

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛЕНОЧНЫХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ РЕЛЕ КАК ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ЗАДАЧА

Р.Г. Лукьянова, С.И. Фалеев

Математическая модель пленочного электростатического реле, схематичное изображение которого дано на рис. I, описывает условия равновесия (статического или динамического) пластинки под действием электростатического поля. В случае статического равновесия расчет математической модели позволяет найти ряд важных для характеристики прибора зависимостей между конструктивными и рабочими параметрами [1].

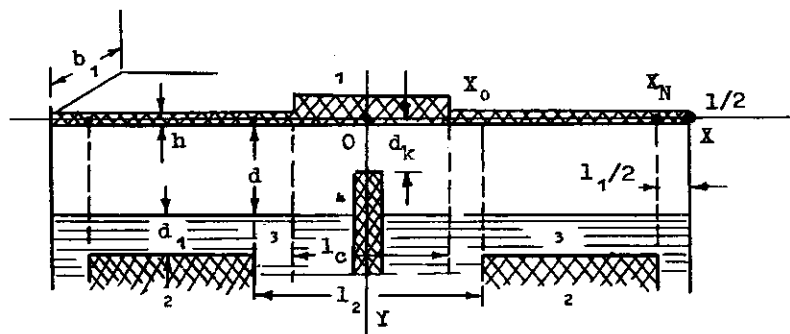


Рис.1. Схематичное изображение электростатического реле:
1 - подвижный электрод, 2 - неподвижный электрод,
3 - диэлектрик, 4 - выступающий контакт.

Обычно в техническом задании на разработку прибора указываются значения рабочих параметров (например, коммутируемое напряжение, напряжение срабатывания и размыкания реле), а также

допуски на конструктивные параметры (например, двусторонние ограничения на линейные размеры реле, натяжения и т.д.). Исследование физических явлений, сопутствующих работе прибора, позволяют сформулировать условия, обеспечивающие заданные значения рабочих параметров. В связи с этим представляет интерес

ЗАДАЧА ПРОЕКТИРОВАНИЯ: по заданным рабочим параметрам найти соответствующие конструктивные параметры, причем на последние наложены ограничения, вытекающие из условий работоспособности и технических допусков.

Пусть $X = (x_1, \dots, x_n)$ и $Y = (y_1, \dots, y_r)$ - соответственно векторы конструктивных и рабочих параметров, а $\mathcal{L}$ - оператор, реализующий расчет математической модели: $Y = \mathcal{L}(X)$. (Употребление некоторых обозначений, совпадающих с принятыми на рис.1, не вызовет в дальнейшем недоразумений.) Техническое задание и условия работоспособности прибора определяют некоторую область R изменения вектора X . Тогда задача проектирования состоит в отыскании такого вектора $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ из R , что $\mathcal{L}(X^*) = Y^*$, где $Y^* = (y_1^*, \dots, y_r^*)$ - заданный вектор рабочих параметров.

Рассмотрим функционал

$$S(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}, \quad (I)$$

заданный на множестве M решений задачи: $\mathcal{U} = \mathcal{Z}(X)$. Очевидно, если решение задачи проектирования существует, то

$$\min_{y \in M} S(y) = S(y^*) = 0.$$

Используя (I), сформулируем задачу проектирования следующим образом: найти

$$\min \{ F(X) / X \in R \}, \quad F(X) = S[Y(X)]. \quad (2)$$

При этом мы ограничимся поиском хотя бы одного решения (2). Если $X \notin \mathcal{R}$, то из (2) найдется такой вектор $\bar{X}$, что норма $\|y - y^*\|$ будет минимальной. Специальным вопросом является определение области $\mathcal{R}$, существование которой мы будем предполагать.

Руководствуясь желанием показать правомочность такого подхода к задаче проектирования реле, рассмотрим тестовый пример, характерный тем, что в нем не искажаются основные качественные зависимости параметров, но сам расчет статических харак-

теристик более прост, чем, например, в [2]. Кроме того, обращение к тестовому примеру позволяет отвлечься от конкретных методов вычислений статических параметров.

