АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ В МИКРОЭЛЕКТРОНИКЕ.
ТЕОРИЯ, МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ
(Вычислительные системы)
1978 год Выпуск 77

УДК 621.382.32

МОДЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

В.Г.Хрущев

В большинстве работ по автоматизации проектирования интегральных схем (ИС) используется, в явной или неявной форме,модель геометрической конструкции, в которой отдельные компоненты или имеют форму прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат, или могут быть представлены в виде объединения таких прямоугольников. Однако в ряде случаев на практике встречаются более сложные геометрические конфигурации, для работы с которыми требуется модель геометрической конструкции, не содержащая принципиальных ограничений формы ее компонентов.Одна из таких моделей рассматривается в данной работе.

Модели геометрической конструкции ИС должны содержать параметры, необходимые для реализации технологических и электрических характеристик ИС. Как показывает анализ задач, возникающих при автоматизации проектирования ИС, изготовляемых методами планарной технологии (например, задачи контроля топологии ИС),модели геометрической конструкции ИС должны удовлетворять следующим основным требованиям:

1. Модель должна содержать средства для описания взаимного положения отдельных элементов топологии ИС.

2. Модель должна предоставлять возможность определения расстояния между элементами топологии ИС.

Описываемая здесь модель построена с учетом прежде всего этих двух требований.

§I. Основные понятия и обозначения

Пусть $\mathfrak{M}$ – связное компактное множество на плоскости и пусть $K = \{k_i\}$ – конечное множество жордановых кривых, лежащих внутри $\mathfrak{M}$ (под жордановой кривой здесь подразумевается кривая, гомеоморфная окружности); эти кривые в дальнейшем будем называть контурами, а индексы i – номерами контуров. Через $z(k_i)$ обозначим множество, состоящее из точек контура k_i и точек плоскости, лежащих внутри контура k_i. Границу множества M обозначим через $\Gamma(M)$.

Пусть $s: K \to N$ – отображение множества контуров K в множество целых положительных чисел N и пусть выполняется условие $(\forall i,j)(s(k_i) = s(k_j) \Rightarrow k_i \cap k_j = \emptyset)$.

Отображение s разбивает множество K на классы; в один и тот же класс K^α входят все контуры k_i, для которых $s(k_i)=\alpha$, $\alpha \in N$. Число классов разбиения будем обозначать через n_s. Внутри каждого класса контуры могут быть упорядочены при помощи следующего отношения L на множестве пар контуров: $\langle k_i, k_j \rangle \in L$, если $z(k_i) \supset z(k_j)$.

Непосредственной проверкой можно установить, что отношение L обладает всеми свойствами отношения порядка, т.е. является рефлексивным, антисимметричным и транзитивным. Отношение L в дальнейшем называется отношением вложенности контуров.

Индексом вложенности контура k_i назовем величину $\lambda_i \equiv m \pmod 2$, где m – число контуров k_j из того же класса K_α, что и контур k_i, для которых $\langle k_j, k_i \rangle \in L$.

Контур k_j называется непосредственно вложенным в контур k_i, если $\langle k_i, k_j \rangle \in L$ и не существует контура k_l, удовлетворяющего условиям: $\langle k_i, k_l \rangle \in L$, $\langle k_l, k_j \rangle \in L$. Множество пар контуров, один из которых непосредственно вложен в другой, будет обозначаться через L^0, $L^0 \subset L$.

Пусть с каждым классом K^α связана величина t_α, $t_\alpha \in \{-1,1\}$, которую назовем типом класса K^α. Через $\vec{t}$ обозначаем вектор, α-я составляющая которого равна t_α.

Типом контура k_i называется величина $\tau_i = (2\lambda_i - 1)\cdot t_\alpha$, причем $\alpha = s(k_i)$. Так как λ_i принимает значения из множества $\{0,I\}$, величина τ_i принимает значения из множества $\{-I,I\}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Связное подмножество d_μ множества $\mathfrak{M}$ назовем компонентом геометрической конструкции с номером μ, если выполняется условие: $d_\mu = z(k_i) \setminus \bigcup_j (z(k_j) \setminus k_j)$, где тип контура

k_i равен +I, а операция объединения распространяется на те значения j, которые удовлетворяют условиям: $s(k_i) = s(k_j)$ и $(k_i, k_j) \in L^0$.

