

УДК 681.32

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ СХЕМ
ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕЩЕНИИ

Ю.Е.Бессонов, В.А.Скоробогатов

Под электрической схемой дискретного устройства будем понимать объект, состоящий из множества элементов и множества соединений между этими элементами. Если какие-либо элементы в схеме соединены, то говорим, что они входят в одну электрическую цепь. На рис. I изображена схема дискретного устройства, в котором элементы обозначены через $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_7$, а электрические цепи — через $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_6$.

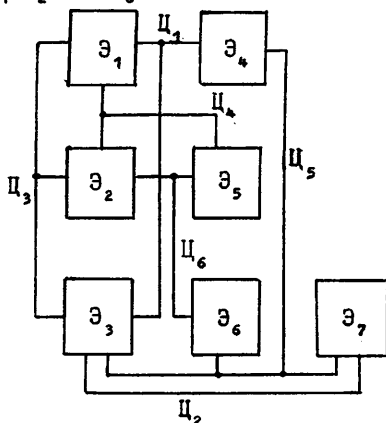


Рис. I

Под оптимальным размещением будем понимать такое отображение, ставящее в соответствие элементам схемы определенные позиции из некоторого пространства позиций, такое, что некоторый показатель качества размещения (целевая функция) имеет экстремальное значение.

Одним из известных подходов к задаче нахождения оптимальных размещений является построение итерационных алгоритмов, которые, начиная с некоторого исходного размещения, последовательно преобразуют это размещение к оптимальному [1-3]. В работе [3] экспериментально показано, что результат итерационного алгоритма тем лучше, чем ближе к оптимальному исходное размещение, т.е. во всех случаях лучше применять итерационный алгоритм после

алгоритма размещения, а не просто после произвольного размещения. Однако с ростом размерности задачи известные алгоритмы построения предварительных размещений становятся малоеффективными. Одним из путей повышения эффективности таких алгоритмов представляется использование особенностей структуры связей элементов в схеме.

В настоящей статье предлагается метод построения начального размещения, минимизирующий суммарную длину соединений, после чего может быть применен итерационный алгоритм. Метод состоит в построении разбиений множества вершин графа, моделирующего схему дискретного устройства. Структура разбиений определяет расположение на плоскости групп элементов схемы, суммарная длина соединений которых близка к оптимальной. Метод позволяет учитывать структурные особенности графов и может быть использован при разработке алгоритмов размещения элементов печатных плат, микросборок и больших интегральных схем.

Пусть двудольный граф $G = (V, E)$ с множеством вершин $V = V^A \cup V^C$ и множеством ребер E моделирует электрическую схему таким образом, что $V^A = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ и $V^C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ — множества вершин, представляющих элементы схемы и электрические цепи, соответственно, причем $E = \{(e_i, c_j) \mid i\text{-й элемент входит в } j\text{-ю цепь; } i \in [1, m], j \in [1, n]\}$.

Пусть совокупность точек плоскости с целочисленными координатами есть модель множества позиций. Обозначим через $L(c_j)$ длину кратчайшего прямоугольного дерева Штейнера, связывающего элементы j -й цепи, размещенные в дискретной плоскости.

Требуется найти такое отображение множества V^C в дискретную плоскость, при котором функция $\sum_{j=1}^n L(c_j)$ имеет наименьшее значение.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Назовем D -разбиением $\hat{G}_D$ графа G упорядоченную совокупность $\hat{G}_D = (V_1, V_2, \dots, V_r)$, где $V_k \subseteq V^A$ или $V_k \subseteq V^C$ для всех $k \in [1, r]$, причем для каждого ребра $\{e_i, c_j\}$ существует пара соседних в $\hat{G}_D$ элементов $\{V_1, V_{1+1}\}$ таких, что $e_i \in V_1$ и $c_j \in V_{1+1}$; $1 \in [1, r-1]$.

В дальнейшем различные D -разбиения будем обозначать символами $\hat{G}_D^1, \hat{G}_D^2, \hat{G}_D^3$ и т.д., при этом символ r_s всегда будет обозначать мощность множества $\hat{G}_D^{r_s}$, $s = 1, 2, 3, \dots$.

Относительным разбиением [4] графа G по некоторому подмножеству вершин V_0 называется совокупность $\hat{G}(V_0) =$

$= (V_0, V_1, \dots, V_r)$, где V_i — подмножество вершин, находящихся на расстоянии i (в метрике графа) от V_0 .

