от положения ограничивающей прямой, мы можем записать:

$$q[W_i^{V_i}(\alpha_i,b,g)]=q[W_i^{V_i}(\alpha_i,0,0)]+\Delta q[W_i^{V_i}(\alpha_i,b,g)], \qquad (1)$$

где $q[W_i^{V_i}(\alpha_i,0,0)]$ – координата прямой $W_i^{V_i}$ на исходном чертеже геометрической конструкции; $\Delta q[W_i^{V_i}(\alpha_i,b,g)]$ – смещение прямой $W_i^{V_i}$ под действием погрешностей.

Введем функцию $R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U_{ij}^*,b,g)$, заданную на парах прямых $W_i^{V_i}(\alpha_i,b,g)$ и $W_j^{V_j}(\alpha_j,b,g)$:

$$R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U_{ij}^*,b,g)=R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U_{ij}^*,0,0)+$$
$$+\Delta R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U_{ij}^*,b,g), \qquad (2)$$

где
$$R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U_{ij}^*,0,0)=U_{ji}^*q[W_i^{V_i}(\alpha_i,0,0)]+$$
$$+U_{ij}^*\cdot q[W_j^{V_j}(\alpha_j,0,0)];$$
$$\Delta R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U_{ij}^*,b,g)=F\{U_{ji}^*\cdot\Delta q[W_i^{V_i}(\alpha_i,b,g_i)],$$
$$U_{ij}^*\cdot\Delta q[W_j^{V_j}(\alpha_j,b,g_j)]\}.$$

Здесь использованы следующие обозначения:

F – некоторая функция двух переменных, определяющая изменение расстояний между прямыми $W_i^{V_i}$ и $W_j^{V_j}$ по известным величинам смещения этих прямых под действием погрешностей;

U^*_{ji} и U^*_{ij} - значения функций U_{ji} и U_{ij}, заданные эскизом геометрической конструкции;

g_i и g_j - такие функции переменной g, что при $g = +1$ случайные составляющие погрешностей способствуют увеличению, а при $g = -1$ - уменьшению значения функции R.

Функция R равна расстоянию между прямыми $W_i^{V_i}$ и $W_j^{V_j}$, если $U[W_i^{V_i}(a_i, b, g), W_j^{V_j}(a_j, b, g)] = U^*_{ij}$; в противном случае она принимает значение, равное отрицательной величине расстояния между прямыми $W_i^{V_i}$ и $W_j^{V_j}$. Величины $\Delta R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, b, g)$ при отработанной технологии задаются на основании опыта создания схем. Пример расчета их для новой технологии при известных величинах погрешностей, вносимых технологическим оборудованием, приведен в приложении (см.стр.104).

Требования к геометрической конструкции со стороны технологии изготовления и электрических свойств ИС будем задавать в виде соответствующих таблиц ограничений, содержащих предельные значения размеров компонентов и расстояний между ними на исходном чертеже, фотошаблонах и кристалле ИС в виде величин расстояний между соответствующими прямыми.

Будем в дальнейшем считать, что минимально допустимые размеры компонентов геометрической конструкции вдоль одной из координатных осей не зависят от их размеров вдоль другой оси. Это позволяет определить минимально допустимые размеры отдельно вдоль каждой из координатных осей.

Задача определения минимально допустимых размеров компонентов геометрической конструкции и расстояний между ними сводится к задаче выбора таких минимальных расстояний между прямыми, ограничивающими элементарные компоненты на исходном чертеже геометрической конструкции, при которых не нарушается ни одно из ограничений, заданных таблицами технологических и электрических ограничений, и не изменяется взаимное положение компонентов на кристалле ИС при неблагоприятных сочетаниях величин погрешностей, возникающих в процессе изготовления ИС. Эти условия могут быть записаны в виде следующей системы неравенств:

$$\left.\begin{aligned} &R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, 2, -1) \geq \max\{O_T^K(i,j);\ O_Э^K(i,j)\},\\ &R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, 1, -1) \geq O_T^Ф(i,j),\\ &R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, 0, 0) \geq O_T^Ч(i,j), \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где i и j - номера компонентов геометрической конструкции, которые являются или соседними, или на них наложены ограничения, $O_T^K(i,j)$, $O_Э^K(i,j)$, $O_T^Ф(i,j)$ и $O_T^Ч(i,j)$ - ограничения, наложенные на расстояния между ограничивающими прямыми $W_i^{V_i}$ и $W_j^{V_j}$ на кристалле (индекс K), фотошаблоне (индекс Ф) или исходном чертеже (индекс Ч) со стороны технологии изготовления (индекс Т) и электрических свойств (индекс Э) схемы ИС. В (3) принято $g = -1$ для выделения минимальных значений расстояния. Подставив в (3) значение R из (2) и сохранив только знак равенства, после преобразования получим:

$$R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, 0, 0) = \max\{-\Delta R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, 2, -1) +$$

$$+ \max[O_T^K(i,j),\ O_Э^K(i,j)];$$

$$-\Delta R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, 1, -1) + O_T^Ф(i,j);\ O_T^Ч(i,j)\}. \quad (4)$$

Теперь задача определения минимально допустимых расстояний между компонентами геометрической конструкции в направлении выбранной оси координат может быть сведена к задаче сетевого планирования следующим образом. Поставим в соответствие вершинам некоторого графа прямые, ограничивающие элементарные компоненты геометрической конструкции и перпендикулярные выбранной оси координат; две вершины будем считать соединенными ребром, если соответствующие им прямые являются соседними или на расстояние между ними наложены ограничения. Каждому ребру полученного графа припишем вес, равный значению функции $R(a_i, a_j, V_i, V_j, U^*_{ij}, 0, 0)$, определяемому формулой (4). Ориентация может быть введена, например, следующим образом: ребро, соединяющее вершины, соответствующие прямым $W_i^{V_i}$ и $W_j^{V_j}$, исходит из вершины, соответствующей ограничивающей прямой $W_i^{V_i}$, если $U^*(W_i^{V_i}, W_j^{V_j}) = +1$, и заходит в нее, если $U^*(W_i^{V_i}, W_j^{V_j}) = -1$.

Расстояние между двумя прямыми, ограничивающими элементарные компоненты, определяется построением критического пути на введенном графе. Особенностью рассматриваемой задачи является наличие связанных компонентов геометрической конструкции. Так как расстояние между связанными компонентами зависит только от технологии изготовления ИС и не может быть изменено конструктором, необходимо ввести следующее дополнительное правило: любое изменение положения прямой, ограничивающей один из связанных компонентов геометрической конструкции, вызывает такое же изменение положения прямой, ограничивающей второй связанный компонент (так что в результате расстояние между ними остается неизменным).

Введем обозначения:

$$Q_i^M = q^M(W_i^{V_i}); \quad Q_i^Б = q^Б(W_i^{V_i});$$

$$R_{ij}^0 = R(\alpha_i, \alpha_j, V_i, V_j, u_{ij}, 0, 0),$$

где индексы М и Б введены для обозначения соответственно наименьшего и наибольшего из всех допустимых значений координаты ограничивающей прямой $W_i^{V_i}$.

Обозначим через B^H множество вершин, у которых нет ни одной входящей дуги, а через B^K – множество вершин, у которых нет ни одной исходящей дуги.

Процесс построения критического пути начинается от вершин множества B^H. Положим $Q_i^M = 0$, если $i \in B^H$, и $Q_i^Б = \max Q_j^M$, если $i \in B^K$. Вычисления производятся по формулам:

$$Q_i^M = \max\{\max_{j \in N_i}(Q_j^M + R_{ji}^0); Q_k^M - R_{ki}^0\};$$

$$Q_i^Б = \min\{\min_{j \in L_i}(Q_j^Б - R_{ji}^0); Q_k^Б + R_{ki}^0\},$$

где N_i – множество вершин графа, из которых выходят дуги, входящие в вершину i; L_i – множество вершин графа, в которые