Набор контуров k_i и k_j образует границу $\Gamma(d_\mu)$ компонента d_μ. Очевидно, что каждый контур k_i, для которого $\tau_i = +I$, порождает один и только один компонент d_μ, в силу связности d_μ, а для каждого контура k_j справедливо $\tau_j = -1$ по определению величин τ и λ.

Через $D = \{d_\mu\}$ обозначим множество компонентов геометрической конструкции.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Набор $\mathcal{G} = (D, s, \vec{t})$ назовем геометрической конструкцией ИС.

Введенные понятия иллюстрируются рисунком I,а,б,в. На рис.I,а представлено множество контуров, принадлежащих некоторому классу K^α. Множество контуров, принадлежащих одному и тому же классу K^α, соответствует множеству контуров, принадлежащих одному слою геометрической конструкции; $\alpha = s(k_i)$ - номер слоя. Число классов n_s, на которые отображение s разбивает множество контуров K, называется числом слоев геометрической конструкции. Все контуры, задающие компо-

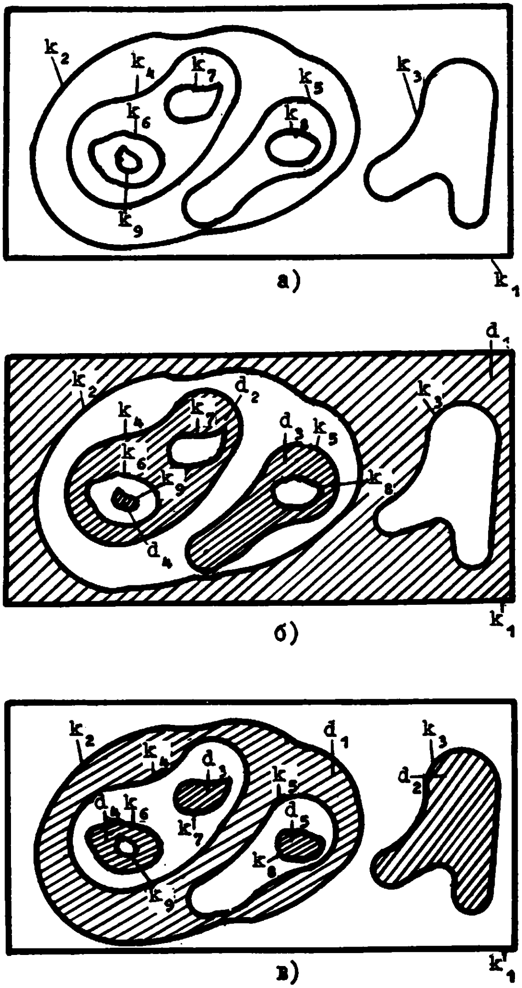


Рис. I

ненты геометрической конструкции, принадлежат множеству $\mathfrak{M}$, которое на практике задается внешним контуром, имеющим обычно прямоугольную форму (на рис.I множество $\mathfrak{M}$ совпадает с множеством $z(k_1)$). На рис. I,б и в показаны компоненты геометрической конструкции, которые образуются контурами $k_1 - k_9$ (рис.I,а), для различных значений t_α (на рис.I,а и б множества, соответствующие компонентам геометрической конструкции, заштрихованы). Компоненты геометрической конструкции на рис.I,б соответствуют значению $t_\alpha = -I$, а компоненты на рис.I,в - значению $t_\alpha = +I$. Величина λ_i отражает тот факт, что каждый слой состоит из участков, занятых образующим слой веществом, и участков, где это вещество отсутствует; эти участки имеют общую границу (в терминологии работы [3] каждый слой состоит из светлых и темных областей, и цвет областей меняется при переходе через их границу). В качестве компонентов геометрической конструкции в каждом слое могут быть выбраны, в зависимости от их функционального назначения, или области, занятые веществом, или области, где вещество отсутствует; этот выбор обеспечивается совместным заданием величин λ_i и t_α, определяющих тип контура k_i. При $\tau_i = +I$ контур будет называться внешней, а при $\tau_i = -I$ - внутренней границей компонента геометрической конструкции. Например, на рис.I,в компонент d_1 имеет в качестве своей внешней границы контур k_2 ($t_\alpha=+1$; $\lambda_2 = 1$; $\tau_1=+1$), а внутренних границ - контуры k_4 и k_5 ($t_\alpha=+1$; $\lambda_4=0$; $\tau_4=-1$; $\lambda_5=0$; $\tau_5=-1$).