Отметим, что относителное разбиение двудольного графа по любому одноцветному подмножеству вершин является D -разбиением. (Обратное в общем случае неверно.)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Пусть $\hat{G}_D^1 = (V_1^1, V_2^1, \dots, V_{r_1}^1)$ и $\hat{G}_D^2 = (V_1^2, V_2^2, \dots, V_{r_2}^2)$ — некоторые D -разбиения. Назовем их произведением разбиение $Z = \hat{G}_D^1 \times \hat{G}_D^2 = \{Z_{i,j} | Z_{i,j} = V_i^1 \cap V_j^2 \neq \emptyset, i \in [1, r_1], j \in [1, r_2]\}$.

ПРИМЕР 1. Даны два D -разбиения $\hat{G}_D^1 = \{\{c_1, c_2\}, \{e_1, e_3, e_4, e_7\}, \{c_3, c_4, c_5\}, \{e_2, e_5, e_6\}, \{c_6\}\}$ и $\hat{G}_D^2 = (\{e_1, e_2\}, \{c_1, c_3, c_4, c_6\}, \{e_3, e_4, e_5, e_6\}, \{c_2, c_5\}, \{e_7\})$ графа G , изображенного на рис. 2. Произведение $Z = \{\{e_1\}, \{e_2\}, \{c_1\}, \{c_3, c_4\}, \{c_6\}, \{e_3, e_4\}, \{e_5, e_6\}, \{c_2\}, \{c_5\}, \{e_7\}\}$ показано на рис. 3.

Обозначим через $Z_{i,j}^e$ подмножество $Z_{i,j} \subset V^e$. Пусть a и b — такие наименьшие числа, для которых

$$a \cdot b \geq \max_{i \in [1, r_1]} \max_{j \in [1, r_2]} \{|Z_{i,j}^e|\}.$$

В дальнейшем всегда будем предполагать, что

$$a \leq \min_{i \in [1, r_1]} \min_{j \in [1, r_2]} \{|Z_{i,j}^e|\}.$$

Рассмотрим разбиение дискретной плоскости на одинаковые непересекающиеся прямоугольные области: $\Pi_{s,t} = \{(x, y) | s \cdot a \leq x \leq (s+1)a - 1, t \cdot b \leq y \leq (t+1)b - 1\}$, где s и t — целые числа. Две области $\Pi_{s,t}$ и $\Pi_{s',t'}$ назовем смежными, если $|s - s'| + |t - t'| = 1$.

Построим отображение f множества V^e в узлы дискретной плоскости, которое обладает следующими свойствами:

а) множество $Z_{i,j}^e$ целиком отображается в некоторую прямоугольную область $\Pi_{s,t}$ таким образом, что в случае $|Z_{i,j}^e| < a \cdot b$ свободными остаются узлы области $\Pi_{s,t}$, лежащие в ее верхней части;

б) для каждой вершины $c_k \in V^{c_k}$ существуют такие четыре прямоугольные области (каждая из которых смежна двум другим областям), что любая вершина из окружения c_k отображается в одну из этих областей. (Иначе говоря, при таком отображении любая электрическая цепь схемы не выходит за пределы прямоугольника со сторонами $2a$ и $2b$.)

Определим отображение f следующим образом.

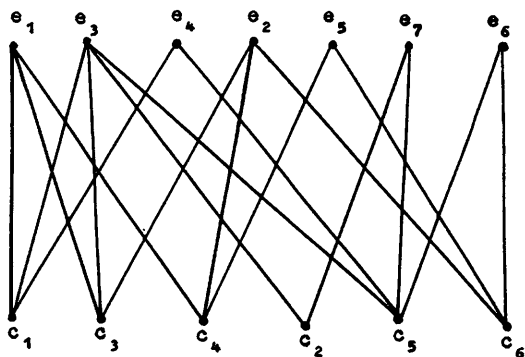


Рис.2. Двудольный граф, представляющий схему дискретного устройства.