входят дуги, выходящие из вершины i; k – индекс вершины, в которую идет дуга из вершины i и которая вместе с вершиной с индексом i соответствует паре связанных ограничивающих прямых; если такой вершины для данной вершины k не существует, то в формулах сохраняется только первый член в фигурных скобках. Для вершин, принадлежащих критическому пути, выполняется соотношение $Q_i^M = Q_i^Б$. Расстояние между ограничивающими прямыми определяется однозначно, если обе соответствующие им вершины принадлежат критическому пути; в противном случае в процессе вычисления оказывается возможным кроме минимально допустимых расстояний указать пределы, в которых можно изменять эти расстояния, не меняя их между другими ограничивающими прямыми.

Найденные величины размеров компонентов геометрической конструкции и расстояний между ними используются при разработке окончательной геометрической конструкции ИС.

Литература

1. ВАЛИЕВ К.А., КАРМАЗИНСКИЙ А.Н., КОРОЛЕВ М.А. Цифровые интегральные схемы на МДП-транзисторах. М., "Сов.радио", 1971.

2. Kritisher Weg und PERT. – In: Planung und Leitung der Volkswirschaft. Heft 5, Verlag die Wirschaft, Berlin, 1966.

Поступила в ред.-изд.отд.
3 февраля 1975 года

Учет влияния погрешностей

Выведем сначала формулу для расчета величины $\Delta q[W^V(\alpha,b,q)]$; будем описывать ее в виде:

$$\Delta q\,[W^V(\alpha,b,q)] = E^+(b-1)\sum_{\mu}\delta_\mu(V,\alpha,q) + E^+(b-2)\sum_{\nu}\delta_\nu(V,\alpha,q), \quad (\text{П.I})$$

где $\delta_\nu(V,\alpha,q)$ и $\delta_\mu(V,\alpha,q)$ – погрешности, рассматриваемые как функции величины V, α и q;

$E(x)$ – функция, используемая для учета соответствующих составляющих погрешностей при рассмотрении случаев принадлежности компонентов геометрической конструкции исходному чертежу, фотошаблону или кристаллу ИС:

$$E(x) = \begin{cases} \text{I, если } x \geq 0; \\ 0, \text{ если } x < 0, \end{cases}$$

μ и ν – номера операций, используемых для получения рабочего фотошаблона и кристалла ИС, соответственно.

Все погрешности разделяются на случайные и систематические. Благодаря идентичности технологических процессов и оборудования, используемых для изготовления фотошаблонов, случайные составляющие погрешности могут считаться независящими от номера слоя геометрической конструкции. Систематические погрешности не зависят от величины q (в соответствии с ее определением). Мы будем учитывать следующие погрешности, объединив, где это возможно, составляющие погрешностей, возникающие при выполнении операций, используемых для получения одного и того же объекта:

$\delta_{РФ}(V,q)$ – случайная составляющая погрешности определения положения границы компонента на рабочем фотошаблоне, учитывающая неточность разметки и изготовления промежуточного, базового и рабочего фотошаблонов;

$\delta_{ИФ}(V,\alpha)$ – систематическая составляющая погрешности, учитывающая неточность изготовления промежуточного, базового и рабочего фотошаблонов;

$\delta_М(V,q)$ – случайная погрешность, возникающая в процессе мультипликации фотошаблонов;

$\delta_С(V,\alpha,q)$ – случайная погрешность совмещения фотошаблонов;

$\delta_{ИН}(V,\alpha)$ – систематическая погрешность изготовления компонента, принадлежащего независимому слою геометрической конструкции;

$\delta_{ИЗ}(V,\alpha)$ – систематическая погрешность изготовления компонента, принадлежащего зависимому слою.

Систематические погрешности можно представить в виде.

$$\delta_\xi(V,\alpha) = \varphi_\xi(V,\alpha)\cdot\Delta_\xi(\alpha),$$

где $\Delta_\xi(\alpha)$ – величина систематической погрешности, возникающей в процессе выполнения ξ-й технологической операции;

$\varphi_\xi(V,\alpha)$ – функция, учитывающая знак приращения координаты границы компонента геометрической конструкции, обусловленного погрешностью $\Delta_\xi(\alpha)$.