§2. Задание относительного взаимного положения компонентов геометрической конструкции

Пусть $\overrightarrow{SL}$ - некоторый вектор, размерность которого равна числу слоев геометрической конструкции n_s, а составляющие принимают значения из множества $\{-I,0,+I\}$; α-я составляющая вектора обозначается через SL_α. Через $\mathfrak{M}_\alpha$ обозначим множество

$$\mathfrak{M} \setminus \Big(\bigcup_{s(d_\mu)=\alpha} (d_\mu \setminus \Gamma(d_\mu)) \Big),$$

это множество замкнуто и ограничено контурами слоя с номером α.

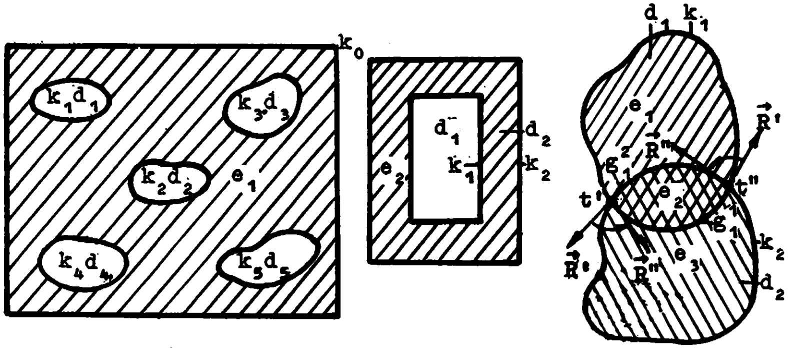
ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Элементом e_ν геометрической конструкции будем называть компонент связности множества E, определяемый выражением $E = \bigcap_{\alpha=1}^{n_s} M_\alpha$, где

$$M_\alpha = \begin{cases} d_\mu, & \text{если } s(d_\mu) = \alpha \text{ и } SL_\alpha=+1, \\ \mathfrak{M}_\alpha, & \text{если } SL_\alpha = -1, \\ \mathfrak{M}, & \text{если } SL_\alpha = 0; \end{cases}$$

вектор $\overrightarrow{SL}$ назовем слоевой характеристикой $\overrightarrow{SL}(e_\nu)$ элемента геометрической конструкции e_ν, а набор $Q^\nu = \{M_\alpha\}$ - набором образующих множеств элемента e_ν.

Как видно из определения, точки элемента геометрической конструкции принадлежат компоненту d_μ с номером слоя α, если α-я составляющая слоевой характеристики равна +I; или принадлежат замыканию множества, являющегося дополнением к множеству, совпадающему с объединением всех компонентов геометрической конструкции с номером слоя α, если α-я составляющая слоевой характеристики равна -I; или, наконец, положение этих точек относительно компонентов геометрической конструкции с номером слоя α безразлично, если α-я составляющая слоевой характеристики равна 0.

Набор элементов геометрической конструкции для заданного значения слоевой характеристики описывает относительное взаимное положение компонентов геометрической конструкции (без учета их конкретного расположения в системе координат). Например, взаимное относительное положение компонентов слоя с номером α описывается элементом геометрической конструкции со слоевой характеристикой, α-я составляющая которой равна -I, а остальные составляющие равны 0 (см.рис.2,а, где элемент геометрической конструкции заштрихован). Взаимное относительное положение компонентов d_1 с номером слоя α_1 и d_2 с номером слоя α_2 для случая,когда компонент d_1 целиком лежит внутри компонента d_2, описывается элементом геометрической конструкции e_2 со слоевой характеристикой, α_1-я составляющая которой равна -I,а α_2-я составляющая - +I (рис.2,б).



