ЭМПИРИЧЕСКОЕ ПРЕДСКАЗАНИЕ И РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ
(Вычислительные системы)
1979 год Выпуск 79

УДК 51:16

СЕМАНТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ТЕОРИИ ЭМПИРИЧЕСКОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ

Б.П.Гаврилко

В работе рассматриваются некоторые аспекты методологии эмпирических наук, связанные с обнаружением эмпирических закономерностей. В [I] предложен подход к такой проблематике на основе формулируемого там же понятия теории эмпирического предсказания.Этот подход существенным образом опирается на определенные представления о ситуации, связанной с получением и обработкой результатов наблюдений. Содержащийся в [I] анализ возможных теорий эмпирического предсказания, удовлетворяющих некоторым естественным требованиям, обнаружил серьезные трудности в рассматриваемой области. Этот факт послужил стимулом для исследований, результаты которых излагаются ниже.

В данной работе предпринята попытка модификации отмеченных основополагающих представлений и, тем самым, самого подхода к теории эмпирического предсказания. Основные особенности этой модификации заключаются в следующем.

Во-первых, под наблюдением мы понимаем нечто большее,чем манипулирование с приборами применительно к эмпирическим объектам,о которых неизвестно ничего, кроме того, что они объекты. В нашем понимании объекты имеют более адекватный статус благодаря отражению в разрабатываемом формализме фундаментальной идеи повторяемости экспериментов и идеи зависимости между отдельными актами наблюдения. На формальном уровне им соответствуют семантические алгоритмы, имеющие эмпирическую интерпретацию.

Во-вторых, под усилением эмпирической гипотезы, которая соответствует эмпирической закономерности и состоит здесь из нескольких эмпирических предположений, понимается усиление только одного предположения, а именно предположения о том, что может и что не может наблюдаться фиксированными средствами наблюдения. Остальные предположения гипотезы при усилении последней не изменяются, т.е. играют роль "парадигмы". Формальными эквивалентами не меняющихся при усилении гипотезы предположений и являются семантические алгоритмы, выражающие отмеченные идеи, связанные с понятием объекта. Таким образом, процесс усиления гипотез рассматри - вается здесь лишь постольку, поскольку он не выводит за рамки указанной парадигмы.

§I. Первое определение понятия эмпирической гипотезы

Под отдельным актом предсказания (см. [I,с.4-5]) предложено понимать следующее.

Отправляясь от исходной эмпирической гипотезы h_0, включающей описание предполагаемых свойств некоторых измерительных приборов, и используя информацию о результатах измерения с помощью этих приборов некоторого множества эмпирических объектов, заключенную в протоколе pr_0 и согласующуюся с гипотезой h_0, необходимо указать новую гипотезу h_1 такую, что:

а) h_1 является более информативной по сравнению с h_0;

б) информация, содержащаяся в протоколе pr_0, согласуется с гипотезой h_1.

Там же (см. [I, с.6]) под теорией эмпирического предсказания понимается функция f вида

$$f(\langle h_0, pr_0, \mathscr{B}_0 \rangle) = h_1,$$

на которую накладываются определенные ограничения. Здесь $\mathscr{B}_0$ - множество поименованных эмпирических объектов, для которого получен протокол pr_0.

Уточним понятие гипотезы и протокола. Пусть имеется некоторый словарь v символов вида

$$v = \{P_1^{m}{}^1(x_1, \ldots, x_{m_1}), \ \ldots \ , P_k^{m}{}^k(x_1, \ldots, x_{m_k})\}.$$

Пусть также имеется некоторый потенциально бесконечный алфавит α имен объектов, не содержащий символов переменных x_i. Пусть β - произвольное конечное (непустое) подмножество множества α.

Следуя работе [I], **п р о т о к о л о м** (в словаре v) будем называть конечное непустое множество pr^v выражений вида $P_i^{m}{}^i(a_1, \ldots, a_{m_i})$ или $\bar{P}_i^{m}{}^i(a_1, \ldots, a_{m_i})$, или $\tilde{P}_i^{m}{}^i(a_1, \ldots, a_{m_i})$, причем для всякого $P_i^{n_i}(x_1, \ldots, x_{n_i}) \in v$ и для каждых $a_1, \ldots, a_{n_i} \in \beta$ одно и только одно из указанных выражений принадлежит протоколу pr^v .

Множество всех тех символов алфавита α , которые встречаются в протоколе pr^v , будем называть б а з и с о м (протокола pr^v) и обозначать через $B(pr^v)$.

Условимся через Int^v обозначать такое содержательно понимаемое средство (называемое, как и в [I], интенсиональным базисом), которое всякому непустому конечному множеству эмпирических объектов, каждый из которых взаимно-однозначно поименован некоторым символом множества $\beta \subset \alpha$, однозначно ставит в соответствие такой протокол pr^v в словаре v, что $B(pr^v) = \beta$. С нашей точки зрения, интенсиональный базис представляет собой совокупность средств измерения или, что то же самое, наблюдения (совокупность измерительных приборов), инструкций по использованию этих средств для измерения, а также способа приписывания содержательно понимаемым результатам измерения некоторого протокола в словаре v .

О свойствах Int^v и наблюдаемых (т.е. измеряемых) с его помощью множествах эмпирических объектов можно выдвигать различные эмпирические предположения, т.е. такие, которые в принципе могут быть опровергнуты некоторыми результатами их экспериментальной проверки. Самое простое предположение может состоять в том,что некоторые протоколы из множества всех протоколов словаря v никогда не будут получены, если наблюдать произвольные конечные множества эмпирических объектов с помощью Int^v. Более точно такое предположение может быть выражено с помощью следующего алгоритма.

Т е с т о в ы м а л г о р и т м о м (в словаре v)[ж)] называется произвольный алгоритм t^v , удовлетворяющий условиям:

а) t^v применим к любому протоколу в словаре v, и для каждого такого протокола pr^v этот алгоритм принимает одно из двух возможных значений "0" или "I";

б) для каждого натурального числа $n \geq 1$ существует протокол pr^v в словаре v такой, что мощность множества $B(pr^v)$ равна n и $t^v(pr^v) = 1$.

ж) Приводимое понятие тестового алгоритма отличается от подобного понятия в [I] тем, что здесь, в отличие от [I],отсутствует условие на алгоритм, связанное с понятием изоморфизма протоколов. В дальнейшем будет введено понятие семантического алго - ритма первого типа (обобщающее понятие изоморфизма протоколов), с помощью которого будет сформулирован аналог этого условия.

Эмпирический смысл предположения, выражаемого тестовым алгоритмом t^v, задается соглашением относительно способа его экспериментальной проверки, который состоит в следующем.

Фиксируется произвольное непустое множество эмпирических объектов, которым в качестве имен взаимно-однозначно ставятся в соответствие некоторые символы алфавита α. Интенсиональным базисом Int^v этому поименованному множеству ставится в соответствие некоторый протокол pr^v в словаре v. К полученному протоколу применяется алгоритм t^v. Если $t^v(pr^v) = 1$, то данное предположение считается подтвержденным. Если $t^v(pr^v) = 0$, то предположение опровергнуто этим экспериментом.

Обоснование требований "а" и "б" к тестовому алгоритму совпадает с обоснованием таких же требований к подобному алгоритму, определение которого содержится в работе [I, с.9,IO].

С нашей точки зрения, тестовым алгоритмом невозможно выразить те, быть может, имеющие место свойства фиксированного Int^v и наблюдаемых с его помощью множеств эмпирических объектов, которые обнаруживаются только при последовательном (во времени) применении Int^v к различным, вообще говоря, множествам объектов. Одним из таких предположений является предположение о том, что интенсиональный базис и наблюдаемые с его помощью множества объектов не претерпевают с течением времени обнаруживаемых изменений. Представляется, что фундаментальный принцип повторяемости эксперимента тесно связан с таким предположением. Поэтому, с нашей точки зрения, это предположение заслуживает особого формального статуса. Ниже оно будет выражаться семантическим алгоритмом первого типа.

Для двух множеств $\beta_1, \beta_2 \subset \alpha$ таких, что их мощности равны, взаимно-однозначное отображение β_1 на β_2 будем называть переименовкой и обозначать символом p. Обратную к ней переименовку будем обозначать через p^{-1}. Через $p_1 * p_2$ обозначим суперпозицию переименовок p_1 и p_2. Множество β_2, символы которого переименовкой p поставлены в соответствие символам множества β_1, будем обозначать также через $p(\beta_1)$.

Семантическим алгоритмом первого типа называется произвольный алгоритм τ^1, удовлетворяющий условиям:

а) τ^1 определен для всех упорядоченных пар вида $\langle pr^v, p \rangle$, где pr^v - протокол в произвольном словаре v; значением алгоритма τ^1 для всякой такой пары $\langle pr^v_1, p \rangle$ является некоторый протокол pr^v_2 в том же словаре v такой, что $p(B(pr^v_1)) = B(pr^v_2)$;

б) для произвольных pr^v и p выполняется $\tau^1(pr^v, p^{-1} * p) = pr^v$;

в) для произвольных pr^v, p_1 и p_2 имеет место $\tau^1(\tau^1(pr^v, p_1), p_2) = \tau^1(pr^v, p_2 * p_1)$;

г) для произвольных pr^v_1, pr^v_2 и p выполняется $\tau^1(pr^v_1, p) = pr^v_2$ тогда и только тогда, когда $\tau^1(pr^v_2\ p^{-1}) = pr^v_1$.

В отличие от t^v, нам удобно алгоритм τ^1 не связывать жестко с определенным словарем, а рассматривать его для произвольного словаря. Необходимые уточнения, связанные с понятием произвольного словаря, внести нетрудно. Здесь они будут опущены.

