ЭМПИРИЧЕСКОЕ ПРЕДСКАЗАНИЕ И РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ
(Вычислительные системы)
1976 год Выпуск 67

УДК 681.3.06:621.391

МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ, ОСНОВАННЫЕ НА ЛОГИЧЕСКИХ РЕШАЮЩИХ ФУНКЦИЯХ

А.Н. Манохин

В работе дано формальное описание алгоритмов, строящих решающие правила в виде логических деревьев. Введенная формализация позволяет точно определить понятие инвариантности алгоритмов относительно некоторых преобразований исходной информации.

В работе рассматриваются критерии выбора логического дерева, основанные на статистической модели задачи распознавания. Идея построения решающих правил такого вида в простейшем случае булевых признаков была изложена в работе Бонгарда [3]. Дальнейшее развитие этот подход получил в работах Лбова Г.С. и других [7,II]. На его основе разработаны алгоритмы и программы, которые успешно применялись для решения ряда прикладных задач [8,II].

I. Постановка задачи. Пусть для каждого объекта из некоторой совокупности определены (но не обязательно известны) значения $m+I$ характеристик. Одна характеристика X_0 выделена, она определяет принадлежность объекта к одному из k классов, $X_0 = i$ означает, что объект принадлежит к i-му образу. Остальные характеристики будем называть признаками. Запись $X_j(a) = x$ означает, что значение признака X_j для объекта a равно x.

Отображение F пространства R^m в множество $\{1,\dots,k\}$ называется решающим (распознающим) правилом.

Поскольку каждый объект, для которого замерены признаки $X_1(a), \dots, X_m(a)$, определяет точку в R^m, то для него определено значение $F(X_1(a), \dots, X_m(a))$. Можно рассматривать некоторое множество решающих правил $S = \{F\}$.

Отображение D пространства $R^{(m+1)\cdot n}$ в пространство S называется алгоритмом распознавания,

$$D:\ R^{(m+1)\cdot n} \to S.$$

Точнее было бы говорить об алгоритме построения решающего (распознающего) правила.

Набор из n объектов, которым присвоены обозначения $a_1,\dots,a_n$ и для которых известны значения признаков $X_j(a)$ и образа $X_0(a)$, определяют точку в $R^{(m+1)\cdot n}$,

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} x_{11},\dots,x_{1m} & x_{10} \\ x_{21},\dots,x_{2m} & x_{20} \\ \dots & \dots \\ x_{n1},\dots,x_{nm} & x_{n0} \end{pmatrix},$$

где $x_{ij} = X_j(a_i)$. Для этой точки определено значение $D(\bar{y})=F$. Таким образом, совокупность объектов из обучения определяет решающее правило. Отображение $G = (D(\bar{y}))\,(X_1(a),\dots,X_m(a))$ будем называть стратегией распознавания. Стратегия распознавания отображает точку $\tilde{y} \in R^{(m+1)\cdot n+m}$ в множество $\{1,2,\dots,k\}$,

$$\tilde{y} = \begin{pmatrix} x_{11},\dots,x_{1m} & x_{10} \\ x_{21},\dots,x_{2m} & x_{20} \\ \dots & \dots \\ x_{n1},\dots,x_{nm} & x_{n0} \\ x_{01},\dots,x_{0m} & \end{pmatrix},$$

где $x_{ij}= X_j(a_i)$, $a_1,\dots,a_n$ – объекты обучения, a_0 – распознаваемый объект.

Для каждого из m признаков определена группа допустимых преобразований $\{f\}$, где f есть взаимно-однозначное отображение $R \to R$. Мы используем формализацию измерений в числовых шкалах, данную в работе [4], где определяется понятие допустимого преобразования, группы допустимых преобразований. Здесь же укажем только на содержательный смысл этого понятия. Преобразование является допустимым, если применение этого преобразования к числовому представлению информации не приводит к потере эмпирической информации, содержащейся в числовом представлении. Для обозначения профессий мы можем выбрать произвольный набор чисел, необходимо только различным профессиям сопоставить различные числа. Для измерения длины можно выбрать произвольную единицу измерения.

Тип шкалы, в которой замерен признак, определяется группой допустимых преобразований $\{f\}$. Приведем примеры четырех широко распространенных шкал.

Пример I. Шкала наименований, $\{f\}$ – множество всех взаимно-однозначных отображений. В этой шкале замеряется профессия, тип изделия и т.д.