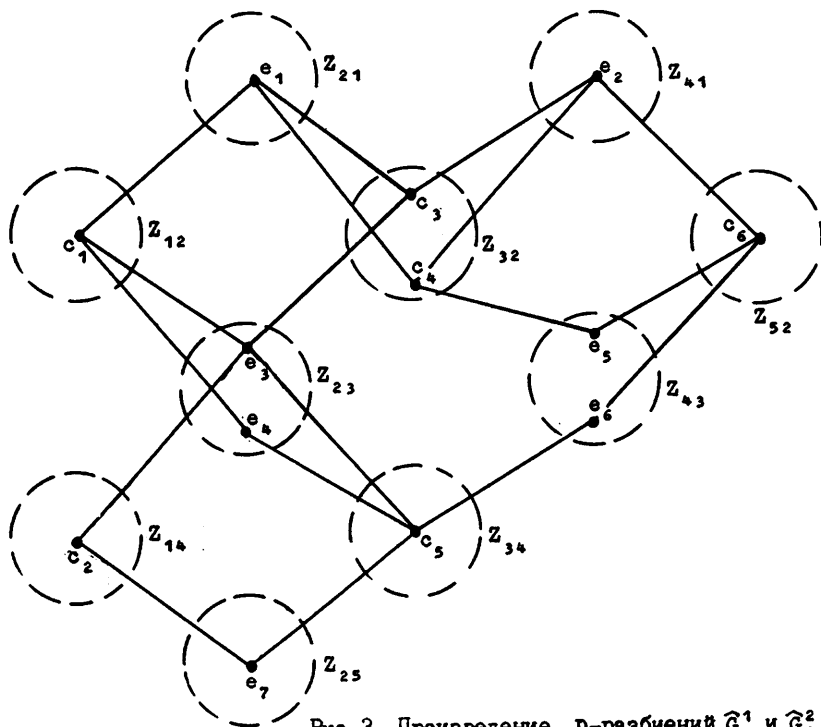


Рис.3. Произведение D -разбиений $\hat{G}_D^1$ и $\hat{G}_D^2$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Если $z_{ij}^e = \{e_{h_1}, e_{h_2}, \dots, e_{h_z}\}$, то $f(e_{h_1}) = (x, y)$, $(x, y) \in \Pi_{st}$, где $x = s + 1 - (\lfloor \frac{1}{a} \rfloor - 1) \cdot a - 1$, $y = t + \lfloor \frac{1}{a} \rfloor - 1$,

$$s = \begin{cases} \frac{i+1}{2}, & \text{если } V_1^1 \subset V^e; \\ \frac{i}{2}, & \text{если } V_1^1 \subset V^c; \end{cases} \quad t = \begin{cases} \frac{j+1}{2}, & \text{если } V_1^2 \subset V^e; \\ \frac{j}{2}, & \text{если } V_1^2 \subset V^c. \end{cases}$$

Свойство "а" непосредственно вытекает из определения 3. Докажем, что отображение f обладает свойством "б".

ТЕОРЕМА I. При отображении f множества V^e в дискретную плоскость для каждой вершины $c_k \in V^e$ существуют такие четыре прямоугольника $\Pi_{s-1, t-1}^1$, $\Pi_{s-1, t+1}^1$, $\Pi_{s+1, t-1}^1$ и $\Pi_{s+1, t+1}^1$, что каждая вершина графа G , смежная с c_k , лежит в одном из них.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, для определенности, что в разбиениях $\hat{G}_D^1$ и $\hat{G}_D^2$ $V_1^1 \subset V^c$ и $V_1^2 \subset V^c$. Пусть $c_k \in z_{ij}$, где $1 < i < r_1$, $1 < j < r_2$ (в случаях $V_1^1 \subset V^e$, $V_1^2 \subset V^c$, а также при $i=1$, $i=r_1$, $j=1$, $j=r_2$ схема доказательства не меняется). В силу определений I и 2, вершина c_k может быть смежна только с вершинами из V_{i-1}^1 и V_{i+1}^1 в $\hat{G}_D^1$, а также с вершинами из V_{j-1}^2 и V_{j+1}^2 в $\hat{G}_D^2$. Поэтому в разбиении $Z = \hat{G}_D^1 \cdot \hat{G}_D^2$ вершина c_k может быть смежна только с вершинами одного из следующих четырех множеств: $Z_{i-1, j-1}$, $Z_{i-1, j+1}$, $Z_{i+1, j-1}$ и $Z_{i+1, j+1}$. По определению 3, элементы этих множеств отображаются в узлы соответственно (см. рис. 4) прямоугольных областей $\Pi_{\frac{i-1}{2}, \frac{j-1}{2}}^1$, $\Pi_{\frac{i-1}{2}, \frac{j+1}{2}}^1$, $\Pi_{\frac{i+1}{2}, \frac{j-1}{2}}^1$ и $\Pi_{\frac{i+1}{2}, \frac{j+1}{2}}^1$.