Метод экспериментальной проверки предположения, выраженного некоторым алгоритмом τ^1, состоит в следующем. С помощью соответствующего этому предположению Int^v проводится наблюдение фиксированного множества поименованных объектов. Пусть при этом получается протокол pr^v_1. К множеству $B(pr^v_1)$ имен объектов применяется произвольная переименовка p. Снова проводится наблюдение этого же множества объектов с помощью Int^v. Если при этом получается такой протокол pr^v_2, что $pr^v_2 = \tau^1(pr^v_1, p)$, то рассматриваемое предположение считается подтвержденным. В противном случае данный эксперимент его опровергает.

Благодаря условиям "б"-"г", алгоритм τ^1 задает на множестве всех протоколов произвольного словаря v отношение эквивалентности. Это отношение выполняется для произвольных pr^v_1 и pr^v_2 тогда и только тогда, когда существует такое p, что $pr^v_1 = \tau^1(pr^v_2, p)$. Очевидно, алгоритм τ^1, ставящий в соответствие всякому протоколу изоморфный ему (при данной переименовке) протокол, является частным случаем семантического алгоритма первого типа. Нам представляется, что предпочтение, традиционно отдаваемое понятию изоморфизма для выражения отношения эквивалентности, невозможно оправдать с эмпирической точки зрения. Таким образом, здесь рассматриваются и такие интенсиональные базисы, которые одному и тому же множеству различно поименованных объектов могут ставить в соответствие неизморфные протоколы.

Отметим также очевидное, но важное обстоятельство. Всякое измерение с помощью Int^v само по себе не имеет отношения к подтверждению или опровержению предположений, выражаемых алгоритмами вида τ^1. Для этого нужно провести другое измерение с помощью такого интенсионального базиса Int^*, который представляет собой двойное (последовательное во времени) применение Int^v к одному и тому же множеству эмпирических объектов. Можно рассматривать такой Int^* для Int^V явно и формулировать для Int^* тестовый алгоритм как аналог алгоритма τ^1. Но для этого пришлось бы, во-первых, изменить понятие протокола, т.е. рассматривать вместо диаграмм обычных моделей диаграммы двухосновных моделей. Во-вторых, понадобился бы формализм, обеспечивающий семантическую связь между этими интенсиональными базисами. Желая подчеркнуть стандартную связь Int^* с Int^V и не усложнять изложения, мы здесь этого делать не будем.

Прежде чем сформулировать еще одно предположение относительно возможных свойств интенсионального базиса и измеряемых с его помощью объектов, переизложим (используя введенные здесь понятия) подход к теории предсказания, рассматриваемый в [I]. Представляется, что это облегчит как понимание, так и изложение подхода, рассмотрение которого является целью данной работы.

Упорядоченную четверку $\langle v, \mathrm{Int}^V, t^V, \tau^1 \rangle$ будем называть г и п о т е з о й и обозначать символом Γ^V с тем или иным индексом, если

а) Int^V - интенсиональный базис, ставящий в соответствие произвольному непустому конечному множеству поименованных эмпирических объектов некоторый протокол в словаре v ;

б) t^V и τ^1 - тестовый алгоритм в словаре v и семантический алгоритм соответственно, причем такие, что для всяких протоколов pr_1^V и pr_2^V в словаре v и для произвольного p, если $\tau^1(pr_1^V, p) = pr_2^V$, то $t^V(pr_1^V) = t^V(pr_2^V)$.

Пусть, с помощью Int^V мы намереваемся наблюдать некоторое множество эмпирических объектов. Очевидно, что базисное множество будущего протокола и тем более сам протокол будут зависеть от того, какими символами из α мы поименуем объекты из этого множества. В связи с этим здесь принимается принцип, согласно которому гипотезы должны быть инвариантны относительно способов наименования эмпирических объектов. В этом состоит обоснование ограничения, содержащегося в только что приведенном условии "б".

Это ограничение похоже на требование (ii) определения тестового алгоритма в [I, с.9], которое с точностью до обозначения выглядит следующим образом:

(ii) для всяких двух протоколов*) pr_1^V и pr_2^V в словаре v,

---

*) Произвольные pr_1^V и pr_2^V являются изоморфными ($pr_1^V \simeq pr_2^V$) тогда и только тогда, когда существует такая переименовка p, благодаря которой pr_1^V может быть сделан равным pr_2^V заменой $B(pr_1^V)$ на $p(B(pr_1^V))$.

если $pr_1^v \simeq pr_2^v$, то $t^v(pr_1^v) = t^v(pr_2^v)$.

Обоснование этого требования, содержащееся в [I], сводится к тому, что если бы в измерении, для которого получен протокол pr_1^v, объекты были поименованы иначе, то получили бы протокол pr_2^v. На наш взгляд, неясно, что это означает, т.е. как в этом убедиться, если исходить из принципиальной неповторимости каждого индивидуального наблюдения.

Связанное с понятием изоморфизма протоколов императивное требование (ii) в предлагаемом подходе заменяется условием, имеющим эмпирический смысл. Эмпирическая осмысленность этого условия обеспечивается интерпретацией алгоритма τ^1 (имеющего отличный от t^v формальный и содержательный статус) как эмпирического предположения.

§2. Усиление гипотез. Требования к методам усиления

Прежде чем перейти к рассмотрению вопросов, связанных с усилением эмпирических гипотез, необходимо отметить следующее. В работе [I] гипотеза содержит только одно эмпирическое предположение, задаваемое тестовым алгоритмом. Там же под усилением гипотезы понимается усиление указанного предположения. Поскольку в нашем случае гипотеза содержит несколько предположений, то под усилением гипотезы мы будем понимать такое ее изменение, когда усиливается лишь предположение, выражаемое тестовым алгоритмом. При этом алгоритм τ^1, равно как и вводимый в дальнейшем алгоритм τ^2, будет исполнять роль парадигмы, по модулю которой осуществляется усиление заданного тестовым алгоритмом предположения. Обоснование такого подхода к усилению гипотез будет удобно привести после формулировки требований к методам усиления.

Согласно отмеченному, под теорией эмпирического предсказания, как и в [I], будем понимать функцию f вида

$$f(\Gamma_0^v, pr_0^v, \mathcal{B}_0) = \Gamma_1^v,$$

где $\mathcal{B}_0$ - множество поименованных эмпирических объектов; $pr_0^v = Int^v(\mathcal{B}_0)$, но здесь, в отличие от [I], $\Gamma_0^v = \langle v, Int^v, t_0^v, \tau^1\rangle$ и $\Gamma_1^v = \langle v, Int^v, t_1^v, \tau^1\rangle$. При этом

$$t_1^v = A_f(t_0^v, \tau^1, pr_0^v),$$

где A_f - однозначное отображение из множества всех возможных упорядоченных троек вида $\langle t_0^v, \tau^1, pr_0^v \rangle$ в множество всех возможных тестовых алгоритмов, не зависящее от v, Int^v и $\mathcal{B}_0$.

Следует отметить, что термин "функция" применен к f весьма условно, ибо f не является ни алгоритмическим, ни теоретико-множественным объектом (некоторые из ее аргументов, а именно $\mathcal{B}_0$ и Γ_0^v, из-за Int^v представляют собой "сырые куски жизни"). Вместе с тем выражение $t_1^v = A_f(t_0^v, \tau^1, pr_0^v)$ означает, что алгоритм t_1^v однозначно определяется лишь формальными объектами, к которым применяется f. Остальные объекты играют интерпретационную роль при сопоставлении теории с действительностью. Это значит, что при переходе от t_0^v к t_1^v интерпретация не играет никакой роли при данном понимании эмпирического предсказания. Такой принцип независимости от интерпретации (Н.В.Белякин предложил*) называть его принципом равномерности) находится в резком контрасте с имеющей место "неравномерностью" при экспериментальной проверке выраженного алгоритмом t_1^v предположения, поскольку для такой проверки можно выбирать произвольную из существенно отличающихся интерпретаций. Можно заранее предвидеть, что отмеченный аспект может приводить к трудностям и, таким образом, является слабым местом всей теории в таком ее виде.

Представляется, что индивидуализирующего (до конца исчерпывающего, не допускающего произвола в понимании) описания реальной действительности предложить невозможно. Но все же то, что ранее было названо парадигмой, по замыслу должно как-то, хотя бы косвенно, формализовать нашу способность отличать одну действительность от другой, т.е. один интенсиональный базис от другого. На данной стадии, когда роль парадигмы играет алгоритм τ^1, указанная трудность теории не снимается, что будет показано ниже. Но алгоритм τ^1 вводился не с этой целью. В дальнейшем парадигма будет пополнена семантическим алгоритмом второго типа.

Итак, всякое отображение A_f задает, по существу, конкретный метод усиления гипотез. Рассмотрим теперь ограничения, накладываемые на отображения вида A_f и тем самым на методы усиления гипотез.

Назовем $\langle t_0^v, \tau^1, pr_0^v \rangle$ д о п у с т и м о й т р о й к о й, если и только если:

---

*) В устной беседе.

а) алгоритмы t_0^v и τ^1 удовлетворяют условию "б" определения гипотезы;

б) протокол pr_0^v таков, что $t_0^v(pr_0^v) = I$.

Пусть π – множество всех допустимых троек, а Т – множество всех возможных тестовых алгоритмов.

Требование согласованности с эмпирическими данными, предъявляемое к A_f, будет выглядеть следующим образом.

Для произвольной тройки $\langle t_0^v, \tau^1, pr_0^v \rangle \in \pi$ и для любого $t_1^v \in T$, если $A_f(t_0^v, \tau^1, pr_0^v) = t_1^v$, то $t_1^v(pr_0^v) = 1$.

Требование нетривиальности:

а) для произвольных $\langle t_0^v, \tau^1, pr_0^v \rangle \in \pi$, $t_1^v \in T$, протокола pr_1^v в словаре v, если $A_f(t_0^v, \tau^1, pr_0^v) = t_1^v$ и $t_0^v(pr_1^v) = 0$, то $t_1^v(pr_1^v) = 0$;

б) существуют такие тройка $\langle t_0^v, \tau^1, pr_0^v \rangle \in \pi$ и протокол pr_1^v в словаре v, что если $A_f(t_0^v, \tau^1, pr_0^v) = t_1^v$, то $t_0^v(pr_1^v) = 1$ и $t_1^v(pr_1^v) = 0$.