Пример 2. Шкала порядка, $\{f\}$ – множество всех взаимно-однозначных, монотонных отображений. В ней измеряются оценка успеваемости, степень проявления некоторого свойства и т.д.

Пример 3. Шкала интервалов $\{f\}=\{\alpha x+\beta\}$, температура.

Пример 4. Шкала отношений $\{f\}=\{\alpha x\}$, длина.

Подробное описание и исследование шкал можно найти в [4].

Таким образом, каждому признаку X_j сопоставляется группа допустимых преобразований E_j. Пусть $E=\{E_1,\ldots,E_m\}$. Стратегия G зависит от совокупности групп допустимых преобразований признаков, т.е. G есть функция от $\tilde{y}$ и E. Таким образом, элемент

$$\begin{pmatrix} x_{11},\ldots,x_{1m} & x_{10} \\ x_{21},\ldots,x_{2m} & x_{20} \\ \cdots & \cdots \\ x_{n1},\ldots,x_{nm} & x_{n0} \\ x_{01},\ldots,x_{0m} & \\ E_1,\ldots,E_m & \end{pmatrix} \qquad (1)$$

множества $R^{(m+1)\,n+m} \times E$ отображается в множество $\{1,2,\ldots,k\}$. Стратегия распознавания называется инвариантной относительно наименования признаков, если $G(\tilde{y},E)=G(\varphi(\tilde{y},E))$ для каждой пары $(\tilde{y},E)$, где $\varphi(\tilde{y},E)$ получается из $(\tilde{y},E)$ перестановкой двух любых столбцов в матричном представлении (I) за исключением последнего.

Стратегия распознавания называется инвариантной относительно наименования объектов, если для каждой пары $(\tilde{y},E)$

$$G(\tilde{y},E)=G(\varphi(\tilde{y},E)),$$

где $\varphi(\tilde{y},E)$ получается из $(\tilde{y},E)$ перестановкой двух любых строк в матричном представлении (I) этой пары за исключением последней.

Стратегия называется инвариантной относительно допустимых преобразований шкал, если для каждой пары $(\tilde{y},E)$

$$G(\tilde{y},E)=G(\varphi(\tilde{y},E)),$$

где

$$(\tilde{y},E)=\begin{pmatrix} f_1(x_{11}),\ldots,f_m(x_{1m}) & x_{10} \\ f_1(x_{21}),\ldots,f_m(x_{2m}) & x_{20} \\ \cdots & \cdots \\ f_1(x_{n1}),\ldots,f_m(x_{nm}) & x_{n0} \\ f_1(x_{01}),\ldots,f_m(x_{0m}) & \\ E_1,\ldots,E_m & \end{pmatrix}$$

и $f_1\in E_1,\ldots,f_m\in E_m$.

Если стратегия распознавания инвариантна в каждом из трех смыслов, то это гарантирует независимость результатов предсказания от выбора наименований признаков, наименований объектов и выбора числового представления. Приведенные выше требования являются более слабыми по сравнению с выдвигаемыми в работе Самохвалова К.Ф. [I0]. Игровую постановку, понятие стратегии, которые здесь применяются для постановки задачи распознавания, можно найти в [5].

Можно ввести понятие рандомизированного решающего правила и соответственно рандомизированной стратегии. При этом отображения F, D и G сопоставляют аргументу не одно из чисел $\{1,2,\ldots,k\}$, а вектор $p=(p_1,\ldots,p_k)$, где $\sum_{i=1}^{k} p_i=1$, $0\le p_i\le 1$.

Принятие решения происходит следующим образом: по паре $(\tilde{y},E)$ определяется вектор $(p_1,\ldots,p_k)$ и далее реализуется случайная величина, которая имеет исход i с вероятностью p_i. Реализация числа i означает принятие i-го образа.

Понятие инвариантной стратегии остается без изменения.

2. Логические решающие правила. В этой части работы приводится описание конкретного класса решающих правил, алгоритмов распознавания, выбирающих решающее правило в этом классе.

