УДК 681.3.001

О РАБОТАХ А.Я.МАКАРЕВСКОГО

О.П.Кузнецов, Л.Б.Шипилина

18 мая 1973 года в возрасте 37 лет скончался Аркадий Яковлевич Макаревский. Эта статья написана друзьями и коллегами Аркадия Яковлевича и посвящена обзору его работ в области теории автоматов.

Диапазон научных интересов Аркадия Яковлевича был очень широк: от чисто теоретических работ по алгебраической теории автоматов до участия в разработке автоматизированной системы проектирования дискретных управляющих устройств промышленной автоматики. Он получил существенные результаты в области многоленточных автоматов: построил обобщенную модель многоленточного автомата, в которую как частные случаи включаются модели Рабина-Скотта и Элгота-Мезеи,и рассмотрел различные виды представимости в многоленточных автоматах и аналоги теоремы Нероуда для них [1]. Значительный интерес представляет его исследование класса автоматов, у которых графы переходов состоят из повторяющихся подграфов, что позволяет более просто описывать такие автоматы. А.Я.Макаревским показано, что реализация автоматов указанного класса является более простой (по числу элементов логической сети), чем в общем случае. Асимптотическая оценка соответствующей функции Шеннона и метод синтеза даны в работе [2].

Наиболее значительны, закончены и обширны работы по синтезу и оценкам сложности реализации автоматов и различных классов булевых функций в однородных средах - итеративных сетях (ИС).

Для этих работ характерен единый подход, последовательная разработка которого позволила сформулировать, в конце концов, для ИС принцип локального кодирования. Ранее проблемы выбора ячейки ИС и создания метода синтеза решались независимо. В работах Макаревского эти задачи решались одновременно. Далее, в ИС память ячейки, как правило, использовалась лишь для выполнения настройки. Интерпретация ИС как устройств с памятью позволила более полно использовать вычислительные возможности ИС и уменьшить число ячеек, необходимых для решения задач синтеза.

Математическая модель ИС над автоматом А представляет собой множество целочисленных точек на плоскости, в каждую точку которой помещен автомат А (в дальнейшем называемый ячейкой), одинаково соединенный с соседними ячейками по своим входо-выходным каналам. Естественно, возникает вопрос, какова должна быть минимальная сложность автомата А, чтобы ИС была универсальной,т.е. при её достаточных размерах в неё можно было бы вложить любое дискретное устройство.Было доказано следующее утверждение: для любой итеративной сети над ячейкой А можно построить моделирующую её ИС над ячейками В с двумя состояниями [3,4].А.Я.Макаревским исследовалось поведение функции Шеннона в ИС прямоугольной формы для автоматов,а также для большинства практически интересных классов булевых функций и операторов.(Напомним,что функция Шеннона позволяет оценить сложность реализации фиксированным типом схем,в данном случае ИС самого сложного представителя исследуемого класса.)Всюду в излагаемых ниже результатах верхние оценки функции Шеннона были получены конструктивно, т.е. построена соответствующая ячейка и предложен метод синтеза, который позволяет реализовать функции из исследуемого класса со сложностью не хуже, чем это указано в оценке. Нижние оценки, как правило, получены из мощностных соображений (за исключением [5]),и их совпадение (по порядку) с верхними оценками для предложенных методов служит доказательством того, что эти методы являются в некотором смысле наилучшими.

Ранее для реализации булевой функции в однородной среде обычными способами получалась схема, а затем она вкладывалась в среду с соответствующей ячейкой. Однако во всех таких методах при вложении в среду даже оптимальной в

смысле сложности схемы требуется значительное количество дополнительных ячеек из-за топологических особенностей среды. А.Я. Макаревским было высказано предположение о том, что методы вложения логических сетей в однородные среды вообще не могут дать асимптотически лучшей реализации. Поэтому он предложил непосредственно вкладывать в среды задание булевой функции (например, в виде формулы) или конечного автомата (в виде таблицы переходов или граф-схемы) [6-12]. Именно на этом пути был предложен [9] метод реализации автоматов в ИС, дающий оценку функции Шеннона

$$L(p,q,r) \asymp p r \log_2 q r$$

(p - число входов, q - число выходов, r - число состояний автомата).