а) б) в)

Рис. 2

Взаимное положение компонентов d_1 и d_2, имеющих непустую общую часть и удовлетворяющих условию, что каждый из них не принадлежит целиком другому, характеризуется тремя элементами e_1, e_2 и e_3 (рис.2,в). Если элементы геометрической конструкции, определяемые компонентами некоторых слоев геометрической конструкции, должны различаться по своим характеристикам в зависимости от того, каким еще слоям они принадлежат, то в их слоевых характеристиках соответствующие составляющие получают ненулевые значения.

§3. Выделение элементов геометрической конструкции

В этом разделе будет показано, что для нахождения элементов геометрической конструкции достаточно использовать две основные операции.

Отметим свойства элементов геометрической конструкции, позволяющие ввести указанные операции (мы будем перечислять эти свойства по мере введения необходимых для их формулировки определений и обозначать литерой "С" с порядковым номером свойства).

СI. Элементы геометрической конструкции являются замкнутыми множествами.

С2. Границы элементов геометрической конструкции образуются границами компонентов геометрической конструкции.

Введем теперь понятия граничной дуги и базисной точки элемента геометрической конструкции.

Пусть e_ν – элемент геометрической конструкции со слоевой характеристикой $\overrightarrow{SL}(e_\nu)$ и пусть t – точка на границе элемента e_ν. Тогда существует контур k_i, содержащий точку t.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Граничной дугой g^i_μ элемента геометрической конструкции e_ν будет называться компонент связности множества $g^i = (\bigcap_{k_i \notin \Gamma(M_\alpha)} M_\alpha) \cap k_i$, для которого выполняется условие $g^i_\mu \in e_\nu$, где операция объединения распространяется на все образующие элемент геометрической конструкции множества из Q^ν, за исключением того множества M_α, граница которого содержит контур k_i; μ – номер граничной дуги. Другими словами граничная дуга g^i_μ элемента геометрической конструкции e_ν – это компонент связности той части контура k_i, которая принадлежит каждому из образующих элемент e_ν множеств M_α.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Точка t элемента геометрической конструкции e_ν, будет называться базисной точкой элемента e_ν, если среди обра –

зующих элемент e_ν множеств существует такое множество M_α, что точка t принадлежит границе множества M_α, и в любой ее окрестности существуют точки границы множества M_α, не принадлежащие e_ν.

Например, на рис.2,в g_1^1 и g_1^2 – граничные дуги, а t' и t'' – базисные точки элемента e_2.

С3. Множество точек, принадлежащих дуге $g_\varkappa^i$, замкнуто в k_i.

С4. Граничная дуга $g_\varkappa^i$ элемента геометрической конструкции e_ν либо совпадает с контуром k_i, либо ограничена базисными точками элемента e_ν.

С5. Граница $\Gamma(e_\nu)$ элемента e_ν геометрической конструкции состоит из контуров, образованных граничными дугами элемента e_ν; при этом для каждой граничной дуги $g_\varkappa^i$, не являющейся контуром, можно указать 3 контура: $k_i \in \Gamma(M_{\alpha'})$, $k_j \in \Gamma(M_{\alpha''})$ и $k_l \in \Gamma(M_{\alpha'''})$; ($M_{\alpha'}, M_{\alpha''}, M_{\alpha'''} \in Q^\nu$), удовлетворяющие условиям: $t' \in k_i \cap k_j$; $t'' \in k_i \cap k_l$, где t' и t'' – базисные точки элемента e_ν, ограничивающие дугу $g_\varkappa^i$. В частном случае контуры k_j и k_l могут совпадать.

Введем понятие ориентации контура (по аналогии с тем, как это сделано, например, в [I]).

Пусть задано непрерывное отображение $f_{op}: [0,1] \to k_i$, где $[0,I]$ – замкнутый промежуток множества действительных чисел, и пусть выполняется условие $f_{op}(0) = f_{op}(1)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Ориентация контура называется положительной (отрицательной), если при движении точки x вдоль сегмента $[0,I]$ от точки $x = 0$ к точке $x = I$ образ $f_{op}(x)$ этой точки на контуре k_i описывает полный оборот в направлении, противоположном направлению (соответственно совпадающем с направлением) движения часовой стрелки; будем говорить, что индекс ориентации положительно ориентированного контура равен +I, а отрицательно ориентированного равен -I.