Теорема доказана.

Пусть $c_k \in z_{st}$. Определим верхнюю оценку длины кратчайшего прямоугольного дерева Штейнера, соответствующего c_k при отображении f множества V^e в дискретную плоскость. Припишем вершине c_k четверку чисел $z_{s-1, t-1}$, $z_{s-1, t+1}$, $z_{s+1, t-1}$ и $z_{s+1, t+1}$, где

$$z_{ij} = \begin{cases} |z_{ij}^e|, & \text{если истинно } (i \neq 0) \& (i \neq r_1 + 1) \& (j \neq 0) \& (j \neq r_2 + 1) \& (z_{ij}^e \cap \Gamma_G(c_k) \neq \emptyset), i = s \pm 1, j = t \pm 1; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

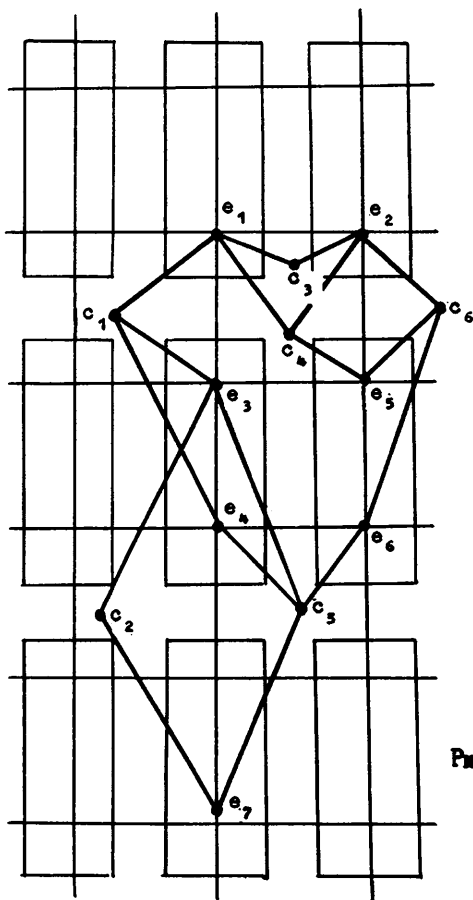


Рис.4. Результат отображения f множества V^* в дискретную плоскость.

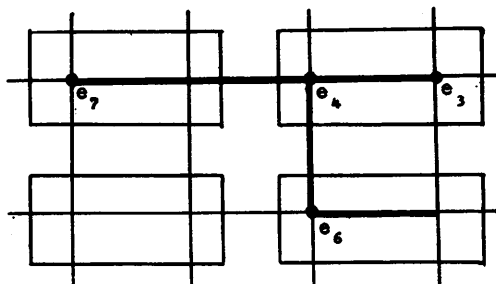


Рис.5. Иллюстрация к получению верхней оценки для $L(c_k)$.

Через $\Gamma_G(c_k)$ обозначим окружение вершины c_k в графе G . Длину $L(c_k)$ оценим сверху как сумму длин кратчайших прямоугольных деревьев Штейнера, соединяющих все вершины в множествах $Z_{i,j}^e$, для которых $Z_{i,j}^e \cap \Gamma_G(c_k) \neq \emptyset$, и длины кратчайшего дерева, соединяющего эти множества (рис. 5). Рассмотрев все варианты связей вершины c_k с множеством $Z_{i,j}^e$, заключаем, что

$$L(c_k) \leq F_Z(c_k) \equiv z_{s-1, t-1} + z_{s-1, t+1} + z_{s+1, t-1} + z_{s+1, t+1} + h(c_k) - 1, \quad (1)$$

где

$$h(c_k) = \begin{cases} 0, & \text{если } z_{s-1, t-1} = z_{s+1, t-1} = 0; \\ b - \max \left\{ \left\lceil \frac{z_{s-1, t-1}}{a} \right\rceil, \left\lceil \frac{z_{s-1, t+1}}{a} \right\rceil \right\} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Введем функцию на парах D -разбиений $(\hat{G}_D^1, \hat{G}_D^2)$ следующим образом:

$$F(\hat{G}_D^1, \hat{G}_D^2) \equiv \sum_{k=1}^n F_Z(c_k). \quad (2)$$

Функция (3) является искомой верхней оценкой: из (1) следует, что ее минимизация влечет минимизацию целевой функции $\sum_{j=1}^n L(c_j)$.