Будем называть элементарными выражения вида:

I) $X(a)=x$, $X(a)\neq x$ для признаков, замеренных в шкале наименований;

2) $X(a)\le x$, $X(a)>x$ для признака, замеренного в шкале порядка и более сильных шкалах (шкала с группой допустимых пре -

образований G_1 считается более сильной, чем шкала с группой G_2, если $G_1 \subseteq G_2$);

3) $\alpha_1 X_{j_1}(a) + \ldots + \alpha_i X_{j_i}(a) \geq \alpha_0$,

$$\alpha_1 X_{j_1}(a) + \ldots + \alpha_i X_{j_i}(a) < \alpha_0$$

($\alpha_1, \ldots, \alpha_i$, α_0 – набор чисел) для признаков, замеренных в шкалах отношений и интервалов. Будем обозначать элементарное выражение символом C, а дополняющее его выражение – символом $\bar{C}$.

Конъюнкцию элементарных выражений будем называть ветвью, т.е. $B = C_1 \wedge C_2 \wedge \ldots \wedge C_i$. Под длиной ветви будем понимать количество элементарных выражений, входящих в нее, и обозначать $N(B)$.

Логическое дерево определяется индукцией по его длине. Дерево длины один есть набор двух ветвей $\{C, \bar{C}\}$, где C – элементарное выражение. Дерево A длины $N(A) = \xi$ есть набор таких ветвей $\{B_1, \ldots, B_\beta\}$, что

I) $N(B_i) \le \xi$ для $\forall i = 1, \ldots, \beta$,

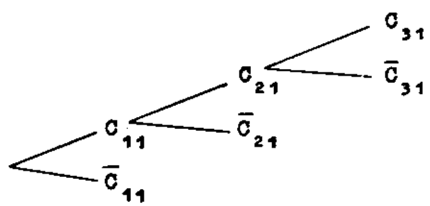
2) $\exists i$ такое, что $N(B_i) = \xi$,

3) $\exists$ - элементарное выражение C и деревья A_1 и A_2 такие, что $N(A_1) \le \xi - 1$, $N(A_2) \le \xi - 1$, и для каждой ветви $B_i \in A$ либо существует $B' \in A_1$ и $B_i = C \wedge B'$, либо существует ветвь $B'' \in A_2$ и $B_i = \bar{C} \wedge B''$.

В качестве характеристик дерева будем использовать длину дерева $N(A)$ и количество ветвей дерева $M(A)$. Очевидно,

$$N(A) = \max_{B_i \in A} N(B_i).$$

Удобно следующее графическое представление дерева:



Заметим, что каждый объект a удовлетворяет одной и только одной ветви дерева.

Будем говорить, что на дереве заданы решения, если для каждой ветви B_i дерева A определено значение $F(B_i) = j$ ($j = 1, 2, \ldots, k$).

Таким образом, мы определили множество решающих правил S. Для каждой ветви дерева определены величина $n_j(B_i)$ – число объектов обучающей выборки, принадлежащих j-му образу и удовлетворяющих ветви B_i, и $n(j)$ – число объектов j-го образа в обучающей выборке. Эти величины связаны соотношением $\sum_{i=1}^{\beta} n_j(B_i) = n(j)$.

Для дерева с решениями определено число $\nu(A)$ – число неправильно распознаваемых объектов обучающей выборки. Алгоритм распознавания должен по выборке выбирать "хорошее" дерево. С точки зрения распознавателя хорошим является то дерево, которое успешно распознает контрольную выборку.

В нестатистических подходах (тестовые алгоритмы, алгоритмы, использующие метрику) формируется обычно некоторый критерий качества и ставится задача найти правило, оптимизирующее этот критерий. При этом остается неясным, каким образом связан введенный критерий с успешностью распознавания контрольной выборки.

В сформулированном выше классе решающих правил критерий должен строиться с учетом двух требований:

I. Количество ветвей дерева $M(A)$ – сложность правила (см. [6, гл.7; I, гл.6]) – должно быть невелико.

2. Количество ошибочно распознаваемых объектов обучения мало.

Сформулируем, основываясь на этих принципах, следующий критерий качества дерева с решениями

$$V(A) = \frac{\nu(A)}{n} + f(M(A), n), \qquad (2)$$

где f – некоторая функция, заданная на множестве натуральных чисел. В качестве $f(i)$ для построения алгоритма можно выбрать очень простую функцию $f(i) = \frac{\Delta i}{n}$ (Δ – константа).

Итак, алгоритм выбирает из класса решающих правил такое, которое максимизирует выражение (2). Для того чтобы алгоритм был определен полностью, необходимо задать решение в случае, когда бы нашлось несколько деревьев, на которых критерий (2) достигает минимума. Решения для распознаваемого объекта, на котором эти деревья принимают различные решения, определяются случайно (т.е. задается рандомизированное правило).