Анализ различных случаев появления погрешностей приводит к следующим выражениям для этих функций:

$$\varphi_{ИФ}(V,\alpha) = \beta_{ИФ}(\alpha^0)\cdot\gamma_{ИФ}(\alpha^0)\cdot V^0,$$

$$\varphi_{НН}(V,\alpha) = \beta_{НН}(\alpha^0)\cdot\gamma_{НН}(\alpha^0)\cdot V^0,$$

$$\varphi_{ИЗ}(V,\alpha) = \beta_{ИЗ}(\alpha)\cdot\gamma_{ИЗ}(\alpha)\cdot V\cdot\theta(\alpha),$$

где $\beta(\alpha)$ – функция, показывающая, что считается компонентом геометрической конструкции: участок слоя вещества или "окно" в таком слое:

$$\beta(\alpha) = \begin{cases} +\text{I, если компонентом геометрической конструкции является участок слоя, занятый веществом;} \\ -\text{I – в противном случае;} \end{cases}$$

$\gamma(\alpha)$ – функция, определяющая направление смещения границы компонента геометрической конструкции, вызванного действием погрешности:

$$\gamma(\alpha) = \begin{cases} +\text{I, если под влиянием погрешности площадь участка слоя, занятого веществом, увеличивается;} \\ -\text{I, если эта площадь уменьшается;} \end{cases}$$

α^0 и V^0 – соответственно номер слоя и тип границы компонента, используемого для формирования границы зависимого компонента $W^V(\alpha)$; для компонентов, не являющихся зависимыми, примем: $\alpha^0 = \alpha$; $V^0 = V$;

$\theta(\alpha)$ – функция, выделяющая зависимые слои геометрической конструкции:

$$\theta(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{если } \alpha^0 \neq \alpha; \\ 0, & \text{если } \alpha^0 = \alpha, \end{cases}$$

Теперь выражение (III) может быть записано в виде:

$$\Delta g[W^V(\alpha,\beta,g)] = E(\beta-1)\cdot[\delta_{p\phi}(V^0,g) + \delta_M(V^0,g) + \varphi_{H\phi}(V,\alpha)\cdot\Delta_{H\phi}] + E(\beta-2)\cdot[\delta_C(V^0,\alpha^0,g) + \varphi_{HH}(V,\alpha)\cdot\Delta_{HH}(\alpha^0) + \varphi_{H3}(V,\alpha)\cdot\Delta_{H3}(\alpha)]. \quad (\text{П.2})$$

При расчете на худший случай функции $\delta_{p\phi}(V^0,g)$, $\delta_M(V^0,g)$ и $\delta_C(V^0,\alpha^0,g)$ заменяются величинами, соответствующими наиболее неблагоприятным сочетаниям величин погрешностей. Анализ действия погрешностей приводит к следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \delta_{p\phi}(V^0,g) &= g\cdot V^0\cdot\Delta_{p\phi}, \\ \delta_M(V^0,g) &= g\cdot V^0\cdot\Delta_M, \\ \delta_C(V^0,\alpha^0,g) &= g\cdot V^0\cdot\alpha^0\cdot\Delta_C, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

где $\Delta_{p\phi}$, Δ_M и Δ_C – максимально возможные величины погрешностей разметки фотошаблонов, мультипликации и совмещения, соответственно.