§1. Расчет статических характеристик реле в рамках тестового примера

Основными элементами рассматриваемой конструкции реле (рис.1) являются натянутая пластинка — подвижный электрод, неподвижный (управляющий) электрод, покрытый слоем диэлектрика, и выступающий над поверхностью диэлектрика контактный электрод [3]. Среднюю утолщенную часть подвижного электрода будем считать недеформируемой.

В зависимости от разности потенциалов U между подвижным и управляющим электродами и разности потенциалов U_k между подвижным и контактным электродами, а также высоты контактного электрода возможны три положения равновесия подвижного электрода: 1) подвижный электрод не касается контактного электрода, 2) подвижный электрод, опираясь на контактный электрод, не касается поверхности диэлектрика, 3) подвижный электрод опирается и на контактный электрод и на поверхность диэлектрика. В соответствии с перечисленными положениями равновесия сформулируем задачи I—III. В тестовом примере предполагается, что воздействие электростатического поля на подвижный электрод выражается через сосредоточенные силы.

I. Задача I. Пусть $y(x)$ описывает цилиндрическую форму прогиба подвижного электрода. Условия равновесия силы натяжения N : $N = \sigma h b$, и электростатических сил в проекции на ось OY имеет вид (решение симметрично относительно $X = 0$) [2]:

$$N \frac{d^2 y}{dx^2} + \varphi(x) \frac{\epsilon_0 U^2 b}{2 \left[d + \frac{d_1}{\epsilon} - y(x) \right]^2} + \Omega \left(x - \frac{l_c}{2} \right) \times \frac{\epsilon_0 U_k^2 S_k}{2 \left[d_k - y \left(\frac{l_c}{2} \right) \right]^2} = 0. \quad (I.1)$$

$$y=0 \text{ при } X=\frac{l}{2}, \frac{dy}{dx} = - \frac{\epsilon_0 U_k^2 S_k}{4 N \left[d_k - y \left(\frac{l_c}{2} \right) \right]^2} \text{ при } X=\frac{l_c}{2},$$

$$\frac{1}{2} l_c \leq X \leq \frac{1}{2} l.$$

Здесь b — ширина подвижного контакта, σ — нормальное напряжение, S_k — площадь, к которой приложена электростатическая нагрузка, обусловленная U_k , ϵ_0 и ϵ — электрические постоянные для пустоты и диэлектрика, $\Omega(x)$ — дельта-функция,

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & X_0 \leq x \leq X_N, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Остальные обозначения указаны на рис.1 (см. стр.102).

Введем масштабы размерных величин, так что связи между размерными и новыми безразмерными величинами имеют вид:

$$x = \frac{2X - l_c}{l - l_c}, \quad y = \frac{y}{(1+\gamma)d}, \quad \gamma = \frac{d_1}{\epsilon d}, \quad (I.2)$$

$$x_0 = \frac{l_2 - l_c}{l - l_c}, \quad x_N = \frac{l - l_1 - l_c}{l - l_c}, \quad y_k = \frac{d_k}{(1+\gamma)d}$$

Воспользуемся далее функцией Грина $K(x, \theta)$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq \theta \leq 1$,

$$K(x, \theta) = \begin{cases} 1 - \theta, & x \leq \theta; \\ 1 - x, & x \geq \theta, \end{cases}$$

и представим краевую задачу (I.1) в виде интегрального уравнения [4]:

$$y(x) = x \int_{x_0}^{x_N} K(x, \theta) \frac{d\theta}{[1 - y(\theta)]^2} + (1 - x) \frac{x_k}{[y_k - y(0)]^2}, \quad (I.3)$$

где

$$x = \frac{\epsilon_0 (l - l_c)^2 U^2 b}{8 (1+\gamma)^3 d^3 N}, \quad x_k = \frac{\epsilon_0 (l - l_c) U_k^2 S_k}{8 (1+\gamma)^3 d^3 N}. \quad (I.4)$$

При $x=0$ из (I.3) следует равенство

$$x = \frac{x_N y_* - y_0}{\int_{x_0}^{x_N} \frac{(1-\theta) d\theta}{[1-y(\theta)]^2}}, \quad y_0 = \frac{x_k}{(y_k - y_*)^2}, \quad y_* = y(0). \quad (I.5)$$