Введем операции преобразования D -разбиений.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Вершину $v \in V_1$ в $G_D = (V_1, V_2, \dots, V_r)$ назовем свободной, если одно из двух разбиений:

$$\hat{G}_D^1 = \begin{cases} (V_1, \dots, V_{i-2} \cup \{v\}, V_{i-1}, V_i \setminus \{v\}, V_{i+1}, \dots, V_r), & \text{если } 2 \leq i \leq r; \\ (\{v\}, V_1, V_2 \setminus \{v\}, V_3, \dots, V_r), & \text{если } i = 2; \end{cases}$$

$$\hat{G}_D^2 = \begin{cases} (V_1, \dots, V_i \setminus \{v\}, V_{i+1}, V_{i+2} \cup \{v\}, V_{i+3}, \dots, V_r), & \text{если } 1 \leq i \leq r-1; \\ (V_1, \dots, V_{r-2}, V_{r-1} \setminus \{v\}, V_r, \{v\}), & \text{если } i = r-1, \end{cases}$$

является D -разбиением. Тот факт, что $\hat{G}_D^1$ (или $\hat{G}_D^2$) получено из $\hat{G}_D$ перестановкой свободной вершины v , будем обозначать $\hat{G}_D^1 = \varphi(v)\hat{G}_D$ (соответственно $\hat{G}_D^2 = \varphi(v)\hat{G}_D$).

ПРИМЕР 2. В D -разбиении $\hat{G}_D^1$, приведенном в примере 1, свободными являются вершины c_1, c_2, c_6 , а в $\hat{G}_D^2$ — вершины e_1, e_2, e_5, e_7 .

Следующий алгоритм находит разбиения $\hat{G}_D^0$ и $\hat{G}_D^1$, доставляющие локальный минимум величине (3) путем последовательных преобразований некоторых начальных D-разбиений.

Алгоритм локальной минимизации $F(\hat{G}_D^0, \hat{G}_D^1)$

1. Выбрать некоторые вершины v_0 и v_1 из V и построить по $\{v_0\}$ и $\{v_1\}$ относительно разбиения $\hat{G}_D^0$ и $\hat{G}_D^1$; положить $F_t = F(\hat{G}_D^0, \hat{G}_D^1)$; $i = 0$.

2. В $\hat{G}_D^i$ выделить множество свободных вершин.

3. Выделить свободную вершину $e_s \in V^e$, для которой $F(f(e_s)\hat{G}_D^{i+1(\text{mod } 2)}) < F_t$; если такая вершина существует, то положить $F_t = F(f(e_s)\hat{G}_D^i, \hat{G}_D^{i+1(\text{mod } 2)})$; $\hat{G}_D^i = \phi(e_s)\hat{G}_D^i$ и перейти к 2; иначе:

4. Выделить свободную вершину $c_1 \in V^c$; если такая вершина существует, то положить $\hat{G}_D^i = \phi(c_1)\hat{G}_D^i$; в $\hat{G}_D^i$ определить множество свободных вершин, исключить c_1 из этого множества и перейти к 3; иначе:

5. Если $i = 0$, то положить $i = 1$ и перейти к 2; иначе:

6. Конец.

Следует ожидать, что в общем случае поиск разбиений $\hat{G}_D^1$ и $\hat{G}_D^2$, доставляющих глобальный минимум величине $F(\hat{G}_D^1, \hat{G}_D^2)$, требует перебора всех возможных D-разбиений графа G . Для сокращения перебора целесообразны следующие пути:

1. Построение алгоритмов для отыскания $\hat{G}_D^1$ и $\hat{G}_D^2$, доставляющих локальный минимум величине $F(\hat{G}_D^1, \hat{G}_D^2)$. Такими алгоритмами могут быть, например, модификации выше рассмотренного алгоритма. В этом случае нужно уметь оценивать число необходимых итераций. Но здесь возникает вопрос, какими должны быть начальные разбиения, чтобы результат получился наилучшим?