УТВЕРЖДЕНИЕ. Описанный выше класс решающих правил и алгоритм распознавания, основанный на критерии вида (2), определяют стратегию распознавания, инвариантную по отношению к трем типам преобразований, определенных выше.

3. Статистическая модель. Далее описывается статистическая модель, которая позволяет задавать критерий выбора решающего правила из множества S. При этом предполагаем, что определены следующие характеристики:

$P(x/1)$ – распределение в признаковом пространстве при условии первого образа,

$P(x/2)$ – при условии второго образа,

$P(1)$, $P(2)$ – априорные вероятности первого и второго образов.

Решающее правило F задает область принятия первого образа

$$O_1^F = \{x \in R^n \mid F(x) = 1\}$$

и второго образа

$$O_2^F = \{x \in R^n \mid F(x) = 2\}.$$

Тогда определена вероятность ошибочного распознавания объекта:

$$P_0(F) = P(O_1^F/2) \cdot P(2) + P(O_2^F/1) \cdot P(1).$$

Эта характеристика нам не известна. Мы можем определить лишь частоту ошибки на обучающей выборке $\nu(F)/n$. Хорошо известен факт [I, гл.6; 7], что при выборе решающего правила из некоторой совокупности недостаточно учитывать лишь частоту ошибки, так как частота не является удовлетворительной оценкой для $P_0(F)$.

Далее для класса логических решающих функций (т.е. деревьев с решениями) будут получены критерии предпочтения на основе известных статистических моделей.

Рассмотрим подход Байеса. Если дерево A фиксировано, то множество его ветвей $\{B_1, \ldots, B_\beta\}$ образует полную систему событий, т.е. $B_i \cap B_j = \emptyset$, $\bigcup_{i=1}^{\beta} B_i$ – множество всех возможных исходов. Обозначим $P(1) \cdot P(B_i/1) = p_i$, $P(2) \cdot P(B_i/2) = q_i$. Вектор $p = (p_1, \ldots, p_\beta, q_1, \ldots, q_{\beta-1})$ определяет стратегию природы. Предположим, что на множестве всех возможных векторов $\overline{p}$ задано распределение. Это будет распределение в симплексе $K(2\beta - 1)$:

$$K(2\beta - 1) = \{\overline{p} = (p_1, \ldots, p_\beta, q_1, \ldots, q_{\beta-1}) \mid \sum_{i=1}^{\beta} p_i + \sum_{i=1}^{\beta-1} q_i \le 1,$$

$$0 \le p_i \le I,\ 0 \le q_i \le 1\}.$$

Пусть $z = (n_1, \ldots, n_\beta, m_1, \ldots, m_\beta)$, где n_i – число элементов первого образа из обучающей выборки, попавших в B_i; m_i – число элементов второго образа из обучающей выборки, попавших в B_i. Если решающее правило – F и стратегия природы – $\overline{p}$, то потери

$$P_0(\overline{p}, F) = \sum_{i \in O_2^F} p_i + \sum_{i \in O_1^F} q_i$$

(O_1^F и O_2^F определены выше). Алгоритм распознавания D задает F как функцию обучающей выборки $\overline{z}$. Тогда средние потери при применении алгоритма распознавания D к рандомизированной стратегии природы f определяются выражением

$$M_0(f, D) = \int_{K(2\beta-1)} \left(\sum_{(z)} P_0(\overline{p}, D(\overline{z})) P(\overline{z}/\overline{p}) f(\overline{p})\right) d\overline{p} =$$

$$= \sum_{(z)} \left(\int_{K(2\beta-1)} P_0(\overline{p}, D(\overline{z})) \cdot f(\overline{p}/\overline{z})\, d\overline{p}\right) P(\overline{z}). \quad (3)$$

Выражение

$$M(P_0(f\ D(z))/\overline{z}) = \int_{K(2\beta-1)} P_0(\overline{p}, D(\overline{z})) \cdot f(\overline{p}/\overline{z})\, d\overline{p}$$

есть условные потери на $\overline{z}$. Чтобы найти алгоритм распознавания, минимизирующий средние потери, необходимо минимизировать выражение (3) по $D(\overline{z})$. Множество $S = \{F\}$ конечно, так как на фиксированном дереве можно задать лишь конечное число вариантов принятия решения. Тогда для каждого $\overline{z}$ существует F_0 такое, что

$$M(P_0(f,F_0)/\overline{z}) \le M(P_0(f,F)/\overline{z}) \qquad (4)$$

$$\text{для} \quad \forall F \in S.$$

Зададим $D_0(\overline{z}) = F_0$, где F_0 обладает свойством (4). Очевидно, что $M(f,D_0) \le M(f,D)$ для $\forall D$, где D – алгоритм распознавания, отображающий множество $\{\overline{z}\}$ в множество $S = \{F\}$.