Для компонента d_i геометрической конструкции примем, что индекс ориентации любого контура из $\Gamma(d_i)$ совпадает с типом этого контура; ориентация граничных контуров множеств $\mathcal{M}_\alpha$ противоположна их ориентации в компонентах d_i из слоя с номером α.

Рассмотрим теперь ориентацию граничных контуров элементов геометрической конструкции.

Функция f_{op} контура задает некоторую ориентацию граничной дуги, принадлежащей этому контуру, а именно такую ориентацию, что при движении вдоль дуги в положительном направлении функция f_{op}^{-1}

возрастает. Будем называть эту ориентацию индуцированной, а если контур принадлежит границе множества $M_\alpha (M_\alpha \in Q^\nu)$, то будем называть ее базисной ориентацией дуги.

С6. Базисная ориентация всех граничных дуг произвольного контура из границы $\Gamma(e_\nu)$ элемента e_ν или совпадает с ориентацией, индуцированной этим контуром, или противоположна ей, в зависимости от выбранной ориентации контура.

Граничные контуры элемента геометрической конструкции будем в дальнейшем считать ориентированными таким образом, чтобы индуцированная ими ориентация граничных дуг совпадала с их базисной ориентацией.

Тип граничного контура элемента геометрической конструкции определим по аналогии с типом контура, заменяя в определениях класс K^α на множество граничных контуров элемента и полагая, что тип класса t равен +I.

С7. Тип граничного контура элемента геометрической конструкции совпадает с индексом его ориентации.

Каждая базисная точка t элемента e_ν геометрической конструкции является границей двух смежных граничных дуг; обозначим их через $g^i_{\mu'}$ и $g^j_{\mu''}$, и пусть точка t является "конечной" точкой дуги $g^i_{\mu'}$ и "начальной" точкой дуги $g^j_{\mu''}$ (для заданной ориентации этих дуг). Свяжем с базисной точкой t векторы $\vec{R}'$ и $\vec{R}''$: $\vec{R}'$ - вектор, касательный в точке t к той части $\tilde{k}_i$ контура k_i, которая определяется выражением $\tilde{k}_i = k_i \setminus g^i_{\mu'}$; $\vec{R}''$ - вектор, касательный в точке t к части $\tilde{k}_j$ контура k_j, определяемой выражением $\tilde{k}_j = k_j \setminus g^j_{\mu''}$.

С8. Для любой базисной точки элемента геометрической конструкции угол между векторами $\vec{R}'$ и $\vec{R}''$ имеет положительную величину.

Свойство С8 удобно для идентификации граничной дуги, "исходящей" из заданной базисной точки (см. рис.2,в).

Суммируя сказанное, заметим, что для выделения элемента геометрической конструкции достаточно найти образующие его границу контуры, состоящие из граничных дуг. Граничная дуга элемента e_ν геометрической конструкции определяется как часть граничного контура некоторого множества M_α, принадлежащая всем множествам из набора $Q^\nu \setminus M_\alpha$ образующих множеств элемента e_ν.

При нахождении граничной дуги g^i_μ элемента e_ν геометрической конструкции в соответствии с С4 можно выделить два случая:

I. Граничная дуга g_u^i совпадает с контуром k_i из $\Gamma(M_\alpha)$, где $M_\alpha \in Q^\nu$. Признаком возникновения такой ситуации может служить условие $(\forall\alpha)$ $(k_i \subset M_\alpha)$. Так как контур k_i представляет собой связное множество, а множество M_α задано своими граничными контурами, то указанное условие может быть приведено к более удобному на практике виду: дуга g_u^i элемента e_ν геометрической конструкции совпадает с контуром k_i: $k_i \in \Gamma(M_\alpha)$, если существует точка t контура k_i, принадлежащая всем множествам из $Q^\nu \setminus M_\alpha$, и если контур k_i не пересекается ни с каким граничным контуром каждого множества из $Q^\nu \setminus M_\alpha$.