Прежде чем сформулировать требование корректности, введем понятие нетворческих преобразований подобно тому, как это делается в [I].

Пусть имеются некоторая гипотеза $\Gamma^v = \langle v, Int^v, t^v, \tau^1 \rangle$, некоторый словарь w, тестовый алгоритм t^w в этом словаре, семантический алгоритм $\hat{\tau}^1$ и алгоритм F_v^w, который удовлетворяет условиям:

а) F_v^w определен на всяком протоколе pr^v в словаре v, и его значением для pr^v является некоторый протокол $F_v^w(pr^v)$, принадлежащий множеству $\mathcal{M}^w$ всех протоколов в словаре w;

б) для произвольного $pr^v \in \mathcal{M}^v$ выполняется $B(pr^v) = B(F_v^w(pr^v))$;

в) для всякого $pr^w \in \mathcal{M}^w$

$$t^w(pr^w) = \begin{cases} I, & \text{если в } \mathcal{M}^v \text{ существует такой протокол } pr^v, \\ & \text{что } F_v^w(pr^v) = pr^w \text{ и } t^v(pr^v) = 1; \\ 0, & \text{если имеет место любой другой случай;} \end{cases}$$

г) для произвольных p, протоколов pr_1^w и pr_2^w в словаре w таких, что $t^w(pr_1^w) = t^w(pr_2^w) = 1$, тогда и только тогда выполняется $\hat{\tau}^1(pr_1^w, p) = pr_2^w$, когда в словаре w для произвольных pr_1^v и pr_2^v таких, что $pr_1^w = F_v^w(pr_1^v)$ и $pr_2^w = F_v^w(pr_2^v)$, выполняется $\tau^1(pr_1^v, p) = pr_2^v$.

Используя условия "в" и "г", легко показать, что если $pr^W = F_V^W(pr^V)$, то $t^W(pr^W) = 1$ тогда и только тогда, когда $t^V(pr^V) = 1$.

Очевидно, наличие словаря w и алгоритма F_V^W позволяет перейти от Int^V к такому интенсиональному базису Int^W, который всякому множеству поименованных эмпирических объектов ставит в соответствие некоторый протокол pr^W в словаре w тогда и только тогда, когда Int^V этому и так же поименованному множеству ставит в соответствие такой протокол pr^V в словаре v, что $F_V^W(pr^V) = pr^W$. В самом деле, если к Int^V присоединить вычислительное устройство, реализующее F_V^W, то на выходе такого объединенного "агрегата" мы будем получать протоколы в словаре w, а сам "агрегат" будет представлять собой Int^W.

Можно убедиться в том, что полученная описанным способом четверка $\langle w, Int^W, t^W, \hat{\tau}^1 \rangle$ является гипотезой, т.е. алгоритмы t^W и $\hat{\tau}^1$ согласованы надлежащим образом. Будем называть эту гипотезу F_V^W-модификацией гипотезы $\Gamma^V = \langle v, Int^V, t^V, \tau^1 \rangle$.

Поскольку алгоритм τ^1 выражает (как и алгоритм t^V) некоторое предположение, то оно должно опровергаться (подтверждаться) на одних и тех же множествах эмпирических объектов по крайней мере теми соответствующими для v и w экспериментами, при проведении которых с помощью интенсионального базиса) получаются протоколы, подтверждающие предположение, выраженное тестовым алгоритмом. В этом состоит обоснование требования "г" к алгоритму F_V^W, которое, по существу, задает условие на трансляцию из словаря v в словарь w алгоритма τ^1.

Гипотезу Γ^W, являющуюся F_V^W-модификацией гипотезы Γ^V, будем называть нетворческой F_V^W-модификацией гипотезы Γ^V, если и только если существует такой "обратный" алгоритм F_W^V, что гипотеза Γ^V является F_W^V-модификацией гипотезы Γ^W.

Заметим, что условие обратимости для понятия нетворческой F_V^W-модификации гипотезы в [I] отсутствует, однако оно представляется существенным в связи с интуитивными представлениями о нетворческой модификации.

Приведенное здесь определение алгоритма F_V^W позволяет легко показать, что если некоторая гипотеза Γ^W является F_V^W-модификацией гипотезы Γ^V, то она является также и нетворческой F_V^W-модификацией гипотезы Γ^V. Вначале покажем, что для произвольных pr_1^V и pr_2^V таких, что $t^V(pr_1^V) = t^V(pr_2^V) = 1$, выполняется $pr_1^V =$

$= pr^V_2$ тогда и только тогда, когда $F^W_V(pr^V_1) = F^W_V(pr^V_2)$. Пусть это неверно, т.е. $pr^V_1 \neq pr^V_2$ и $F^W_V(pr^V_1) = F^W_V(pr^V_2)$. Тогда для произвольной переименовки p выполняется

$$\tau^1(pr^V_1, p^{-1} * p) \neq pr^V_2 \text{ и } \hat{\tau}^1(F^W_V(pr^V_1),\ p^{-1} * p) = F^W(pr^V_2),$$

что противоречит условию "г" определения алгоритма F^W_V.

Рассмотрим алгоритм F^V_W такой, что:

I) для произвольного pr^W такого, что $t^W(pr^W) = 1$, имеет место $F^V_W(pr^W) = pr^V$ тогда и только тогда, когда $pr^W = F^W_V(pr^V)$;

2) всякому протоколу pr^W такому, что $t^W(pr^W) = 0$, алгоритм F^V_W ставит в соответствие произвольный протокол pr^V, для которого $t^V(pr^V) = 0$ и $B(pr^V) = B(pr^W)$.

Из показанного выше утверждения непосредственно вытекает, что алгоритм F^V_W удовлетворяет условиям "а" - "г" определения такого алгоритма, что и требовалось.

Для фиксированной гипотезы $\Gamma^V = \langle v, Int^V, t^V, \tau^1\rangle$ класс всех возможных алгоритмов вида F^W_V, каждый из которых удовлетворяет условиям "а" - "г" определения алгоритма F^W_V для этой гипотезы и некоторой произвольной гипотезы $\Gamma^W = \langle w, Int^W, t^W, \hat{\tau}^1\rangle$, будем обозначать символом φ. Здесь будет удобно алгоритмы t^W и $\hat{\tau}^1$ гипотезы Γ^W обозначать через $F^W_V\ t^V$ и $F^W_V\ \tau^1$ соответственно. В связи с таким обозначаением этих алгоритмов необходимо отметить следующее.

Если фиксированы некоторая гипотеза $\Gamma^V = \langle v, Int^V, t^V, \tau^1\rangle$, класс φ для этой гипотезы и произвольный алгоритм $F^W_V \in \varphi$, то из алгоритма t^V с помощью F^W_V мы можем однозначно построить для словаря w алгоритм $F^W_V\ t^V$ в том смысле, что всякий такой алгоритм осуществляет одно и то же отображение множества всех протоколов словаря w в множество $\{I,0\}$. Для этого достаточно зафиксировать для словаря w такой тестовый алгоритм $F^W_V\ t^V$, что

$$F^W_V\ t^V(F^W_V\ (pr^V)) = t^V(pr^V).$$

Вместе с тем с помощью алгоритмов τ^1 и F^W_V для словаря w задается класс различных алгоритмов вида $F^W_V\ \tau^1$, причем такой, что для произвольных $(F^W_V\ \tau^1)_1$ и $(F^W_V\ \tau^1)_2$ из этого класса и всякого pr^W, для которого $F^W_V\ t^V(pr^W) = 1$, имеет место

$$(F^W_V\ \tau^1)_1(pr^W,\ p) = (F^W_V\ \tau^1)_2(pr^W,\ p)$$

и, кроме того, гипотезы $\Gamma_1^W = \langle w, \mathrm{Int}^W, F_V^W t^V, (F_V^W \tau^1)_1 \rangle$ и $\Gamma_2^W = \langle w, \mathrm{Int}^W, F_V^W t^V, (F_V^W \tau^1)_2 \rangle$ являются нетворческими F_V^W-модификациями гипотезы Γ^V, если Int^W получен из Int^V с использованием алгоритма F_V^W.

В дальнейшем всегда будем рассматривать какой-либо конкретный алгоритм из этого класса и обозначать его через $F_V^W \tau^1$.

Требование корректности, предъявляемое к отображению A_f, формулируется здесь следующим образом:

Пусть задана произвольная гипотеза $\Gamma_0^V = \langle v, \mathrm{Int}^V, t_0^V, \tau^1 \rangle$ и класс φ для этой гипотезы. Для произвольных $F_V^W \in \varphi$, $\langle t_0^V, \tau^1, pr_0^V \rangle \in \pi$, $F_V^W \tau^1$ и $t_1^V \in T$ выполняется $A_f(t_0^V, \tau^1, pr_0^V) = t_1^V$ тогда и только тогда, когда выполняется $A_f(F_V^W t_0^V, F_V^W \tau^1, F_V^W(pr_0^V)) = F_V^W t_1^V$.

Обоснование требований нетривиальности, согласованности и корректности аналогично обоснованию подобных требований, содержащемуся в работе [I].