В тестовом примере предполагается, что $x_N = x_0 = 0$ и $x_0 = \hat{x}$ (рис.2). Обозначим

$k = \varphi(x_N - x_0)$, $y(x_0) = y_0 = y_* - x_0 q_0$, $x_0 = \hat{x}$. (I.6)
При этом (I.5) преобразуется в уравнение

$$k = \frac{1}{1-x_0} \left[y_* - \frac{x_0}{(y_* - y_*)^2} \right] \left[1 - y_* + x_0 \frac{x_0}{(y_* - y_*)^2} \right]^2 \quad (I.7)$$

Заметим, что функция $k(y_*)$, $0 \leq y_* < y_*$, имеет единственный максимум, который обозначим через $k_*^{(k)}$. Разность потенциалов $U_*^{(k)}$, соответствующую $k_*^{(k)}$ по формулам (I.4) и (I.6), будем называть в дальнейшем напряжением срабатывания.

Одно из требований к конструкции реле состоит в том, что U_* не должно существенно влиять на величину напряжения срабатывания, т.е.

$$k_*^{(k)} = \max_{y_*} k(y_*, q_0) \approx \max_{y_*} k(y_*, 0).$$

Поэтому из (I.7) имеем следующее приближенное выражение:

$$k_*^{(k)} = \frac{4}{27(1-x_0)} \left[1 - x_0 \frac{3(1-x_0)}{(y_* - \frac{1}{3})^2} \right] \quad (I.8)$$

2. Если $U > U_*^{(k)}$, то положение равновесия подвижного электрода, описываемое задачей I, не может быть реализовано, и требуется рассмотреть задачу II:

$$N \frac{d^2 y}{dx^2} + \varphi(x) \frac{\epsilon_0 U^2 b}{2 \left[d + \frac{d}{\epsilon} - y(x) \right]^2} + \Omega \left(x - \frac{l_c}{2} \right) \mathcal{P}_k^{(k)} = 0, \quad (I.9)$$

$$y=0 \text{ при } x = \frac{1}{2}l; \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{\mathcal{P}_k^{(k)}}{2N} \text{ при } x = \frac{l_c}{2},$$

причем $y(\frac{l_c}{2}) = d_k$. Здесь $\mathcal{P}_k^{(k)}$ — неизвестная реакция контакта.

Соответствующее (I.9) интегральное уравнение имеет вид:

$$y(x) = \varphi \int_{x_0}^{x_N} \kappa(x, \theta) \frac{d\theta}{[1-y(\theta)]^2} + (1-x)q, \quad q = \frac{(l-l_c)\mathcal{P}_k^{(k)}}{4(1+\mu)Nd}. \quad (I.10)$$

Отсюда при $x=0$ следует равенство

$$\varphi = \frac{y_* - q}{\int_{x_0}^{x_N} (1-\theta) \frac{d\theta}{[1-y(\theta)]^2}}, \quad y_* = y(0). \quad (I.11)$$

Имея в виду тестовый пример (см.рис.3), устремим в (I.11) x_N и x_0 к $\hat{x}$. Получим

$$k = \varphi(x_N - x_0) = \frac{1}{1-x_0} (y_* - q)(1-y_0)^2, \quad y_0 = y_* - x_0 q. \quad (I.12)$$

Рассматривая k как функцию q , найдем, что

$$k_*^{(d)} = \max_{q < 0} k(q) = \frac{4}{27} \frac{[1-(1-x)y_*]^3}{x_0(1-x_0)} \quad (I.13)$$