2. Граничная дуга g_u^i ограничена базисными точками элемента e_ν геометрической конструкции. Тогда в соответствии с C5 существуют контур k_i и контуры k_j и k_l такие, что $k_i \cap k_j$ и $k_i \cap k_l$ определяют базисные точки граничной дуги элемента e_ν. Отсюда следует, что для нахождения базисной точки элемента e_ν достаточно найти такую точку пересечения контуров k_i из $\Gamma(M_\alpha)$ и k_j из $\Gamma(M_{\alpha'})$, которая принадлежала бы всем множествам из набора $Q^\nu \setminus (M_\alpha, M_{\alpha'})$ и для которой выполнялось бы условие C8.

Таким образом, в обоих случаях основными являются следующие две операции:

- определение принадлежности точки множества $\mathcal{M}$ подмножеству множества $\mathcal{M}$, заданному граничными контурами;

- определение точек пересечения двух контуров.

Для реализации первой операции удобно использовать понятие порядка кривой относительно точки, которое вводится следующим образом (см., например, [I]).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Порядком замкнутой кривой на плоскости относительно точки t, не лежащей на этой кривой, называется величина $p = \varepsilon / 2\pi$, где ε-угол, описываемый вектором, направленным из точки t в точку на кривой, при обходе кривой в направлении, заданном ориентацией кривой.

Так как кривая замкнута, ε принимает значения, кратные 2π.

Для жордановых кривых порядок кривой относительно точки может принимать значения $\{-I, 0, +I\}$, причем значение $p=0$ соответствует случаю, когда точка не принадлежит области, расположенной внутри кривой, а значения $-I$ и $+I$ определяют случай, когда точка лежит внутри этой области (при $p=-1$ контур обходится по часовой стрелке, а при $p=+1$ - против часовой стрелки).

Это правило легко распространяется на случай множеств d_i, ограниченных несколькими контурами, если считать, что контуры, тип которых $\tau=+1$, ориентированы положительно, контуры с $\tau=-1$ - отрицательно, а порядок границы множества d_i относительно точки равен сумме порядков всех граничных контуров множества d_i относительно той же точки. Тогда для точек, принадлежащих множеству $d_i \setminus \Gamma(d_i)$, порядок $p=+1$, так как порядок внешнего контура равен +I, а порядок каждого из внутренних контуров равен 0. Порядок границы множества d_i относительно точки, не принадлежащей d_i, равен 0, так как если точка лежит вне контура, для которого $\tau = +I$, то порядок каждого контура равен 0, а если точка лежит внутри контура с $\tau = -I$, то порядок этого контура равен -I, порядок контура с $\tau = +I$ равен +I, а порядок остальных контуров равен 0.

С учетом сказанного, можно первую операцию определять только для случая принадлежности точки множества $\mathcal{M}$ подмножеству множества $\mathcal{M}$, ограниченному контуром.

Конкретная реализация указанных операций зависит от способа задания и геометрических особенностей контуров и будет рассмотрена ниже для одного частного случая.

§4. Технологические ограничения на метрические характеристики геометрической конструкции

Технологические ограничения на размеры компонентов геометрической конструкции и на расстояния между ними зависят не только от номеров слоев компонентов, но и от их положения относительно других компонентов геометрической конструкции. С другой стороны, элемент геометрической конструкции является наименьшим из геометрических образований, которые можно идентифицировать по признаку принадлежности их точек различным слоям геометрической конструкции. Поэтому естественно определять размеры и расстояния с учетом принадлежности рассматриваемых частей компонентов геометрической конструкции элементам геометрической конструкции с заданной слоевой характеристикой.

Под технологическим ограничением в данной работе будем понимать набор $(\overrightarrow{SL}, \alpha_1, \alpha_2, R_{MA})$, где $\overrightarrow{SL}$ - слоевая характеристика элемента геометрической конструкции, α_1 и α_2 - номера слоев контуров геометрической конструкции, которым принадлежат граничные дуги элемента геометрической конструкции, а R_{MA} - величина минимально-допустимого расстояния между этими дугами.