Подставляя эти выражения в (П2), получим:

$$\Delta g[W^V(\alpha,\beta,g)] = E(\beta-1)\cdot[g\cdot V^0(\Delta_{p\phi}+\Delta_M) + \varphi_{H\phi}(V,\alpha)\cdot\Delta_{H\phi}] + E(\beta-2)\cdot[g\cdot V^0\cdot\alpha^0\cdot\Delta_C + \varphi_{HH}(V,\alpha)\cdot\Delta_{HH}(\alpha^0) + \varphi_{H3}(V,\alpha)\cdot\Delta_{H3}(\alpha)]. \quad (\text{П.4})$$

Выражение для $\Delta R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U^*_{ij},\beta,g)$ запишется в виде:

$$\begin{aligned} \Delta R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U^*_{ij},\beta,g) = {} & E(\beta-1)\cdot\{U^*_{ji}\cdot[\delta_{p\phi}(V_i^0,g_i) + \varphi_{H\phi}(V_i,\alpha_i)\cdot\Delta_{H\phi}] + U^*_{ij}[\delta_{p\phi}(V_j^0,g_j) + \varphi_{H\phi}(V_j,\alpha_j)\cdot\Delta_{H\phi}] + \\ & + F_M[\alpha_i,\alpha_j,U^*_{ji}\cdot\delta_M(V_i^0,g_i),\ U^*_{ij}\cdot\delta_M(V_j^0,g_i)]\} + \\ & + E(\beta-2)\cdot\{F_C[U^*_{ji}\cdot\delta_C(V_i^0,\alpha_i^0,g_i),\ U^*_{ij}\cdot\delta_C(V_j^0,\alpha_j^0,g_j)] + \\ & + U^*_{ji}[\varphi_{HH}(V_i,\alpha_i)\cdot\Delta_{HH}(\alpha_i^0) + \varphi_{H3}(V_i,\alpha_i)\cdot\Delta_{H3}(\alpha_i)] + \\ & + U^*_{ij}[\varphi_{HH}(V_j,\alpha_j)\cdot\Delta_{HH}(\alpha_j^0) + \varphi_{H3}(V_j,\alpha_j)\cdot\Delta_{H3}(\alpha_j)]\}, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

где каждая из погрешностей, действующих независимо, описывается отдельным слагаемым, а зависимые погрешности, в данном случае погрешности мультипликации и совмещения, учитываются функциями F_M и F_C.

При расчете на худший случай учтем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} g_i &= g\cdot V_i\cdot U^*_{ji}, \\ g_j &= g\cdot V_j\cdot U^*_{ij}, \\ V_i^2 &= V_j^2 = (U^*_{ji})^2 = (U^*_{ij})^2 = 1. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Подставляя выражения (П3) и (П6) в формулу (П5), получим:

$$\begin{aligned} \Delta R(\alpha_i,\alpha_j,V_i,V_j,U^*_{ij},\beta,g) = g\,\{ & E(\beta-1)\cdot[2\cdot\Delta_{p\phi} + 2\cdot T(\alpha_i^0,\alpha_j^0)\cdot\Delta_M] + E(\beta-2)|\alpha_i^0-\alpha_j^0|\cdot\Delta_C\} + \\ & + E(\beta-1)\cdot[U^*_{ji}\cdot\varphi_{H\phi}(V_i,\alpha_i)\cdot\Delta_{H\phi} + U^*_{ij}\cdot\varphi_{H\phi}(V_j,\alpha_j)\cdot\Delta_{H\phi}] + \\ & + E(\beta-2)\cdot\{U^*_{ji}[\varphi_{HH}(V_i,\alpha_i)\cdot\Delta_{HH}(\alpha_i^0) + \varphi_{H3}(V_i,\alpha_i)\cdot\Delta_{H3}(\alpha_i)] + U^*_{ij}\cdot[\varphi_{HH}(V_j,\alpha_j)\cdot\Delta_{HH}(\alpha_j^0) + \\ & + \varphi_{H3}(V_j,\alpha_j)\cdot\Delta_{H3}(\alpha_j)]\}, \end{aligned}$$

где $T(\alpha_i^0,\alpha_j^0)$ – функция, исключающая влияние на расстояние между двумя линиями одного и того же фотошаблона погрешности Δ_M, возникающей в процессе мультипликации:

$$T(\alpha_i^0,\alpha_j^0) = \begin{cases} 0, & \text{если } \alpha_i^0 = \alpha_j^0; \\ 1, & \text{если } \alpha_i^0 \neq \alpha_j^0. \end{cases}$$