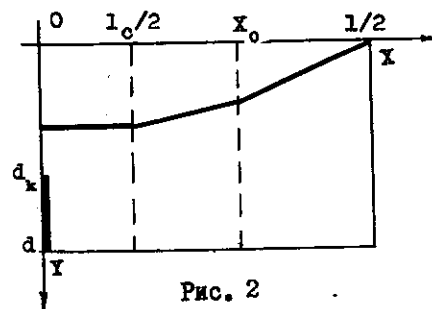


Рис. 2

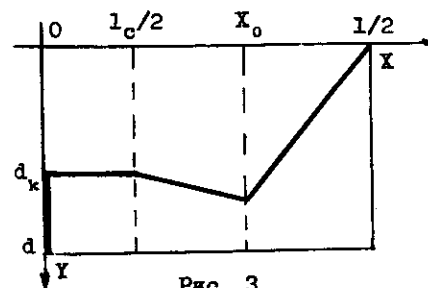


Рис. 3

3. Пусть согласно формулам (I.4) и (I.6) значению $k_*^{(d)}$ соответствует $U_*^{(d)}$. Если $U_*^{(d)} < U_*^{(k)}$, то положение равновесия подвижного электрода, определяемое задачей II, не существует и гибкий электрод в точке $X=X_0$ будет опираться на диэлектрик (рис.4). Задача III определяет, в частности, реакцию $X=X_0$ контактного электрода. В тестовом примере при $X_N = X_0$

$$\mathcal{P}_k^{(d)} = \frac{2N(d-d_k)}{X_0}. \quad (I.14)$$

4. Используя полученные результаты, сформулируем в рамках тестового при-

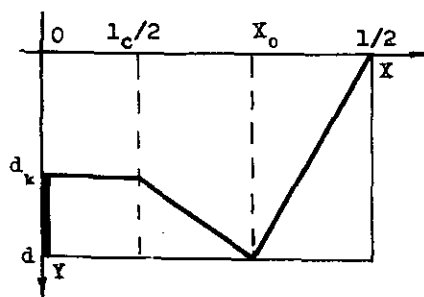


Рис. 4

мера основные требования к конструкции, при которых обеспечивается работоспособность реле [1]. В основном эти требования связаны с обеспечением надежного замыкания и размыкания контактов. Их формальное выражение имеет вид неравенств, которым должны удовлетворять конструктивные параметры.

а) $U_*^{(k)} \geq U_*^{(d)}$. При этом в зависимости от U_* и d_k реализуется наибольшее давление на выступающий контакт.

б) $P_k^{(d)} \geq P$, где P — минимальное усилие, при котором происходит механическое и электрическое замыкание контактов.

в) Воспользуемся формулой (I.12) и вычислим k при $y_0 = \frac{1}{1+y}$ (т.е. $y(X_0) = d$):

$$k_o^{(d)} = k\left(\frac{1}{1+y}\right) = \frac{y^2(y_k - q)}{(1+y)^2(1-x_0)}, \quad q = -\frac{1}{x_0}\left(\frac{1}{1+y} - y_k\right). \quad (I.15)$$

Пусть $k_o^{(d)}$ соответствует разность потенциалов $U_o^{(d)}$ по формулам (I.4) и (I.6). При $U < U_o^{(d)}$ подвижный электрод отрывается от поверхности диэлектрика.

Введем далее в рассмотрение величину δ — заданный параметр, характеризующий зазор, при котором происходит электрическое размыкание контактов. Обозначим через $U_o^{(k)}$ разность потенциалов такую, что при $U < U_o^{(k)}$ подвижный электрод, находящийся на расстоянии δ от контактного электрода, не будет притянут к контактному электроду. Значение $U_o^{(k)}$ определяется из (I.7) при

$$y_* = y_k^\delta = \frac{d_k - \delta}{(1+y)d_k}.$$

Условие размыкания контактов имеет вид: $U_o^{(k)} \geq U_o^{(d)}$. При этом $U_o^{(d)}$ называется напряжением размыкания.

г) Согласно (7), $k > 0$, если $y_* - q_0 > 0$. Отсюда следует, что

$$x_k \leq \frac{4}{27} y_k^3 \quad \text{или} \quad \frac{32}{27} - \frac{\epsilon_0(l-l_c)U_k^2 S_k}{d_k^3 N} \geq 0, \quad (I.16)$$

где U_k определено из технического задания. Неравенство (I.16) имеет следующий физический смысл: замыкание контактов в реле не должно происходить только под действием разности потенциалов.

Перечисленные в а)–г) неравенства будут в дальнейшем учтены при рассмотрении задачи проектирования.