Возвратимся к обоснованию предлагаемого подхода к усилению гипотез. Напомним, что в нашем случае предположение, задаваемое семантическим алгоритмом, при усилении гипотезы не меняется, т.е. играет роль парадигмы при усилении предположения, выражаемого тестовым алгоритмом. Заметим, что изоморфизм протоколов, сохраняющийся при нетворческих F_V^W-модификациях благодаря императивному требованию, в [I] фактически тоже играет роль парадигмы. Кроме того, напомним, что здесь протокол из допустимой тройки, к которой применяется A_f, подтверждает предположение, задаваемое тестовым алгоритмом из этой тройки, но не имеет отношения к вопросу о подтверждении (опровержении) предположения, задаваемого семантическим алгоритмом из допустимой тройки. В этой связи важно отметить, что аналогичная ситуация имеет место в распознавании образов. С одной стороны, в определенных задачах из этой области (задачах построения решающих правил) обучающая выборка не имеет отношения к подтверждению (опровержению) эмпирических предположений о типах шкал используемых признаков. С другой стороны, в этих задачах усиливаются не предположения о типах шкал, играющие роль парадигмы, а предположение о зависимости значений одного (целевого) признака от значений других (нецелевых) признаков для произвольного объекта. При этом обучающая выборка должна подтверждать[ж)] последнее предположение. Таким образом, предлагаемый подход является, на наш взгляд, более адекватным.

§3. Вырожденность методов усиления гипотез

Перейдем к рассмотрению класса всех тех отображений A_f, которые удовлетворяют сформулированным требованиям. Ввиду требования корректности каждое такое отображение при сопоставлении произвольной тройке $\langle t_0^v, \tau^1, pr_0^v \rangle$ алгоритма t_1^v может опираться лишь на те свойства объектов этой тройки, которые сохраняются при всевозможных нетворческих F_v^w-модификациях соответствующей гипотезы. Из определения алгоритма F_v^w следует, что таковыми будут: множество $B(pr_0^v)$, мощность этого множества, значение тестового алгоритма для произвольного протокола и, наконец, свойство протоколов быть "связанными" по τ^1 для тех из них, на которых тестовый алгоритм принимает значение "I". Заметим, что согласно требованию нетривиальности под усилением гипотезы понимается сужение множества именно таких протоколов. Кроме того, будем иметь в виду, что если тестовым алгоритмом запрещается некоторый протокол, то им же запрещаются и все протоколы, "связанные" с этим протоколом по τ^1 (см. требование "б" определения гипотезы).

Можно ли ожидать, что алгоритм t_1^v, сопоставляемый таким отображением фиксированной тройке, будет запрещать какие-либо протоколы в мощности, отличной от мощности протокола pr_0^v? По-видимому, нельзя. В самом деле, у нас нет такого инвариантного относительно нетворческих F_v^w-модификаций свойства, которое позволило бы отличать в такой мощности один класс "связанных" по τ^1 протоколов от другого, и, таким образом, для отображения A_f все такие классы будут "на одно лицо". Следовательно, для запрещения протоколов остается единственная возможность - запретить все протоколы в рассматриваемой мощности. Но она отпадает из-за условия "б" определения тестового алгоритма, согласно которому в произвольной мощности должен быть хотя бы один протокол, "допустимый" тестовым алгоритмом.

Эти же соображения приводят к выводу, что в мощности, равной мощности протокола pr_0^v, "усиленный" тестовый алгоритм будет допускать либо все протоколы, допустимые исходным тестовым алгорит-

---

ж) Формулировка в таких терминах соответствующей задачи распознавания образов приведена в [2].

мом, либо только класс "связанных" по τ^1 протоколов, содержащий протокол pr_0^V. Покажем это, используя точные термины.

Тестовый алгоритм t_1^V, который может быть поставлен в соответствие тройке $\langle t_0^V, \tau^1, pr_0^V \rangle \in \varkappa$ некоторым отображением A_f, назовем **тривиальным** (для этой тройки), если и только если для всякого $pr^V \in \mathcal{U}^V$ такого, что мощность его базиса не совпадает с мощностью базиса протокола pr_0^V, выполняется $t_1^V(pr^V) = t_0^V(pr^V)$, а для всякого $pr^V \in \mathcal{U}^V$ такого, что $\overset{=}{B}(pr^V) = \overset{=}{B}(pr_0^V)$, выполняется $t_1^V(pr^V) = 1$ тогда и только тогда, когда существует такая переименовка p, что $\tau^1(pr^V, p) = pr_0^V$.

Всякое отображение A_f из $\varkappa$ в T называется **вырожденным**, если и только если:

а) произвольной тройке $\langle t_0^V, \tau^1, pr_0^V \rangle \in \varkappa$ оно ставит в соответствие либо t_0^V, либо тривиальный для этой тройки алгоритм t_1^V;

б) существует такая тройка $\langle t_0^V, \tau^1, pr_0^V \rangle \in \varkappa$, что тестовый алгоритм $t_1^V = A_f(t_0^V, \tau^1, pr_0^V)$ является тривиальным для этой тройки.

УТВЕРЖДЕНИЕ I. **Если отображение A_f удовлетворяет требованиям согласованности, нетривиальности и корректности, то оно является вырожденным.**

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Здесь существенным образом будет использоваться схема рассуждений из доказательства подобного факта, которое содержится в [I, см. с. 2I-3I]. Предположим, что некоторое отображение A_f, удовлетворяющее перечисленным требованиям, не является вырожденным. Это значит, что найдется тройка $\langle t_0^V, \tau^1, pr_0^V \rangle \in \varkappa$, которой этим отображением ставится в соответствие такой t_1^V, что для некоторых pr_1^V и pr_2^V будут выполняться условия:

а) для произвольной переименовки p имеет место $\tau^1(pr_1^V, p) \neq pr_2^V$, $\tau^1(pr_1^V, p) \neq pr_0^V$ и $\tau^1(pr_2^V, p) \neq pr_0^V$;

б) $B(pr_1^V) = B(pr_2^V)$;

в) $t_0^V(pr_1^V) = t_0^V(pr_2^V) = t_1^V(pr_1^V) = 1$ и $t_1^V(pr_2^V) = 0$.

Наряду с гипотезой, соответствующей этой тройке, будем рассматривать две ее нетворческие F_V^W-модификации специального вида. Для этого зафиксируем словарь $W = V \cup V'$, где V' – словарь, полученный из V заменой каждого $P_i^{m_i}(x_1, \ldots, x_{m_i}) \in V$ на $P_i'^{m_i}(x_1, \ldots, x_{m_i})$. Через $pr^{V'}$ будем обозначать такой протокол в словаре v' , который получается из pr^v, если осуществить только что указанную замену. Через τ'^1 обозначим такой семантический алгоритм первого типа, что для произвольных p, $pr_i^{v'}$ и $pr_j^{v'}$ в словаре v' верно $\tau'^1(pr_i^{v'}, p) = pr_j^{v'}$ тогда и только тогда, когда $\tau^1(pr_i^v, p) = pr_j^v$.

Рассмотрим такой алгоритм F_{1v}^w , что для всякого pr^v в словаре v выполняется

$$F_{1v}^w(pr^v) = \begin{cases} \tau^1(pr_1^v, p) \cup \tau'^1(pr_2^{v'}, p), \\ \quad \text{если } \tau^1(pr_1^v, p) = pr^v; \\ \tau^1(pr_2^v, p) \cup \tau'^1(pr_1^{v'}, p), \\ \quad \text{если } \tau^1(pr_2^v, p) = pr^v; \\ pr^v \cup pr^{v'} \text{ в любом другом случае,} \end{cases}$$

Для словаря w зафиксируем тестовый алгоритм t_0^w, который индуцируется из алгоритма t_0^v применением алгоритма F_{1v}^w , а также произвольный алгоритм $F_v^w\,\tau^1$ такой, что для всяких p, pr_i^v и pr_j^v, если $t_0^v(pr_i^v) = t_0^v(pr_j^v) = 1$, то $\tau^1(pr_i^v\ p) = pr_j^v$ тогда и только тогда, когда $F_v^w\,\tau^1(F_{1v}^w(pr_i^v), p) = F_{1v}^w(pr_j^v)$.

Очевидно, гипотеза $\Gamma_1^v = \langle w, Int_1^w, t_0^w, F_v^w\,\tau^1\rangle$ является нетворческой F_{1v}^w-модификацией гипотезы $\Gamma^v = \langle v, Int^v, t_0^v, \tau^1\rangle$ (соответствующей рассматриваемой тройке), если Int^w получен из Int^v с использованием алгоритма F_{1v}^w.

Теперь рассмотрим такой алгоритм F_{2v}^w, что для всякого pr^v в словаре v выполняется

$$F_{2v}^w(pr^v) = \begin{cases} \tau^1(pr_2^v, p) \cup \tau'^1(pr_1^{v'}, p), \\ \quad \text{если } \tau^1(pr_1^v, p) = pr^v; \\ \tau^1(pr_1^v, p) \cup \tau'^1(pr_2^{v'}, p), \\ \quad \text{если } \tau^1(pr_2^v, p) = pr^v; \\ pr^v \cup pr^{v'} \text{ в любом другом случае.} \end{cases}$$

Покажем, что для произвольных p, pr^V_i и pr^V_j, если $t^V_0(pr^V_i) = t^V_0(pr^V_j) = 1$, то $\tau^1(pr^V_i, p) = pr^V_j$ тогда и только тогда, когда $F^W_V\ \tau^1(F^W_{2V}(pr^V_i), p) = F^W_{2V}(pr^V_j)$.

СЛУЧАЙ I. Для произвольного p имеет место $\tau^1(pr^V_i, p) \neq pr^V_1$ и $\tau^1(pr^V_i, p) \neq pr^V_2$. Поскольку при этом $F^W_{1V}(pr^V_i) = F^W_{2V}(pr^V_i)$, то доказательство представляется очевидным.