Пусть f – равномерное распределение в $K(2\beta-1)$. Оно задается полностью

$$f(\overline{p}) = \begin{cases} 1/V, & \text{если } \overline{p} \in K(2\beta-1), \\ 0, & \text{если } \overline{p} \notin K(2\beta-1), \end{cases}$$

$$V = \int\limits_{K(2\beta-1)} 1\, d\overline{p}.$$

Тогда можно вычислить условные потери на $\overline{z}$ в явном виде [2]

$$M(P_0(f,D(\overline{z}))/\overline{z}) = \int\limits_{K(2\beta-1)} P_0(\overline{p},D(\overline{z}))\, f(\overline{p}/\overline{z})\, d\overline{p} =$$

$$= \int\limits_{K(2\beta-1)} P_0(\overline{p},D(\overline{z}))\, \frac{P(\overline{z}/\overline{p})\, f(\overline{p})}{P(\overline{z})}\, d\overline{p} =$$

$$= \frac{1}{P(\overline{z})} \int\limits_{K(2\beta-1)} \Big(\sum_{i\in O_2} p_i + \sum_{i\in O_1} q_i\Big) P(\overline{z}/\overline{p})\, f(\overline{p})\, d\overline{p} =$$

$$= \left(\frac{n!}{n_1!\ldots n_\beta!\, m_1!\ldots m_\beta!} \int \frac{1}{V}\, p_1^{n_1}\ldots p_\beta^{n_\beta}\, q_1^{m_1}\ldots q_\beta^{m_\beta}\, d\overline{p}\right)^{-1} \times$$

$$\times \frac{n!}{n_1!\ldots n_\beta!\, m_1!\ldots m_\beta!} \int\limits_{K(2\beta-1)} \frac{1}{V}\Big(\sum_{i\in O_2} p_i + \sum_{i\in O_1} q_i\Big) p_1^{n_1}\ldots p_\beta^{n_\beta} \times$$

$$\times\, q_1^{m_1}\ldots q_\beta^{m_\beta}\, d\overline{p} = \left(\sum_{i\in O_2} \int\limits_{K(2\beta-1)} p_1^{n_1}\ldots p_i^{n_i+1}\ldots p_\beta^{n_\beta}\, q_1^{m_1}\ldots q_\beta^{m_\beta}\, d\overline{p} +\right.$$

$$\left. + \sum_{i\in O_1} \int\limits_{K(2\beta-1)} p_1^{n_1}\ldots p_\beta^{n_\beta}\, q_1^{m_1}\ldots q_i^{m_i+1}\ldots q_\beta^{m_\beta}\, d\overline{p}\right) \times$$

$$\times \left(\int\limits_{K(2\beta-1)} p_1^{n_1}\ldots p_\beta^{n_\beta}\, q_1^{m_1}\ldots q_\beta^{m_\beta}\, d\overline{p}\right)^{-1}.$$

Воспользуемся известным свойством [9, стр.193]

$$\int\limits_{K(r)} x_1^{v_1-1}\ldots x_r^{v_r-1}(1-x_1-x_2-\ldots-x_r)^{v_{r+1}-1} = \frac{\Gamma(v_1)\ldots\Gamma(v_{r+1})}{\Gamma(v_1+\ldots+v_{r+1})}.$$

Следовательно,

$$M(P_0(f,D)/\overline{z}) = \left(\sum_{i\in O_2} \frac{n_1!\ldots(n_i+1)!\ldots n_\beta\, m_1!\ldots m_\beta!}{(n+2\beta)!} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i\in O_2} \frac{n_1!\ldots n_\beta!\, m_1!\ldots(m_i+1)!\ldots m_\beta!}{(n+2\beta)!}\right) \times \left(\frac{n_1!\ldots n_\beta!\, m_1!\ldots m_\beta!}{(n+2\beta-1)!}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{\sum_{i\in O_2}(n_i+1) + \sum_{i\in O_1}(m_i+1)}{n+2\beta}.$$

Зададим F_0 следующим образом: $i \in O_1$, если $n_i \ge m_i$; $i \in O_2$, если $n_i \le m_i$. Очевидно, что определенное таким образом решающее правило обладает свойством (4).