2. Поиск $\hat{G}_D^1$ и $\hat{G}_D^2$, минимизирующих $F(\hat{G}_D^1, \hat{G}_D^2)$ среди некоторого сравнительно легко перечислимого подкласса D-разбиений, например, на множестве $\{\hat{G}(\{v\}) \mid v \in V\}$. Данный способ сокращения перебора был применен на практике (см. стр.). Здесь возникает естественный вопрос: как оценивать разность между минимумами функции $F(\hat{G}_D^1, \hat{G}_D^2)$ на подклассе D-разбиений и на всем множестве D-разбиений?

До сих пор нами рассматривалась задача оптимального размещения точечных элементов в неограниченной плоскости. Однако при конструкторском проектировании дискретных устройств необходимо учи-

тивать реальные свойства и характеристики объекта. Как правило, требуется выполнение следующих условий:

а) элементы необходимо размещать в прямоугольной области с фиксированными длиной и шириной;

б) "выходные" элементы (например, разъем у печатных плат или контактные площадки у интегральных схем) необходимо располагать в специально отведенных для них местах (обычно на границе области размещения);

в) элементы должны иметь реальные размеры и заданный порядок расположения их контактов;

г) элементы при установке на посадочные места могут иметь различную ориентацию.

Поэтому мы сформулируем задачу следующим образом: найти размещение элементов схемы, минимизирующее суммарную длину соединений при условиях "а"- "г".

Очевидно, что предложенный метод дает приближенное решение задачи оптимального размещения. Это объясняется главным образом неопределенностью расположения элементов множества $Z_{1,j}^e$ в соответствующем прямоугольнике P_{st} . Однако если возникнет необходимость дальнейшей оптимизации размещения, например, при помощи итерационного алгоритма, то, учитывая свойства структуры разбиения Z , достаточно будет менять местами элементы только внутри прямоугольников P_{st} .

Перейдем к задаче размещения элементов на печатных платах при условиях "а"- "г". Введем на плате систему координат, поставив в соответствие началу координат ее левый нижний угол и направив оси X и Y соответственно вдоль горизонтальной и вертикальной сторон платы. Будем предполагать, что разъем всегда размещается слева от платы вдоль оси Y . Через M и N обозначим соответственно число строк и столбцов в регулярной решетке, которую образуют монтажные позиции. Все элементы представляют собой одинаковые прямоугольники, на двух параллельных сторонах которых располагаются контакты. С каждым элементом Θ_1 связана локальная система координат X_1, O_1, Y_1 , в которой ось Y_1 всегда направлена вдоль стороны элемента, содержащей контакты, и, таким образом, каждый элемент разбит на правые и левые контакты. Пусть множества $V_{e_1}^I$ и $V_{e_1}^II$ содержат вершины G , представляющие электрические цепи, соединенные соответственно только с левыми и только с правыми контактами 1-го элемента схемы. Считается, что при расположении на посадочных местах все элементы имеют два типа ориентации. При всех

$i = 1, 2, \dots, m$ ось Y_i либо параллельна оси Y , либо перпендикулярна ей. Данные о типе ориентации являются исходными для алгоритма размещения. Предположим, что при установке элемента в позицию на плате ось Y_i всегда параллельна оси Y . Такое ограничение не оказывает принципиального влияния на структуру излагаемого ниже алгоритма. Поставим в соответствие каждому элементу $\mathcal{E}_i$ число R_i , равное 1, если направление оси Y_i совпадает с направлением Y , и равное 0, если направления этих осей противоположны.

Задача решается в два этапа. На первом используется модель схемы с точечными элементами и реализуется предложенный выше метод размещения. Этап состоит из четырех шагов. На первом шаге строится относительное разбиение графа G по множеству $V_1^1 \in V^C$ вершин, представляющих электрические цепи, связанные с разъемом. Подмножества вершин в этом разбиении, представляющие элементы, ставятся в соответствие столбцам их монтажных позиций, а подмножества вершин, представляющие электрические цепи, располагаются в промежутках между столбцами. При этом, очевидно, число элементов некоторого подмножества, приписанного столбцу, может оказаться больше или меньше числа позиций в этом столбце. Поэтому следующий шаг корректирует исходное разбиение, последовательно уменьшая или увеличивая мощность подмножеств, поставленных в соответствие, за счет перестановки вершин в соседние столбцы. Критерием, по которому выбирается переставляемая вершина, является наименьшая суммарная длина ребер, которые будут удлиняться после ее перестановки. После перемещения e_i из k -го столбца в $(k+1)$ -й может оказаться, что некоторые вершины графа, представляющие цепи, расположенные в промежутке между этими столбцами, будут смежны только с вершинами из $(k+1)$ -го столбца. Все такие вершины перемещаются в промежуток между $(k+1)$ -м и $(k+2)$ -м столбцами (п. 2.6 алгоритма размещения). Если e_i переставляется из k -го в $(k-1)$ -й столбец, то все вершины графа, связанные с e_i и лежащие справа от нее на плате, сдвигаются на один столбец влево (п. 2.8). Таким образом, результатом второго шага является разбиение $\hat{G}^1$, которое задает распределение элементов схемы по столбцам платы с минимизацией суммарной длины проводников, соединяющих элементы, находящиеся в несоседних столбцах.