СЛУЧАЙ 2. Существует такая переименовка p_0, что

$$pr^V_i = \tau^1(pr^V_1, p_0).$$

Предположим, что для некоторого произвольного p имеет место $pr^V_j = \tau^1(pr^V_i, p)$. Тогда $pr^V_j = \tau^1(pr^V_1, p * p_0)$. Введем следующие обозначения: $pr^V_k = \tau^1(pr^V_2, p_0)$; $pr^V_l = \tau^1(pr^V_2, p * p_0)$. Очевидно, что $pr^V_l = \tau^1(pr^V_k, p)$, откуда

$$F^W_{1V}(pr^V_l) = F^W_V \tau^1(F^W_{1V}(pr^V_k), p).$$

Из определения алгоритмов F^W_{1V} и F^W_{2V} следует:

$$F^W_{1V}(pr^V_k) = \tau^1(pr^V_2, p_0) \cup \tau'^1(pr^{V'}_1, p_0) = F^W_{2V}(pr^V_i);$$

$$F^W_{1V}(pr^V_l) = \tau^1(pr^V_2, p * p_0) \cup \tau'^1(pr^{V'}_1, p * p_0) = F^W_{2V}(pr^V_j).$$

Подставляя необходимые выражения (в соответствии с этими соотношениями) в предыдущее равенство, получаем

$$F^W_{2V}(pr^V_j) = F^W_V\ \tau^1(F^W_{2V}(pr^V_i), p).$$

Теперь предположим, что для некоторого произвольного p имеет место равенство

$$F^W_{2V}(pr^V_j) = F^W_V\ \tau^1(F^W_{2V}(pr^V_i), p).$$

В словаре v зафиксируем такие протоколы pr^V_k и pr^V_l, что

$$F^W_{1V}(pr^V_k) = F^W_{2V}(pr^V_i) \text{ и } F^W_{1V}(pr^V_l) = F^W_{2V}(pr^V_j).$$

Подставляя соответствующие выражения в последнее предположение и используя соглашение относительно алгоритма $F^W_V\ \tau^1$, получаем

$$pr^V_l = \tau^1(pr^V_k, p).$$

Поскольку $pr^V_i = \tau^1(pr^V_1, p_0)$, то $F^W_{1V}(pr^V_k) = F^W_{2V}(pr^V_i)$ влечет (что нетрудно показать, раскрывая это равенство в терминах словарей v

и v') $pr_k^V = \tau^1(pr_2^V, p_0)$. Отсюда следует, что $pr_i^V = \tau^1(pr_2^V, p{*}p_0)$. Используя этот факт и записывая равенство $F_{1V}^W(pr_i^V) = F_{2V}^W(pr_j^V)$ в терминах словарей v и v', легко показать, что $pr_j^V = \tau^1(pr_1^V; p{*}p_0)$. Учитывая, что $pr_i^V = \tau^1(pr_1^V, p_0)$, имеем $pr_j^V = \tau^1(pr_i^V, p)$.

СЛУЧАЙ 3. Существует такая переименовка p_0, что

$$pr_i^V = \tau^1(pr_2^V,\ p_0).$$

Доказательство аналогично случаю 2.

Этим все случаи исчерпаны. Таким образом, гипотеза $\Gamma_2^W = \langle w, Int_2^W, t_0^W, F_V^W \tau^1 \rangle$ является также и нетворческой F_{2V}^W-модификацией гипотезы Γ^V, если Int_2^W получен из Int^V применением алгоритма F_{2V}^W.

Обозначим алгоритм t_0^W через $F_V^W t_0^V$ и применим к тройкам

$$\langle F_V^W t_0^V,\ F_V^W\tau^1,\ F_{1V}^W(pr_0^V) \rangle \text{ и } \langle F_V^W t_0^V,\ F_V^W \tau^1,\ F_{2V}^W(pr_0^V) \rangle$$

отображение A_f. Поскольку $F_{1V}^W(pr_0^V) = F_{2V}^W(pr_0^V)$, то в результате мы получим один и тот же тестовый алгоритм, скажем, t_1^W. Учитывая, что $F_{1V}^W(pr_1^V) = F_{2V}^W(pr_2^V)$, имеем

$$t_1^W(F_{1V}^W(pr_1^V)) = t_1^W(F_{2V}^W(pr_2^V)).$$

Отсюда следует, что либо $F_{1V}^W t_1^V \neq t_1^W$, либо $F_{2V}^W t_1^V \neq t_1^W$, поскольку $t_1^V(pr_1^V) \neq t_1^V(pr_2^V)$. Таким образом, предположение о том, что отображение A_f не является вырожденным, не согласуется с требованием корректности.

Утверждение доказано.

УТВЕРЖДЕНИЕ 2. Класс вырожденных отображений, удовлетворяющих требованиям согласованности, нетривиальности и корректности, непуст.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Из определения вырожденного отображения следует, что всякое вырожденное отображение удовлетворяет требованиям согласованности и нетривиальности. Покажем, что по крайней мере некоторые из таких отображений удовлетворяют требованию корректности. Для этого рассмотрим произвольное вырожденное отображение

A_f такое, что всякой тройке $\langle t_0^v, \tau^1, pr_0^v \rangle \in \varkappa$ оно ставит в соответствие тривиальный для этой тройки алгоритм $t_1^v = A_f(t_0^v, \tau^1, pr_0^v)$. Зафиксируем произвольные словарь w, тестовый алгоритм t_0^w, семантический алгоритм $\hat{\tau}^1$ и алгоритм F_v^w такой, что $F_v^w \in \varphi$ для гипотезы, соответствующей исходной тройке, $F_v^w t_0^v = t_0^w$ и $F_v^w \tau^1 = \hat{\tau}^1$.

Пусть теперь отображение A_f применяется к тройке $\langle F_v^w t_0^v,$ $F_v^w \tau^1,\ F_v^w(pr_0^v) \rangle$. Необходимо показать, что $F_v^w t_1^v = A_f(F_v^w t_0^v,\ F_v^w \tau^1,$ $F_v^w(pr_0^v))$. Предположим, что это неверно. Очевидно, достаточно рассмотреть только такие pr^v и $F_v^w(pr^v)$, для которых $t_0^v(pr^v) = 1$ и $F_v^w t_0^v(F_v^w(pr^v)) = 1$.

СЛУЧАЙ I. Пусть для некоторого $pr^v \in \mathcal{M}^v$ такого, что $\bar{\bar{B}}(pr^v) \neq$ $\neq \bar{\bar{B}}(pr_0^v)$, имеет место $t_1^w(F_v^w(pr^v)) = 0$ и $t_1^v(pr^v) = 1$, где $t_1^w = A_f(F_v^w t_0^w, F_v^w \tau^1, F_v^w(pr_0^v))$. Но это противоречит предположению, что A_f является вырожденным.

СЛУЧАЙ 2. Пусть для некоторого $pr^v \in \mathcal{M}^v$ такого, что $\bar{\bar{B}}(pr^v) =$ $= \bar{\bar{B}}(pr_0^v)$, выполняется $t_1^w(F_v^w(pr^v)) \neq t_1^v(pr^v)$. Поскольку алгоритмы t_1^w и t_1^v тривиальны для соответствующих троек, то это значит, что для некоторой переименовки p выполняется либо

$$\tau^1(pr^v, p) = pr_0^v \quad \text{и} \quad F_v^w \tau^1(F_v^w(pr^v), p) \neq F_v^w(pr_0^v),$$

либо

$$\tau^1(pr^v, p) \neq pr_0^v \quad \text{и} \quad F_v^w \tau^1(F_v^w(pr^v), p) = F_v^w(pr_0^v) .$$

Но это противоречит условию "г" определения алгоритма F_v^w. Утверждение доказано.

Отметим следующее. Для всякой гипотезы $\Gamma^v = \langle v, \mathrm{Int}^v, t^v, \tau^1 \rangle$ можно ограничиться рассмотрением только тех ее нетворческих F_v^w-модификаций, для которых выполняется $F_v^w \tau^1 = \tau^1$. Поскольку при переходе от одной гипотезы из такого класса гипотез к любой другой гипотезе из этого же класса алгоритм τ^1 не меняется, то его можно не задавать в явном виде, а подразумевать. При этом класс всех таких преобразований F_v^w можно считать классом допустимых преобразований для гипотезы Γ^v подобно тому, как это делается для понятия шкалы в [3]. Именно такой класс допустимых преобразований, сохраняющих выражаемый с помощью понятия изоморфизма протоколов алгоритм τ^1, рассматривается в [I].

§4. Второе определение понятия гипотезы и коррекция требований к методам усиления

Теперь рассмотрим еще одно предположение относительно возможных свойств интенсионального базиса и наблюдаемых с его помощью объектов. Во многих случаях, зная результат наблюдения некоторого множества эмпирических объектов, полученный при использовании Int^v, мы умеем предвидеть результат наблюдения с помощью этого же Int^v того или иного подмножества рассматриваемого множества объектов. В самом деле, если результат наблюдения с помощью интенсионального базиса, использующего коромысловые весы, некоторых трех объектов А, Б и В говорит о том, что А легче Б, Б легче В и А легче В, то не нужно проводить такое же наблюдение тех же двух объектов А и Б. Результат ясен заранее: объект А будет легче объекта Б. Очевидно, что при таком предвидении используется определенное предположение. Его можно выразить одним из алгоритмов, определение которых сейчас будет рассмотрено.

Семантическим алгоритмом второго типа называется произвольный алгоритм τ^2, удовлетворяющий условиям:

а) τ^2 определен для всех упорядоченных пар вида $\langle pr^v, \beta \rangle$, где pr^v есть протокол в произвольном словаре v, а β - произвольное непустое подмножество множества $B(pr^v)$; значением алгоритма τ^2 для всякой такой пары $\langle pr_1^v, \beta \rangle$ является некоторый протокол pr_2^v в том же словаре v, для которого выполняется $B(pr_2^v) = \beta$;

б) для произвольного pr^v имеет место $\tau^2(pr^v, B(pr^v)) = pr^v$;

в) для произвольных β_1, β_2 и pr^v таких, что $\beta_1 \subseteq \beta_2 \subseteq B(pr^v)$, выполняется $\tau^2(\tau^2(pr^v, \beta_2), \beta_1) = \tau^2(pr^v, \beta_1)$.