Идея непосредственного вложения в среды описания автоматов дала не только асимптотически наилучшие методы синтеза в ИС, но и вполне практический метод реализации автоматов. При этом методе задание устройства на языке граф-схем или ЛСА вкладывается непосредственно в ИС, минуя этап кодирования состояний. Ячейка среды и алгоритм реализации создаются одновременно с учётом особенностей функционирования конкретного автомата [10,11].

Методы реализации булевых функций в ИС существенно зависят от ограничений на подачу переменных. Принято различать два случая - бесповторная подача переменных, когда каждая переменная может подаваться в среду ровно один раз, и реализация с повторной подачей. Как известно, в одномерных итеративных комбинационных (т.е. с неизменяемой в процессе работы настройкой ячеек) сетях при бесповторной подаче переменных может быть реализована лишь небольшая часть булевых функций.Возможности сетей, у которых память ячейки используется не только для настройки, но и в процессе вычисления значения функции,существенно расширяются. Они становятся универсальными, и для таких сетей $L(n) \asymp 2^n$ [6].

При повторной подаче переменных одномерные комбинационные ИС удается сделать универсальными. Сложность реализации в них произвольной булевой функции асимптотически равна $\frac{2^n}{\log_2 n}$ [7].

Естественно, возникает вопрос, возможна ли реализация с такой же сложностью в "существенно двумерных" сетях, т.е. в сетях, у которых число внешних входов существенно меньше числа ячеек (периметр ИС меньше площади). В существенно двумерных сетях порядок оценки 2^n улучшить нельзя. Оценка с 2^n известна давно, но ранее константы в оценках сверху и снизу не совпадали, в [I3] удалось сделать константы одинаковыми и равными единице.

Разработав асимптотически наилучший метод реализации произвольных функций в ИС, А.Я.Макаревский приступил к следующей большой задаче – созданию на его основе асимптотически наилучших методов реализации в ИС функций и операторов из специальных классов.

Ранее О.Б.Лупанов предложил общий подход к синтезу схем, названный принципом локального кодирования, позволивший строить для многих классов функций и операторов асимптотически минимальные схемы из функциональных элементов. Этот принцип путем некоторой перекодировки сводит реализацию функций из специальных классов к реализации произвольных функций от меньшего числа аргументов. Декодирование осуществляется схемным образом с использованием вспомогательных операторов. Жесткие ограничения на связи между ячейками не позволяют перенести на ИС принцип локального кодирования в том виде, в каком он предложен для схем из функциональных элементов. А.Я.Макаревский преодолел эту трудность. Он отказался от формулировки принципа в максимально общей форме, зафиксировав структуру вспомогательных операторов и взаиморасположение сред, реализующих эти операторы. Несмотря на это, предложенный вариант принципа оказался достаточно "универсальным". В частности, используя его, А.Я.Макаревский получил асимпотически наилучшие оценки сложности реализации в ИС функций и операторов для всех классов, рассмотренных О.Б.Лупановым.

Отметим, что для каждого класса используется свой вариант ячейки, позволяющий асимптотически наиболее экономно реализовать функции из этого класса [I4,I5].

На основе принципа локального кодирования были получены оценки сложности реализации для следующих классов:

I) для монотонных (h, n)– операторов $L(n)\sim 2^{n+1}$ [I5];

2) для симметрических функций $L(n)\sim n\log_2 n$ [5];

3) для частично симметрических функций с k группами симметрии с мощностью групп $n_1, n_2, \ldots, n_k$:

$$L(n_1, n_2, \ldots, n_k) \asymp n\log_2 H + H, \quad \text{где} \quad H=\prod_{i=1}^{k}(n_i+1) \text{ [5];}$$

4) для функций из инвариантного класса с параметром σ $L(n)\sim\sigma 2^n$ [I5];

5) для функций, принимающих значение "единица" ровно на k наборах $L(n,k)\sim\log_2 C_{2^n}^k$ [I5].