Третий шаг состоит в нахождении относительного разбиения $\hat{G}(\{v\})$, которое доставляет минимум величине $F(\hat{G}^1, \hat{G}(\{v\}))$, определенной выше.

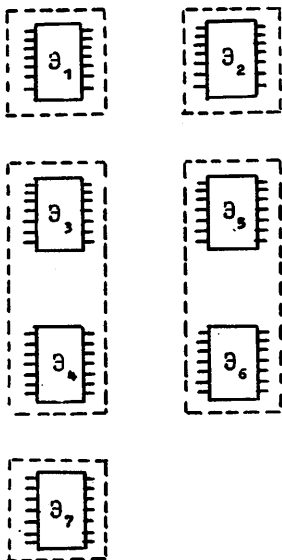


Рис.6

Результатом четвертого шага являются координаты $(x(e_i)), y(e_i))$ монтажных позиций, поставленные в соответствие i -му элементу схемы, $i \in [1, m]$. При этом разбиение $Z = \hat{G}^1 \cdot \hat{G}(\{v\})$ задает распределение элементов каждого столбца по группам Z_{k1}^e и расположение одних групп относительно других (см. рис.6). Элементы внутри групп располагаются произвольно.

На втором этапе рассматривается модель схемы, в которой учитываются условия "в" и "г" и отыскивается оптимальная ориентация для каждого элемента. При этом существенно используется тот факт, что на предыдущем этапе вершины графа, представляющие цепи, оказались локализованными в промежутках между столбцами. Каждый элемент принимает такую ориентацию, которая приводит

к наибольшему совпадению в расположении цепей, присоединяемых к правым и левым контактам элемента.

Входной информацией для алгоритма размещения служат: список смежностей графа G ; множество $V_1^1 \subset V^C$ вершин, которые представляют цепи, связанные с разъемом; информация о цепях, связанных с левыми и правыми контактами каждого элемента (множества $V_{e_i}^L$ и $V_{e_i}^P$, $i \in [1, m]$), а также информация о размерах платы в дискретных единицах.

Алгоритм размещения одинаковых элементов

Первый этап.

Шаг 1. Построить разбиение $\hat{G}(V_1^1) = (V_1^1, V_2^1, \dots, V_{r_1}^1)$; $i := 0$.

Шаг 2.

2.1. $i := i + 2$; если $i > r_1$, то перейти к шагу 3.

2.2. Если $|V_1^1| = M$, то перейти к 2.6.

2.3. Если $|V_1^1| < M$, то

2.3.1. если $i > r_1 - 2$, то перейти к шагу 3,

2.3.2. перейти к 2.8.

2.4. Выбрать вершину $v \in V_1^1$ с минимальным значением величины $\sum_{i=1}^{1/2} 1 \cdot |\Gamma(v) \cap V_{i-2, i+1}^1|$; $V_1^1 := V_1^1 \setminus \{v\}$.

2.5. Если $i \leq r_1 - 2$, то $V_{i+2}^1 := V_{i+2}^1 \cup \{v\}$; иначе $V_{i+2}^1 := \{v\}$ и $r_1 := r_1 + 1$ и перейти к 2.2.

2.6. В V_{i+1}^1 выбрать множество V^* таких вершин, для которых $\Gamma(v) \cap V_1^1 = \emptyset$; $V_{i+1}^1 := V_{i+1}^1 \setminus V^*$. Если $V^* = \emptyset$, то перейти к 2.1.

2.7. Если $i \leq r_1 - 3$, то $V_{i+3}^1 := V_{i+3}^1 \cup V^*$; иначе $V_{i+3}^1 := V^*$ и $r_1 := r_1 + 1$; перейти к 2.1.