Метод экспериментальной проверки всякого предположения, выраженного некоторым алгоритмом τ^2, очевиден и состоит в следующем. С помощью соответствующего этому предположению Int^v осуществляется наблюдение фиксированного множества поименованных объектов. Пусть при этом получается протокол pr_1^v. Рассматривается произвольное подмножество указанного множества объектов. Предположим, что имена этого подмножества образуют множество β. Проводится наблюдение с помощью этого же Int^v выбранного подмножества объектов. Если при этом получен такой pr_2^v, что $pr_2^v = \tau^2(pr_1^v, \beta)$, то рассматриваемое предположение считается подтвержденным. В противном случае данный эксперимент опровергает это предположение.

Теперь под гипотезой будем понимать упорядоченную пятерку вида $\langle v, Int^v, t^v, \tau^1, \tau^2 \rangle$, где элементы v, Int^v, t^v и τ^1 образуют четверку, являющуюся гипотезой рассмотренного ранее вида, а элемент τ^2 – это семантический алгоритм второго типа такой, что для всякой переименовки p и для произвольных pr_1^v и pr_2^v в словаре v выполняется

$$\tau^2(pr_1^v, B(pr_2^v)) = pr_2^v$$

тогда и только тогда, когда выполняется

$$\tau^2(\tau^1(pr_1^v, p), \check{p}(B(pr_2^v))) = \tau^1(pr_2^v, \check{p}).$$

Здесь $\check{p}$ – такая переименовка, которая произвольному элементу $b_1 \in B(pr_2^v)$ ставит в соответствие $b_2 \in \check{p}(B(pr_2^v))$ тогда и только тогда, когда элементу b_1 переименовка p также ставит в соответствие элемент b_2.

Сформулированное условие обосновывается желанием иметь дело только с такими алгоритмами τ^1 и τ^2, для которых заранее нельзя указать такую экспериментальную ситуацию, в которой подтверждается только одно из предположений, выраженных этими алгоритмами, а другое заведомо опровергается.

Под теорией эмпирического предсказания будем понимать теперь функцию $\mathcal{F}$ вида

$$\mathcal{F}(\Gamma_0^v, pr_0^v, \mathcal{B}_0) = \Gamma_1^v,$$

где

$$\Gamma_0^v = \langle v, Int^v, t_0^v, \tau^1, \tau^2 \rangle,$$

$$\Gamma_1^v = \langle v, Int^v, t_1^v, \tau^1, \tau^2 \rangle,$$

причем такую, что

$$t_1^v = A_{\mathcal{F}}(t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v).$$

Здесь $A_{\mathcal{F}}$ – однозначное отображение из множества всех упорядоченных четверок вида $\langle t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v \rangle$ в множество T всех возможных тестовых алгоритмов. При этом элементы t_0^v, τ^1, pr_0^v образуют допустимую тройку, а τ^2 вместе с τ^1 удовлетворяют сформулированному выше условию. Каждую такую четверку будем называть допустимой и обозначать символом $\mathcal{T}$.

Требования согласованности и нетривиальности для $A_{\mathcal{F}}$ переформулируются из аналогичных требований для $A_{\mathcal{I}}$. Такая переформулировка является тривиальной и здесь приводиться не будет.

Чтобы сформулировать требование корректности для $A_{\mathcal{T}}$, необходимо ввести понятие нетворческой F_v^w-модификации гипотез рассматриваемого вида. Поскольку эмпирическая гипотеза содержит теперь семантический алгоритм второго типа, то соответствующее ей понятие нетворческой F_v^w-модификации будет отличаться от введенного ранее всего лишь фиксацией ограничений на возможные трансляции из одного словаря в другой информации, выраженной этим семантическим алгоритмом.

Пусть имеются гипотеза $\Gamma^v = \langle v, Int^v, t^v, \tau^1, \tau^2 \rangle$, некоторый словарь w, тестовый алгоритм t^w в этом словаре, семантический алгоритм первого типа $\hat{\tau}^1$, семантический алгоритм второго типа $\hat{\tau}^2$ и алгоритм F_v^w, который помимо условий "а"-"г", сформулированных для алгоритма F_v^w при рассмотрении гипотез предыдущего типа, удовлетворяет также и условию:

д) для произвольных протоколов pr_1^w и pr_2^w в словаре w таких, что $t^w(pr_1^w) = t^w(pr_2^w) = 1$ (при этом $t^w = F_v^w t^v$), для произвольного $\beta \subset \alpha$ выполняется $\hat{\tau}^2(pr_1^w, \beta) = pr_2^w$ тогда и только тогда, когда в словаре v существуют pr_1^v и pr_2^v такие, что $F_v^w(pr_1^v) = pr_1^w$ и $F_v^w(pr_2^v) = pr_2^w$, для которых выполняется $\tau^2(pr_1^v, \beta) = pr_2^w$.

Можно убедиться в том, что упорядоченная пятерка

$$\Gamma^w = \langle w, Int^w, t^w, \hat{\tau}^1, \hat{\tau}^2 \rangle$$

является гипотезой, если Int^w получен из Int^v точно так же, как это было описано при рассмотрении гипотез предыдущего типа. Полученную гипотезу будем называть F_v^w-модификацией гипотезы $\Gamma^v = \langle v, Int^v, t^v, \tau^1, \tau^2 \rangle$. Также можно заметить, что алгоритмы τ^2 и F_v^w индуцируют в словаре w класс семантических алгоритмов второго типа, причем такой, что для произвольных $(F_v^w\tau^2)_1$ и $(F_v^w\tau^2)_2$ из этого класса и всякого $pr^w \in \mathcal{M}^w$ такого, что $F_v^w t^v(pr^w) = 1$, имеет место

$$(F_v^w \tau^2)_1(pr^w, \beta) = (F_v^w \tau^2)_2(pr^w, \beta)$$

для произвольного $\beta \subseteq B(pr^w)$ и, кроме того, гипотезы

$$\Gamma_1^w = \langle w, Int^w, t^w, \hat{\tau}^1, (F_v^w \tau^2)_1 \rangle$$

и

$$\Gamma_2^w = \langle w, Int^w, t^w, \tau^1, (F_v^w \tau^2)_2 \rangle$$

являются F_v^w-модификациями гипотезы Γ^v. Всякий фиксированный алгоритм из этого класса, например $\hat{\tau}^2$, удобно обозначать также и через $F_v^w\,\tau^2$.

Обоснование условия "д", которое, по существу, является условием на трансляцию из словаря v в словарь w алгоритма τ^2, аналогично обоснованию условия "г". Определение нетворческой F_v^w-модификации гипотезы совпадает с определением этого понятия для гипотез рассмотренного ранее вида. Здесь также можно показать, что если некоторая гипотеза Γ^w является F_v^w-модификацией гипотезы Γ^v, то Γ^w является при этом и нетворческой F_v^w-модификацией гипотезы Γ^v. Для фиксированной гипотезы Γ^v класс всех возможных алгоритмов F_v^w, каждый из которых удовлетворяет условиям "а"-"д" для этой гипотезы и произвольной гипотезы Γ^w, по-прежнему будем обозначать символом φ.

Требование к о р р е к т н о с т и для $A_{\mathcal{G}}$ состоит в следующем.

Пусть задана произвольная гипотеза $\Gamma^v = \langle v, \mathrm{Int}^v, t_0^v, \tau^1, \tau^2 \rangle$ и класс φ для этой гипотезы. Для произвольных $F_v^w \in \varphi$

$$\langle t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v \rangle \in \mathcal{M}, \qquad F_v^w\tau^1, F_v^w\tau^2 \text{ и } \quad t_1^v \in T$$

выполняется

$$A_{\mathcal{G}}(t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v) = t_1^v$$

тогда и только тогда, когда выполняется

$$A_{\mathcal{G}}(F_v^w t_0^v, F_v^w\tau^1, F_v^w\tau^2, F_v^w(pr_0^v)) = F_v^w t_1^v .$$

§5. О существовании невырожденных методов усиления

Определение вырожденного отображения $A_{\mathcal{G}}$ для рассматриваемой теперь теории предсказания состоит в тривиальной переформулировке определения такого понятия для теории обсуждавшегося ранее вида, поэтому такое определение здесь будет опущено. Класс всех возможных невырожденных отображений вида $A_{\mathcal{G}}$, каждое из которых удовлетворяет требованиям согласованности, нетривиальности, корректности и, кроме того, для каждого из них пятерка

$$\langle v, \mathrm{Int}^v, A_{\mathcal{G}}(t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v), \tau^1, \tau^2 \rangle$$

является гипотезой, обозначим через $\mathcal{A}$.

УТВЕРЖДЕНИЕ 3. К л а с с $\mathcal{A}$ н е я в л я е т с я п у с т ы м.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Два произвольных протокола pr_1^v и pr_2^v в словаре v будем называть эквивалентными (символически $pr_1^v \sim pr_2^v$), если и только если существует такое p , что $\tau^1(pr_1^v, p) = pr_2^v$. Для фиксированной четверки $\langle t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v \rangle \in \mathcal{M}$ и натурального числа K такого, что $\bar{\bar{B}}(pr_0^v) \geq K \geq 1$, символом M_k будем обозначать произвольное множество протоколов в словаре v такое, что:

а) для каждого $pr^v \in M_k$ имеет место $\bar{\bar{B}}(pr^v) = K$ и $t_0^v(pr^v) = I$;

б) для произвольных pr_1^v и $pr_2^v \in M_k$ выполняется $pr_1^v \not\sim pr_2^v$;

в) для произвольного pr_1^v такого, что $\bar{\bar{B}}(pr_1^v) = K$ и $t_0^v(pr_1^v) = I$, существует $pr_2^v \in M_k$ такой, что $pr_1^v \sim pr_2^v$.