§ 2. Задача проектирования

Сформулируем задачу нелинейного программирования. В рассматриваемом примере требуется выбрать конструктивные параметры таким образом, чтобы реле имело заданные значения напряжения срабатывания и размыкания при фиксированном $U_k: U_*^{(k)} = U_1$, $U_o^{(d)} = U_2$. Введя нормировку искомых рабочих параметров и нелинейных ограничений а)–г), запишем программу (2) в виде: минимизировать

$$F(X) = \sqrt{\left(\frac{U_*^{(k)} - U_1}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{U_o^{(d)} - U_2}{U_2}\right)^2} \quad (2.1)$$

при

$$AX - b \geq 0,$$

$$g_i(X) \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

где линейные ограничения включают в себя допуски из технического задания, т.е. двусторонние ограничения на X и условие:

$$d - d_k \geq 0;$$

$$g_1 = \frac{U_*^{(k)} - U_*^{(d)}}{U_*^{(d)}} \geq 0, \quad g_2 = \frac{P_k^{(d)} - P}{P} \geq 0,$$

$$g_3 = \frac{U_o^{(k)} - U_o^{(d)}}{U_o^{(d)}} \geq 0, \quad g_4 = \frac{32}{27} - \frac{\epsilon_0(l-l_c)U_k^2 S_k}{d_k^3 N} \geq 0.$$

Воспользуемся квадратичной функцией штрафа [5] и сведем (2.1) к следующей задаче:

для каждого t_k минимизировать

$$\Phi(X, t_k) = F(X) + t_k \sum_{i=1}^4 \left(\frac{g_i(X) - |g_i(X)|}{2} \right)^2 \quad (2.2)$$

при $AX - b \geq 0$,

где $\{t_k\}$ — монотонно возрастающая последовательность.

Для решения задачи (2.2) применим метод проектируемых градиентов Розена [6]. Заметим, что нам достаточно рассмотреть случай, когда вектор-градиенты линейных ограничений, входящих в (2.2), линейно независимы. Пусть X^k — текущая точка и пусть в ней m линейных ограничений выполняются как равенства. Если A_2 — матрица, составленная из транспонированных вектор-градиентов, соответствующих этим m ограничениям, то матрица $P_2 = E - A_2^T (A_2 A_2^T)^{-1} A_2$, называемая проектирующей матрицей, позволяет проектировать любой вектор на подпространство размерности $(n-m)$, образованное пересечением m гиперплоскостей, где n — размерность задачи.

Процедура поиска рекурсивно записывается следующим образом: $X^{k+1} = X^k + \lambda S^k$, где λ находится обращением к процедуре одномерной минимизации, причем в качестве исходной точки выбирается некоторый вектор $X^0 \in R_+$, $R_+ = \{X | AX - b \geq 0\}$. Здесь

$$S^k = \begin{cases} P_2 g^k, & \text{если } m \neq 0, \\ g^k, & \text{если } m = 0, \end{cases} \quad g^k = -\nabla \Phi(X^k, t_j).$$

Критерием оптимальности точки X^k согласно методу Розена являются условия

$$P_2 g^k = 0, (A_2 A_2^T)^{-1} A_2 g^k \leq 0 \text{ или } g^k \leq 0, \text{ если } m = 0.$$

Кроме того, при проверке X^k на оптимальность учитывается значение функции цели в этой точке. Для избежания заикливания процесса (заикливание может быть вызвано поведением целевой функции или недостаточной точностью вычисления градиента) предусматривается выход из процедуры поиска, если норма $\|X^k - X^{k-1}\|$ окажется меньше наперед заданного положительного числа.

При построении матрицы проектирования обращение матрицы реализовывалось с помощью стандартной процедуры. Градиент вычислялся с использованием безразностной формулы по трем точкам [7]. Процедура одномерной минимизации составлена на основе поиска Фибоначи [5].