В последнее время А.Я.Макаревский активно участвовал в создании языка ЯРУС [I6] для автоматизированной системы логического проектирования дискретных управляющих устройств и разработке алгоритмов синтеза для этой системы. За два дня до смерти он рассказывал нам идею своей оставшейся незаконченной работы по реализации систем булевых формул в бесповторных базисах.

Аркадий Яковлевич был настоящим учёным – человеком большой научной культуры, высокой требовательности к себе и другим. О его редкой работоспособности говорит хотя бы тот факт, что все его основные результаты, опубликованные в I6-ти работах, получены всего за 6 лет.

Литература

I. МАКАРЕВСКИЙ А.Я., СТОЦКАЯ Е.Д. Представимость в многоленточных детерминированных автоматах. –"Кибернетика", I969, №4, с. 29-38.

2. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Об одном классе автоматов с простой реализацией. –"Кибернетика", I970, № 5, с. 20-26.

3. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. О моделировании в однородных средах. –"Кибернетика", I970, № 3, с. I39.

4. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Моделирование в обобщенных клеточных автоматах. –"Автоматика и телемеханика", I97I, № I0, с.II5-II9.

5. МАКАРЕВСКИЙ А.Я., ШИПИЛИНА Л.Б. Сложность реализации симметрических и частично симметрических функций в итеративных сетях. –"Автоматика и телемеханика", I974, № 2, с. II3-I20.

6. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. О реализации булевых функций одномерной итеративной сетью автоматов. –"Автоматика и телемеханика", I970, № II, с. II6-II9.

7. МАКАРЕВСКИЙ А.Я., ВАРШАВСКИЙ В.И., МАРАХОВСКИЙ В.Б., ПЕСЧАНСКИЙ В.А., РОЗЕНБЛЮМ Л.Я. Реализация булевых функций одномерными итеративными сетями. –"Изв. АН СССР, Техническая кибернетика", I972, № I.

8. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Реализация отображений клеточными автоматами. -"Кибернетика", 1970, № 6, с. 39-46.

9. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. О реализации конечных автоматов в однородных средах. -"В кн.: Вычислительные системы. Вып. 41. Новосибирск, 1971, с. 32-51.

10. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Один метод реализации граф-схем в однородных средах. -"Изв. АН СССР, Техническая кибернетика", 1969, № 6, с. 69-79.

11. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. О реализации управляющих устройств с памятью в однородных средах. -В кн.: Абстрактная и структурная теория релейных устройств. М., "Наука", 1972, с. 79-88.

12. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Реализация автоматов в однородных средах. -В кн.: В.И.Варшавский, В.Б.Мараховский, В.А.Песчанский, Л.Я.Розенблюм. Однородные структуры.(Анализ. Синтез. Поведение.) М., Энергия, 1973.

13. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. О сложности реализации булевых функций в итеративных сетях. -"Автоматика и телемеханика", 1973, №5, с. 106-114.

14. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Принцип локального кодирования для итеративных сетей. -"Автоматика и телемеханика", 1974, №3, с. 115-131.

15. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Реализация итеративными сетями некоторых классов булевых функций, 1974, № 4, с. 169-181.

16. КУЗНЕЦОВ О.П., МАКАРЕВСКИЙ А.Я., МАРКОВСКИЙ А.В., ОКУДЖАВА В.Ш., ШИПИЛИНА Л.Б. ЯРУС - язык описания сложных автоматов, I, II. -"Автоматика и телемеханика", 1972, № 6, с. 80-88; № 7, с. 150-159.

17. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Синтез и минимизация конечного автомата на языке одноместных предикатов. Тезисы докладов коллоквиума по языкам конечных автоматов. М., 1964.

18. МАКАРЕВСКИЙ А.Я. Вычисление функций на конечных автоматах. Труды III-го Всесоюзного совещания по автоматическому управлению. Самонастраивающиеся системы. М., 1967.

Поступила в ред.-изд.отд.
20 октября 1974 года