Для той же допустимой четверки, того же K и для фиксированного pr^v в словаре v такого, что $\bar{\bar{B}}(pr^v) \geq K$, через $N_k(pr^v)$ будем обозначать множество всех таких протоколов, для каждого из которых, скажем pr_i^v , выполняется

$$\tau^2(pr^v, B(pr_i^v)) = pr_i^v, \quad \bar{\bar{B}}(pr_i^v) = K \quad \text{и} \quad t_0^v(pr_i^v) = 1,$$

а через $m_k(pr^v)$ - число тех протоколов из M_k , для каждого из которых, скажем pr_i^v , существует $pr_1^v \in N_k(pr^v)$ такой, что $pr_1^v \sim pr_i^v$, и не существует $pr_2^v \in N_k(pr_0^v)$ такого, что $pr_2^v \sim pr_i^v$.

Если рассмотреть множество всех протоколов мощности K ,для которых тестовый алгоритм равен "I", разбить его на классы эквивалентности с помощью алгоритма τ^1 и выбрать по одному протоколу из каждого класса эквивалентности, то при этом получится некоторое множество M_k , соответствующее такому выбору. Следует заметить, что для произвольного конечного K число классов эквивалентности протоколов мощности K и тем самым множество M_k конечны. Доказательство этого факта здесь опускается из-за его простоты.

Множество $N_k(pr^v)$ протокола pr^v - это множество всех таких протоколов мощности K, каждый из которых допустим тестовым алгоритмом и "связан" по τ^2 (с помощью подходящего β) с протоколом pr^v . Заметим, что процедура построения такого множества для произвольного протокола состоит из конечного числа шагов. Разобьем множество $N_k(pr^v)$ на классы эквивалентности по τ^1. Число тех классов, протоколы которых не эквивалентны протоколам множества $N_k(pr_0^v)$, равно $m_k(pr^v)$.

Рассмотрим четверку $\langle t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v \rangle \in \mathcal{T}$ такую, что (*) существуют pr_1^v и pr_2^v в словаре v, для которых:

I) $\bar{\bar{B}}(pr_1^v) = \bar{\bar{B}}(pr_2^v)$;

2) $t_0^v(pr_1^v) = t_0^v(pr_2^v) = 1$;

3) $\tau^2(pr_0^v, B(pr_1^v)) = pr_1^v$;

4) для произвольного β такого, что $\beta \subseteq B(pr_0^v)$ и $\bar{\bar{\beta}} = \bar{\bar{B}}(pr_2^v)$, и произвольной переименовки p выполняется $\tau^1(\tau^2(pr_0^v, \beta), p) \neq pr_2^v$.

Предположим, что мощность протокола pr_0^v равна натуральному числу $n > 1$, т.е. $\bar{\bar{B}}(pr_0^v) = n$. Рассмотрим отображение $A^0_{\mathcal{G}}$, задаваемое следующим алгоритмом.

ШАГ I. С помощью алгоритмов t_0^v и τ^1 строится произвольное множество M_k, где K – число обращений к шагу I (первый раз $K = 1$, затем $K = 2$ и т.д.). При помощи алгоритма τ^2 для pr_0^v определяется множество $N_k(pr_0^v)$. Если для каждого $pr^v \in M_k$ в множестве $N_k(pr_0^v)$ имеется такой протокол pr_1^v, что $pr_1^v \sim pr^v$ и $K < n$, то шаг I выполняется снова.

ШАГ 2. В качестве алгоритма $t_1^v = A^0_{\mathcal{G}}(t_0^v, \tau^1, \tau^2, pr_0^v)$ объявляется такой, который принимает значение "0" на всяком протоколе pr_1^v, удовлетворяющем хотя бы одному из условий:

а) $pr_1^v \in M_k$, где K получено при последнем обращении к шагу I, и в множестве $N_k(pr_0^v)$ не существует такого pr^v, что $pr^v \sim pr_1^v$;

б) для pr_1^v в множестве M_k существует такой pr^v, что $pr^v \sim pr_1^v$ и для pr^v выполняется условие "а";

в) $\bar{\bar{B}}(pr_1^v) > K$ (K получено при последнем обращении к шагу I), $t_0^v(pr_1^v) = 1$, существует такой протокол pr^v, что $\bar{\bar{B}}(pr^v) = \bar{\bar{B}}(pr_1^v)$, $t_0^v(pr^v) = 1$, $pr^v \sim pr_1^v$ и $m_k(pr^v) < m_k(pr_1^v)$,

а на остальных протоколах его значение совпадает со значением алгоритма t_0^v.

Заметим, что результаты работы описанного алгоритма не зависят от выбора множества M_k на шаге I.

Отображение $A^0_{\mathcal{G}}$, реализуемое этим алгоритмом, удовлетворяет требованию согласованности. Это вытекает из следующего. Во-первых, протокол pr_0^v не удовлетворяет условиям "а" и "б" шага 2 алгоритма, что очевидно. Во-вторых, для всех $K \leq \bar{\bar{B}}(pr_0^v)$ выполняется $m_k(pr_0^v) = 0$, и таким образом, протокол pr_0^v не удовлетворяет условию "в" этого же шага алгоритма.

Из условия (*), которому удовлетворяет рассматриваемая четверка, следует, что описанный алгоритм, будучи применен к этой четверке, перейдет к выполнению шага 2 при таком K, что $I \le K < \bar{\bar{B}}(pr_0^V)$. Из этого же условия следует, что существует такой протокол в словаре v, для которого выполняется условие "а" или условие "б" шага 2 алгоритма. Это значит, что для рассматриваемого отображения выполняется требование нетривиальности.

Рассмотрим требование корректности. Для этого предположим, что соответствующий отображению $A^0_{\mathcal{T}}$ алгоритм применяется не только к четверке $\langle t_0^V, \tau^1, \tau^2, pr_0^V \rangle$, но и к произвольной четверке $\langle F_V^W t_0^V, F_V^W \tau^1, F_V^W \tau^2, F_V^W(pr_0^V) \rangle$ такой, что F_V^W удовлетворяет условиям "а"–"д" – определения такого алгоритма для гипотез, соответствующих этим двум четверкам, и, таким образом, $F_V^W \in \varphi$.

Для произвольной допустимой четверки $\langle t_0^V, \tau^1, \tau^2, pr_0^V \rangle$, для произвольного множества протоколов в словаре v, скажем A^V (B^V, C^V и т.д.), и такого, что если $pr^V \in A^V$, то $t_0^V(pr^V) = 1$, через $[A^V]_{\tau^1}$ будем обозначать множество всех таких протоколов, каждый из которых эквивалентен хотя бы одному протоколу из A^V, а через A^V/τ^1 – фактор-множество от A^V по отношению эквивалентности, задаваемому алгоритмом τ^1. Для этих же четверки и множества A^V через $F_V^W\{A^V\}$ будем обозначать такое множество протоколов в словаре w, что произвольный протокол $F_V^W(pr^V) \in F_V^W\{A^V\}$ тогда и только тогда, когда $pr^V \in A^V$.

Очевидно, что всякий протокол pr^V удовлетворяет условиям "а" или "б" второго шага алгоритма тогда и только тогда, когда

$$pr^V \in [M_k]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1}.$$

Кроме того,

$$m_k(pr^V) = ([M_k]_{\tau^1} \cap [N_k(pr^V)]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1})/\tau^1.$$

Для удобства алгоритм $F_V^W \tau^1$ будем обозначать через $\hat{\tau}^1$, а через $\hat{M}_k$ – множество, которое строится для каждого K алгоритмом на первом шаге, когда он применяется для второй рассматриваемой четверки.

Очевидно отображение $A^0_{\mathcal{T}}$ удовлетворяет требованию корректности, если:

I) для всякого pr^V выполняется $pr^V \in [M_k]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1}$ тогда и только тогда, когда выполняется

$$F_V^W(pr^V) \in [\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1} - [N_k(F_V^W(pr_0^V))]_{\hat{\tau}^1};$$

2) для произвольного pr^V $m_k(pr^V) = m_k(F_V^W(pr^V))$.

Прежде чем доказать пп. I и 2, покажем, что:

3) для произвольного pr^V выполняется

$$F_V^W\{[N_k(pr^V)]_{\tau^1}\} = [N_k(F_V^W(pr^V))]_{\hat{\tau}^1};$$

4) $F_V^W\{[M_k]_{\tau^1}\} = [\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1}$;

5) $F_V^W\{A^V\} - F_V^W\{B^V\} = F_V^W\{A^V - B^V\}$;

6) $F_V^W\{A^V\} \cap F_V^W\{B^V\} = F_V^W\{A^V \cap B^V\}$;

7) для произвольного pr^V имеет место

$$[\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1} \cap [N_k(F_V^W(pr^V))]_{\hat{\tau}^1} - [N_k(F_V^W(pr_0^V))]_{\hat{\tau}^1} =$$

$$= F_V^W\{[M_k]_{\tau^1} \cap [N_k(pr^V)]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1}\};$$

8) $\overline{\overline{A^V/\tau^1}} = \overline{\overline{F_V^W\{A^V\}/\hat{\tau}^1}}$.

Покажем п.3. Предположим, что он неверен. Будем иметь в виду, что алгоритм F_V^W осуществляет взаимно-однозначное отображение множества допустимых тестовым алгоритмом протоколов в словаре v на такое же множество протоколов в словаре w.

СЛУЧАЙ I. Существует такой $F_V^W(pr_1^V)$, что:

3,а) $F_V^W(pr_1^V) \in F_V^W\{[N_k(pr^V)]_{\tau^1}\}$;

3,б) $F_V^W(pr_1^V) \notin [N_k(F_V^W(pr^V))]_{\hat{\tau}^1}$.