§3. Численный пример

1. Будем считать фиксированными следующие конструктивные параметры:

$$\begin{aligned} \ell &= 3.6 \text{ мм}, & d &= 2 \text{ мкм}, & S_k &= 2500 \text{ мкм}^2, \\ \ell_1 &= 0.2 \text{ мм}, & d_1 &= 0.5 \text{ мкм}, & \varepsilon &= 5, \\ \ell_2 &= 0.6 \text{ мм}, & h &= 3 \text{ мкм}, & \varepsilon_0 &= 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}, \\ \ell_3 &= 0.5 \text{ мм}, & \delta &= 0.2 \text{ мкм}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

а параметры b , σ и d_k — переменными, т.е.

$$X = (b, \sigma, d_k)$$

Кроме того, значение $\hat{x}$ выберем равным x_0 :

$$\hat{x} = \frac{\ell_2 - \ell_3}{\ell - \ell_3} = 0.0323.$$

Пусть из технического задания известны допуски на b , σ и d_k :

$$0.15 \text{ мм} \leq b \leq 1 \text{ мм}, 10 \text{ кг/мм}^2 \leq \sigma \leq 60 \text{ кг/мм}^2, 0.5 \text{ мкм} \leq d_k \leq 2 \text{ мкм}. \quad (3.2)$$

В силу выбора конструктивных параметров (3.1) и ограничений (3.2) условия $g_i \geq 0$ и $d - d_k \geq 0$, входящие в (2.1), выполняются автоматически. Значение P взято равным 80 МГ. Требуется найти такие значения b , σ и d_k , чтобы

$$U_*^{(k)} = 156, U_o^{(d)} = 46 \text{ при } U_k = 156. \quad (3.3)$$

Было рассмотрено три решения задачи (2.2) в зависимости от выбора начальных точек. Результаты минимизации $\Phi(X, t_k)$ приведены в таблице I, в которой размерности b , σ , d_k , $U_*^{(k)}$ и $U_o^{(d)}$, указанные в (3.2) и (3.3), опущены. Начальное значение t_0 было взято равным 0.2. Поскольку найденные оптимальные точки оказались внутри допустимой области, то итерационного процесса по t не потребовалось.

Таблица 1

i	$X_i^{(0)}$	X_i^*	$\varphi(X_i^*, t_i)$	$U_*^{(c)}$	$U_*^{(d)}$
1	(0.15; 20; 1)	(1.000; 51.91; 1.74)	$0.4 \cdot 10^{-6}$	15	4
2	(0.70; 15; 1)	(1.000; 51.91; 1.74)	$1 \cdot 10^{-6}$	15	4
3	(0.15; 60; 2)	(0.153; 52.37; 1.77)	$2 \cdot 10^{-6}$	15	4

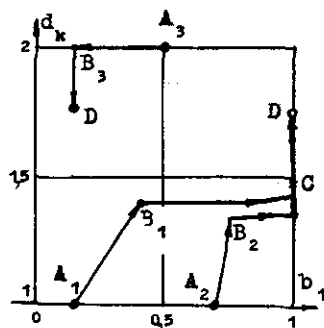


Рис. 5

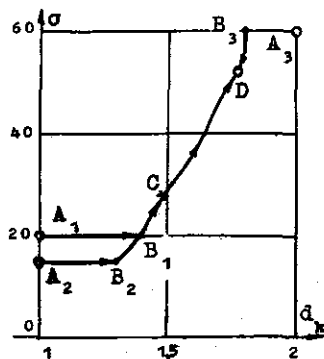


Рис. 6

На рис. 5-6 приведены траектории поиска $A, B, C, D, A_1 B_1 C D$ и A, B, D , соответствующие выбранным начальным точкам. Первые две траектории, начиная с точки C , и траектория $A_1 B_1 D$ принадлежат допустимой области.

Таким образом, мы получили две конструкции реле с $\ell_x = 0.153$ мм и $\ell_y = 1$ мм, имеющие одинаковые рабочие параметры U_1 и U_2 . Этот результат естествен, поскольку $U_*^{(c)}$ в рассматриваемом примере слабо зависит от U_c и, следовательно, от ℓ_x (см. (1.1)).

2. Рассмотренная в пункте 1 ситуация, когда оптимальная точка лежит внутри области R , не является типичной при решении задачи проектирования, поскольку первоначально выбор рабочих параметров не связан с возможностями воспроизводства конструктивных параметров и условиями работоспособности. Проиллюстрируем это на следующем примере.