Величины α_1 и α_2 показывают, между контурами каких слоев отсчитывается расстояние, при этом α_1-я и α_2-я составляющие вектора $\overrightarrow{SL}$ определяют направление отсчета расстояний относительно граничных дуг элемента геометрической конструкции; остальные составляющие вектора $\overrightarrow{SL}$ задают положение этих дуг относительно компонентов других слоев геометрической конструкции. Такой способ задания технологических ограничений позволяет использовать одну и ту же форму записи ограничений на размеры компонентов геометрической конструкции и на расстояния между ними.

Расстояние между двумя граничными дугами отсчитывается вдоль прямой, перпендикулярной к обоим дугам в некоторых точках. Для правильного задания расстояний нужно, чтобы такие точки могли быть найдены для обеих граничных дуг. Это требование должно учитываться при задании технологических ограничений (в частности, при выборе слоевых характеристик), и на практике оно всегда легко удовлетворяется.

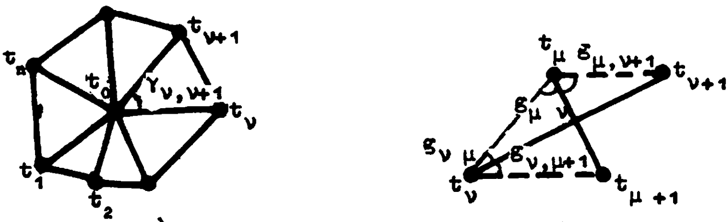
При определении расстояния вдоль прямой, перпендикулярной к граничным дугам, для учета смещения границ компонентов геометрической конструкции под действием погрешности могут быть использованы формулы для изменения величин координат, приведенные в приложении к [4], но в рассматриваемом случае эти смещения должны отсчитываться вдоль перпендикуляра к граничной дуге.

Процедура нахождения перпендикуляров к граничным дугам зависит от конкретного вида этих дуг и будет вкратце описана для одного частного вида контуров, встречающегося в подавляющем большинстве случаев на практике.

§5. Случай контуров, заданных отрезками прямых

На практике широкое распространение получил случай, когда граничные контуры компонентов геометрической конструкции задаются отрезками прямых. Мы ограничимся рассмотрением этого случая, хотя нетрудно было бы получить формулы, аналогичные приведенным ниже, для более сложных конфигураций, например для дуг окружностей.

Пусть контуры k_i заданы прямолинейными отрезками, не имеющими попарно общих точек, кроме конечных точек отрезков. Такие контуры удобно задавать последовательным перечислением точек, принадлежащих смежным отрезкам; ориентация таких контуров может быть задана порядком записи этих точек. Точки задаются указанием своих координат в прямоугольной системе координат на плоскости.



а) Рис. 3 б)

Тогда первая операция (см. с.88) реализуется следующим образом. Пусть t_0 – точка, не принадлежащая контуру, относительно которой определяется порядок, и пусть точки контура пронумерованы числами от I до n (см. рис.3,а). Угол между вектором, направленным из точки t_0 в точку t_ν, и вектором, направленным из точки t_0 в точку $t_{\nu+1}$, обозначим через $\gamma_{\nu,\nu+1}$. Тогда

$$\sum_{\nu=1}^{n} \gamma_{\nu,\nu+1} = \varepsilon,$$

где $\varepsilon \in \{-2\pi, 0, 2\pi\}$, а $\nu+1$ при $\nu = n$ заменяется на I. Величина угла $\gamma_{\nu,\nu+1}$ определяется выражением:

$$\gamma_{\nu,\nu+1} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin \gamma_{\nu,\nu+1}}{\cos \gamma_{\nu,\nu+1}}\right)$$

или после подстановки выражений для синуса и косинуса по формулам векторного и скалярного произведений векторов:

$$\gamma_{\nu,\nu+1} = \operatorname{arctg}\frac{(x_\nu-x_0)(y_\nu-y_0) - (x_{\nu+1}-x_0)(y_{\nu+1}-y_0)}{(x_\nu-x_0)(x_{\nu+1}-x_0) - (y_\nu-y_0)(y_{\nu+1}-y_0)},$$

где x_μ и y_μ – координаты μ-й точки x и y, $\mu \in \{0, \nu, \nu+1\}$.

Для реализации второй операции (см. с.88), определяющей наличие точек пересечения граничных контуров, в рассматриваемом случае достаточно проверить на пересечение все пары отрезков двух контуров; для этого достаточно рассмотреть взаимное положение граничных точек каждого из двух рассматриваемых отрезков относительно прямой, содержащей второй отрезок пары.