Из п.3,б следует, что для произвольных β и p выполняется

$$\hat{\tau}^1(\hat{\tau}^2(F_V^W(pr^V), \beta), p) \neq F_V^W(pr_1^V),$$

где $\hat{\tau}^2 = F_V^W \tau^2$. Учитывая условия "б" и "в" определения алгоритма τ^1, можно записать:

$$\hat{\tau}^2(F_V^W(pr^V), \beta) \neq \hat{\tau}^1(F_V^W(pr_1^V), p^{-1}).$$

Далее, на основании условий "г" и "д" определения алгоритма F_V^W:

$$\tau^2(pr^V, \beta) \neq \tau^1(pr_1^V, p^{-1}).$$

Это значит, что $pr_1^V \notin [N_k(pr^V)]_{\tau^1}$. Из этого получаем

$$F_V^W(pr_1^V) \notin F_V^W\{[N_k(pr^V)]_{\tau^1}\},$$

что противоречит п. 3,а.

СЛУЧАЙ 2. Существует такой $F_V^W(pr_2^V)$, что:

3,в) $F_V^W(pr_2^V) \notin F_V^W\{[N_k(pr^V)]_{\tau^1}\}$;

3,г) $F_V^W(pr_2^V) \in [N_k(F_V^W(pr^V))]_{\hat{\tau}^1}$.

Противоречие показывается аналогично случаю I.

Покажем п.4. Очевидно, что $[M_k]_{\tau^1}$ - это множестве всех тех протоколов мощности K словаря v, для которых алгоритм t_0^V принимает значение "I", а $[\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1}$ - множество всех протоколов мощности K словаря w, для которых алгоритм $F_V^W t_0^V$ принимает значение "I". Из определения алгоритма F_V^W следует, что для всякого pr^V

$$pr^V \in [M_k]_{\tau^1} \Leftrightarrow F_V^W(pr^V) \in [\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1}.$$

С другой стороны, можно записать

$$pr^V \in [M_k]_{\tau^1} \Leftrightarrow F_V^W(pr^V) \in F_V^W\{[M_k]_{\tau^1}\}.$$

На основании этого имеем

$$F_V^W\{[M_k]_{\tau^1}\} = [\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1},$$

что и требовалось показать.

Покажем п.5. Предположим, что некоторый протокол $F_V^W(pr^V)$ принадлежит множеству, находящемуся в правой части равенства п.5, т.е. $F_V^W(pr^V) \in F_V^W\{A^V - B^V\}$. Отсюда $pr^V \in A^V - B^V$. Это значит, что $pr^V \in A^V$ и $pr^V \notin B^V$, следовательно:

5,а) $F_V^W(pr^V) \in F_V^W\{A^V\}$;

5,б) $F_V^W(pr^V) \notin F_V^W\{B^V\}$.

Из п.5,а и 5,б имеем

5,в) $F_V^W(pr^V) \in F_V^W\{A^V\} - F_V^W\{B^V\}$,

т.е. протокол $F_V^W(pr^V)$ принадлежит множеству, находящемуся в левой части равенства п. 5.

Теперь предположим, что для некоторого $F_V^W(pr^V)$ имеет место п.5,в, благодаря чему для него выполняется п.5,а и п.5,б. Таким образом, $pr^V \in A^V$ и $pr^V \in B^V$, т.е. $pr^V \in A^V - B^V$, откуда $F_V^W(pr^V) \in$ $\in F_V^W\{A^V - B^V\}$.

Справедливость равенства п.6 показывается аналогично.

Покажем п.7. Учитывая п п.3 и 4, перепишем левую часть равенства п.7 следующим образом:

$$F_V^W\{[M_k]_{\tau^1} \cap F_V^W\{[N_k(pr^V)]_{\tau^1}\} - F_V^W\{[N_k(pr_0^V)]_{\tau^1}\}.$$

Учитывая пп. 5 и 6, получаем правую часть равенства п.7, что и требовалось.

Покажем п.8. Предположим, что п.8 не выполняется. Поскольку ранее было показано, что множество A^V взаимно-однозначно отображается алгоритмом F_V^W на множество $F_V^W\{A^V\}$, то равенство п.8 может быть нарушено лишь в случае "раскалывания" или "объе - динения" классов эквивалентности при таком отображении.

СЛУЧАЙ I. Существуют такие pr_1^V, $pr_2^V \in A^V$, что для всякого p_1 выполняется $\tau^1(pr_1^V, p_1) \neq pr_2^V$, и существует такое p_2, что $\hat{\tau}^1(F_V^W(pr_1^V), p_2) = F_V^W(pr_2^V)$. Но это противоречит условию "г" определения алгоритма F_V^W.

СЛУЧАЙ 2. Существуют такие pr_1^V, $pr_2^V \in A^V$, что для всякого p_1 имеет место $\hat{\tau}^1(F_V^W(pr_1^V), p_1) \neq F_V^W(pr_2^V)$, и существует такое p_2, что $\tau^1(pr_1^V, p_2) = pr_2^V$. Это также противоречит условию "г" определения алгоритма F_V^W. Таким образом, справедливость п.8 показана.

Справедливость выражения п.2 непосредственно вытекает из пп. 7 и 8. Покажем справедливость п.I. Предположим, что произвольный протокол $F_V^W(pr^V)$ принадлежит множеству

$$[\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1} - [N_k(F_V^W(pr_0^V))]_{\hat{\tau}^1}.$$

Согласно пп. 3-5 можно записать

$$F_V^W(pr^V) \in F_V^W\{[M_k]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1}\},$$

откуда следует $pr^V \in [M_k]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1}$.

Теперь предположим, что произвольный протокол pr^V принадлежит множеству $[M_k]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1}$. Применяя пп. 3-5, получаем, что $F_V^V(pr^V) \in [\hat{M}_k]_{\hat{\tau}^1} - [N_k(F_V^V(pr^V))]_{\hat{\tau}^1}$.Этим показано, что имеет место п.I. Таким образом, отображение $A^0_{\mathcal{G}}$ удовлетворяет требованию корректности.

Остается показать, что для произвольных pr_1^V и pr_2^V таких, что $pr_1^V \sim pr_2^V$, выполняется $A^0_{\mathcal{G}}(t_0^V, \tau^1, \tau^2, pr_0^V)(pr_1^V) = A^0_{\mathcal{G}}(t_0^V, \tau^1, \tau^2, pr_0^V)(pr_2^V)$. Очевидно, это будет иметь место, если для таких протоколов выполняется $m_k(pr_1^V) = m_k(pr_2^V)$. Покажем это. Поскольку

$$m_k(pr^V) = \overline{\overline{([M_k]_{\tau^1} \cap [N_k(pr^V)]_{\tau^1} - [N_k(pr_0^V)]_{\tau^1})/\tau^1}} ,$$

то достаточно показать, что для тех же протоколов pr_1^V и pr_2^V

$$[N_k(pr_1^V)]_{\tau^1} = [N_k(pr_2^V)]_{\tau^1} .$$

Предположим, что последнее равенство неверно, т.е. существует такой pr^V , что либо $pr^V \in [N_k(pr_1^V)]_{\tau^1}$ и $pr^V \notin [N_k(pr_2^V)]_{\tau^1}$, либо $pr^V \notin [N_k(pr_1^V)]_{\tau^1}$ и $pr^V \in [N_k(pr_2^V)]_{\tau^1}$. Очевидно, достаточно рассмотреть только один из этих случаев, например первый.

Если $pr^V \notin [N_k(pr_1^V)]_{\tau^1}$, то существует такая переименовка p_1 , что

$$(**) \qquad \tau^1(pr^V, p_1) = \tau^2(pr_1^V, p_1(B(pr^V))).$$

Если $pr^V \notin [N_k(pr_2^V)]_{\tau^1}$, то для произвольного p_2 выполняется

$$(***) \qquad \tau^1(pr^V, p_2) \neq \tau^2(pr_2^V, p_2(B(pr^V))) .$$

Учтем, что для некоторого p справедливо $\tau^1(pr_1^V, p) = pr_2^V$. Поскольку неравенство (***) выполняется для произвольного p_2 , то для такого p_2 , что $p_2 = \check{p} * p_1$, можно записать:

$$\tau^1(pr^V, \check{p} * p_1) \neq \tau^2(\tau^1(pr_1^V, p), \check{p} * p_1(B(pr^V))).$$

Из условия, которому должны удовлетворить алгоритмы τ^1 и τ^2 по определению гипотезы, следует, что последнее неравенство можно привести к следующему виду:

$$\tau^1(pr^V,\ p_1) \neq \tau^2(pr_1^V,\ p_1(B(pr^V))) ,$$

что противоречит (**). Тем самым утверждение доказано.

Этим фактически показано, что семантический подход к теории эмпирического предсказания позволяет избежать трудностей, связанных с нарушением требования корректности как при переходе от одних языковых средств к другим, так и при переходе от одной интерпретации теории к другой.

Остается заметить, что усиленную отображением $A_{\mathcal{T}}^{0}$ гипотезу, вообще говоря, снова можно усилить этим же отображением. Как долго можно продолжать такой процесс? По-видимому, ограничение связано не только с тем, что в каждой мощности мы обязаны сохранить хотя бы один допустимый протокол. Более существенную роль при этом может играть то, как соотносятся тестовый алгоритм гипотезы и ее семантический алгоритм второго типа.

В заключение автор считает своим долгом отметить, что предварительный вариант этой работы многократно обсуждался с Н.В.Белякиным. При этом он высказал ряд полезных и учтенных здесь замечаний, указал на имевшиеся неточности в формулировках некоторых понятий. Автор выражает ему свою искреннюю благодарность.

Литература

I. САМОХВАЛОВ К.Ф. О теории эмпирических предсказаний. -В кн: Вычислительные системы. Вып. 55. Новосибирск, I973, с.3-35.

2. ГАВРИЛКО Б.П. Об одной индуктивной задаче предсказания. -В кн.: Вопросы обработки информации при проектировании систем (Вычислительные системы, вып. 69.) Новосибирск, I977, с.

3. СУППЕС П., ЗИНЕС Дж. Основы теории измерений. -В кн.: Психологические измерения. М., Мир, I967, с.

Поступила в ред.-изд.отд.
4 сентября I979 года