Пусть по-прежнему имеют место (3.1) и (3.2), а в (3.3) изменено

лишь значение $U_*^{(c)}$: требуется, чтобы $U_*^{(c)}$ было равно 10 в. Из приведенных ниже результатов следует, что в указанном случае оптимальная точка лежит на границе допустимой области.

Таблица 2

t_f	X_f^*	$(U_{*f}^{(c)})^2$	$(U_{*f}^{(d)})^2$	$(U_o^{(d)})^2$
$X^* = (0.15; 20; 1)$				
0.1	(1; 23.255; 1.342)	99.998	173.953	16.000
1	(0.15; 25.381; 1.445)	105.448	127.656	14.990
10	(0.15; 25.951; 1.485)	108.394	109.972	14.335
100	(0.15; 25.973; 1.488)	108.519	108.674	14.275
200	(0.15; 25.973; 1.488)	108.521	108.598	14.271
$X^{(0)} = (0.15; 60; 2)$				
0.1	(0.15; 24.364; 1.375)	100.000	161.330	16.000
1	(0.15; 25.383; 1.445)	105.455	127.647	14.990
10	(0.15; 25.951; 1.485)	108.393	109.971	14.334
100	(0.15; 25.976; 1.488)	108.533	108.688	14.277
200	(0.15; 25.976; 1.488)	108.535	108.613	14.273
$X^{(0)} = (1; 20; 0.5)$				
0.1	(1; 23.255; 1.342)	99.998	173.953	16.000
1	(0.15; 25.384; 1.445)	105.461	127.639	14.990
10	(0.15; 25.946; 1.485)	108.372	109.951	14.332
100	(0.15; 25.971; 1.488)	108.513	108.668	14.274
200	(0.15; 25.971; 1.488)	108.592	108.592	14.270

Таблица 2 свидетельствует о том, что в результате итерационного процесса по t мы получили принадлежащую границе допустимой области оптимальную точку $X^* = (0,15; 25,97; 1,49)$ — одну и ту же для всех рассмотренных начальных точек $X^{(0)}$. Таким образом, вместо заданных рабочих параметров $U_*^{(k)} = 10$ в и $U_o^{(k)} = 4$ в конструкция реле, удовлетворяющая перечисленным ранее ограничениям, позволяет реализовать рабочие параметры, значения которых равны $U_*^{(k)} = 10,42$ в, $U_o^{(k)} = 3,78$ в.

Л и т е р а т у р а

1. ПОЛЕНА Т.В., ПОТАПОВ Б.С. Статистические характеристики пленочных электростатических реле с выступающим контактом. — В кн.: Вычислительные системы. Вып. 46. Новосибирск, 1971, с. 8-13.
2. ФАЛЕЕВ С.И. Численный метод решения одного интегрального уравнения типа Гаммерштейна в связи с расчетом характеристик пленочного электростатического реле. — В кн.: Вычислительные системы. Вып. 50. Новосибирск, 1972, с. 3-29.
3. ДЯЧОВ В.Д., СОЛДАТЕНКОВ И.С. Некоторые результаты исследований пленочных электростатических реле. — В кн.: Вычислительные системы. Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам. Вып. 5. Физико-технологические исследования. Новосибирск, "Наука", СО, 1968, с. 159-176.
4. ЛУКЬЯНОВА Р.Г., ФАЛЕЕВ С.И., ШВЕДОВА К.В. Расчет статических параметров механической модели пленочного электростатического реле. — В кн.: Вычислительные системы. Вып. 40. Новосибирск, 1970, с. 3-50.
5. ФИАККО А., МАК-КОРМИК Г. Нелинейное программирование. М., "Мир", 1972.
6. КОЗЦИ Г.П., КРЕДНЕ В. Нелинейное программирование. М., "Сов. радио", 1965.
7. БЕРЕЗИН И.С., ЖИДКОВ Н.П. Методы вычислений. М., Физматгиз, 1962, т. I.

Поступила в ред.-изд. отд.
27 октября 1975 года