Через $g_{\mu\nu}$ обозначим угол между отрезками $[t_\mu, t_{\mu+1}]$ и $[t_\mu, t_\nu]$, тогда условия пересечения отрезков $[t_\mu, t_{\mu+1}]$ и $[t_\nu, t_{\nu+1}]$ будут иметь вид:

а) в случае, когда $\sin g_{\nu\mu}$ и $\sin g_{\nu,\mu+1}$ (или, что то же самое, $\sin g_{\mu\nu}$ и $\sin g_{\mu,\nu+1}$) не равны одновременно нулю, т.е. отрезки не лежат на одной прямой (рис.3,б), пересечение имеет место, если одновременно выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned} \sin g_{\nu\mu} \cdot \sin g_{\nu,\mu+1} \le 0, \\ \sin g_{\mu\nu} \cdot \sin g_{\mu,\nu+1} \le 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Эти условия показывают, что для пересечения не принадлежащих одной прямой отрезков необходимо и достаточно, чтобы обе граничные точки каждого из отрезков не находились по одну сторону от прямой, на которой лежит другой отрезок;

б) в случае, когда $\sin g_{\nu\mu} = \sin g_{\nu,\mu+1} = 0$, т.е. отрезки лежат на одной прямой, они не перекрываются, если выполняется одно из следующих двух условий:

$$\begin{aligned} \cos g_{\nu\mu} < 0 \text{ и } \cos g_{\nu,\mu+1} < 0, \\ \cos g_{\nu+1,\mu} < 0 \text{ и } \cos g_{\nu+1,\mu+1} < 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Условие, выражающее свойство С8, может быть теперь записано в виде $\sin \gamma^{t}_{\mu\nu} > 0$, где $\gamma^{t}_{\mu\nu}$ - угол между отрезками $[t_\mu, t_{\mu+1}]$ и $[t_\nu, t_{\nu+1}]$, пересекающимися в точке t.

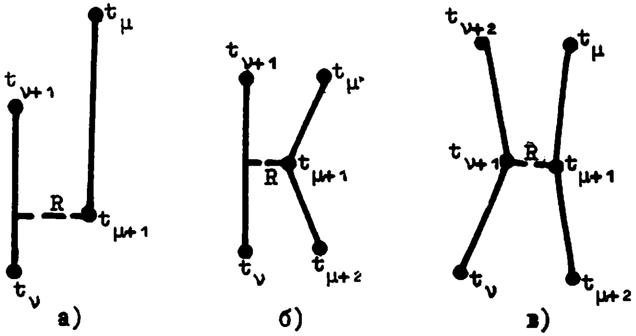


Рис. 4

Выражения для синусов и косинусов, использованные в формулах (I) и (2), удобно вычислять по формуле для векторного произведения двух векторов.

Расстояние между контурами вычисляется как расстояние между отрезками, образующими контуры. При этом выделяются три случая взаимного положения отрезков с учетом направления, в котором должно определяться расстояние (рис.4,а-в). В процессе определения расстояний путем вычисления величин синусов и косинусов соответствующих углов определяется, какой из трех случаев имеет место, а затем проводится вычисление величины расстояния.

Описанная модель была использована при написании программы контроля для МДП ИС с дополняющей симметрией.

Литература

1. СТИНРОД Н., ЧИНН У. Основные понятия топологии. М.,"Мир", 1967.

2. LEFSCHETZ S. Introduction to Topology. Princeton, New Jersey, Princ.Univ.Press, 1949.

3. СТРЕМПКОВСКИЙ А.Л. Основные задачи математического обеспечения генераторов изображения. -В кн.: Микроэлектроника. М., "Сов.радио", 1976, с. 305-311.

4. ХРУЩЕВ В.Г. Определение допустимых размеров геометрической конструкции интегральных схем. -В кн.: Автоматизация проектирования в микроэлектронике. Теория, методы, алгоритмы.(Вычислительные системы, вып. 64.) Новосибирск, 1975, с. 94-107.

Поступила в ред.-изд.отд.
7 октября 1978 года