В качестве критерия выбора предлагается

$$V(A) = M(P_0(f,D_0)/\overline{z}) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{\beta} \min(m_i, n_i) + \beta}{n+2\beta}.$$

Далее рассматриваются оценки равномерного отклонения частоты от вероятности. В работе [I] предлагаются критерии выбора решающего правила из заданного класса, использующие оценки вероятности равномерного уклонения частоты от вероятности по некоторому классу событий. Можно попытаться использовать этот подход для введения критерия выбора дерева. В качестве критерия предпочтения [I,гл.6, §6] предлагается

$$V(A) = \frac{\nu(A)}{n} + \varepsilon(n, \sigma, \eta).$$

Здесь n -объем обучающей выборки, $\nu(A)$ – число ошибок на обучении, $0<\eta<1$ – вероятность попадания в доверительный интервал, σ – показатель емкости класса всех решающих правил, заданных на дереве. Выбор решающего правила на фиксированном дереве является выбором в конечном множестве исходов, поэтому оценкой для уклонения будет [I, гл.5, §4] величина

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\beta - \ln \eta}{2n}},$$

так как число событий в классе равно 2^{β}, если дерево имеет β ветвей.

Соответствующий критерий имеет вид

$$V(A) = \frac{\nu(A)}{n} + \sqrt{\frac{\beta - \ln \eta}{2n}}.$$

ЗАМЕЧАНИЕ I. Приведенные выше статистические оценки служат оправданием для использования в реальных алгоритмах критериев вида:

$$V(A) = \frac{\nu(A)}{n} + f(M(A), n).$$

Использование именно таких критериев, а не самих оценок объясняется, во-первых, простотой их вычисления, что очень важно в задачах с большими переборами возможных деревьев, во-вторых, тем, что сами эти оценки еще не гарантируют получения критериев, лучших в некотором смысле.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Приведенные критерии используются для выбора деревьев, построенных из элементарных выражений вида: $X(a)=x$, $X(a) \neq x$ и $X(a) \leq x$, $X(a) > x$.

При использовании элементарных выражений вида

$$\alpha_1 X_{j_1}(a) + \alpha_2 X_{j_2}(a) + \ldots + \alpha_i X_{j_i} \geq \alpha_0$$

необходимо в критерии выбора учитывать количество признаков, входящих в такие выражения.

Литература

I. ВАПНИК В.Н., ЧЕРВОНЕНКИС А.Я. Теория распознавания образов. М., "Наука", 1974.

2. БОРОВКОВ А.А. О задаче распознавания образов. -"Теория вероятностей и ее применение", 1971, т.XVI, вып.I, с. 136.

3. БОНГАРД М.М. Проблема узнавания. М., "Наука", 1967.

4. СУППЕС П., ЗИНЕС Дж. Основы теории измерений. -В сб. "Психологические измерения", М., 1967.

5. БЛЕКУЭЛЛ Д., ГИРШИК М.А. Теория игр и статистических решений. М., ИЛ, 1958.

6. ЗАГОРУЙКО Н.Г. Методы распознавания и их применение.М., "Сов.радио", 1972.

7. ЛБОВ Г.С., МАНОХИН А.Н. Об оценке качества решающего правила на основе малой обучающей выборки. -В кн.: Вычислительные системы. Вып. 55. Новосибирск, 1973, с. 98-107.

8. ЛБОВ Г.С., КОТЮКОВ В.И.,МАНОХИН А.Н. Об одном алгоритме распознавания в пространстве разнотипных признаков.-Там же, с. 108-110.

9. УИЛКС С. Математическая статистика. М., "Наука", 1967,

10. САМОХВАЛОВ К.Ф. О теории эмпирических предсказаний. - кн.: Вычислительные системы. Вып. 55. Новосибирск, 1973, с. 3-35.

11. ЛБОВ Г.С., КОТЮКОВ В.И.,МАШАРОВ Ю.П. Методы поиска закономерностей на эмпирических таблицах. -Настоящий сборник, с.29-41

Поступила в ред.-изд.отд.
5 апреля 1976 года