2.8. Выбрать в V_{i+2}^1 произвольное множество V' вершин в количестве $\min\{|V_{i+2}^1|, M - |V_1^1|\}$.

2.8.1. $j := 0$; $V_1^1 := V_1^1 \cap V'$.

2.8.2. $j := j + 1$; если $\Gamma_G(V_{i+j}^1) \setminus V_{i+j-1}^1 \neq \emptyset$, то $V_{i+j+1}^1 := \Gamma_G(V_{i+j}^1) \setminus V_{i+j-1}^1$ и повторить подшаг 2.8.2, иначе $r_1 := i + j$ и перейти к 2.1.

Шаг 3. Для всех $v \in V$ построить разбиение $\hat{G}^2(\{v\}) = \{V_1^2 = \{v\}, V_2^2, \dots, V_r^2\}$ и $G_r = Z = \hat{G}^1 \cdot \hat{G}^2$. Выбрать вершину v^* , для которой величина $F(\hat{G}^1, \hat{G}^2(\{v^*\}))$ минимальна.

Шаг 4.

4.1. $k := 0$.

4.2. $l := 0$; $k := k + 2$, если $k > r_1$, то перейти ко второму этапу.

4.3. $l := l + 1$; если $l > r_2$, то перейти к 4.2.

4.4. Если $Z_{k,l} \in \hat{G}^1 \cdot \hat{G}^2(\{v^*\})$ не является подмножеством V^* , то перейти к 4.3.

4.5. $t_1 := |V_k^1 \cap V_1^2|$; $s := 1$.

4.6. Элементу $e_{p_s} \in V_k^1 \cap V_1^2$ поставить в соответствие позицию

платы с координатами

$$x(e_{p_s}) = \frac{k}{2}, \quad y(e_{p_s}) = M + 1 - s - \begin{cases} \sum_{q=1}^{(1-l)/2} t_{2q-1}, & \text{если } l \text{ нечетное;} \\ \sum_{q=1}^{1/2+1} t_{2q}, & \text{если } l \text{ четное.} \end{cases}$$

$s := s + 1$, если $s < t_1$, то повторить подшаг 4.6, иначе перейти к 4.3.

Второй этап.

1. $i:=0$.

2. $i:=i+1$; если $i > m$, то перейти к 4.

3. Если $\sum_{j=1}^{x(e_i)}$ $(|V_{2j-1}^1 \cap V_{e_i}^x| - |V_{2j-1}^1 \cap V_{e_i}^p|) +$
 $+ \sum_{j=x(e_i)+1}^{[x/2]} (|V_{2j-1}^1 \cap V_{e_i}^p| - |V_{2j-1}^1 \cap V_{e_i}^x|) > 0$,

то $R_i:=1$; иначе $R_i:=0$; перейти к 2.

4. Конец

Программа автоматического размещения одинаковых элементов, реализующая предложенный алгоритм, составлена на языке ПЛ/I для ОС ЕС ЭВМ. Эффективность метода оценивалась сравнениями размещений, полученных на первом этапе работы алгоритма, с размещениями, спроектированными специалистами вручную с числом элементов от 24 до 49 и электрических цепей от 55 до 127. Результаты приведены в таблице. Отметим, что итерационная процедура, предназначенная для дальнейшей оптимизации в данной программе не применялась.

Т а б л и ц а

Число элементов	24	25	28	31	40	49
Число цепей	55	57	60	67	127	142
Длина ручного размещения	117	121	160	256	381	426
Длина автоматического размещения	119	130	171	264	421	461
Время счета на ЭВМ ЕС 1050, сек	8	10	13	15	21	24

Л и т е р а т у р а

1. СЕЛЮТИН В.А. Машинное конструирование электронных устройств. -М.: Сов.радио, 1977. - 384 с.
2. Теория и методы автоматизации проектирования вычислительных систем. -М.: Мир, 1977. - 283 с.
3. HANAN M., WOLFF P.K., AGUILLE B.I. A study of Placement techniques.- J.Design Automat.and Fault-Tolerant Comput.,1976,v.1, N 1,p.28-61.

4. СКОРОВОГАТОВ В.А. Относительные разбиения и слои графов.-
В кн.: Вопросы обработки информации при проектировании систем. (Вы-
числительные системы, вып. 69.) Новосибирск, 1977, с.3-10.

Поступила в ред.-изд.отд.

24 февраля 1981 года