МАШИННЫЕ МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ
(Вычислительные системы)
1981 год Выпуск 88

УДК 519.95:681.3.06

ПРОТИВОРЕЧИВЫЕ СИТУАЦИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ

Вл.Д.Мазуров

При попытке подбора модели фиксированного класса для описания эмпирического материала может возникнуть противоречие, если упомянутый класс моделей слишком узок. Это противоречие выразится в том, что задача идентификации модели, представляющая систему соотношений между различными параметрами модели, не имеет решения. В этом случае можно либо расширять класс упомянутых моделей, включая в него более сложные, либо использовать "коллективы" моделей. В данной работе реализуется второй путь, причем используются конструкции максимальных совместных и минимальных несовместных подсистем, а также понятие p-комитета.

Напомним определения этих понятий [1] для системы соотношений вида

$$x \in D_j \quad (\forall j \in J), \tag{1}$$

где D_j - некоторые заданные множества (например, D_j может представлять собой множество всех решений какого-либо неравенства).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Максимальной совместной подсистемой системы (1) называется такая совместная подсистема $x \in D_j$ $(\forall j \in S)$, $S \subset J$, что для любого $i \in J \setminus S$ система $x \in D_j$ $(\forall j \in S \cup \{i\})$ несовместна.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Минимальной несовместной подсистемой системы (1) называется такая несовместная подсистема $x \in D_j$ $(\forall j \in T)$, $T \subset J$, что для любого $i \in T$ система $x \in D_j$ $(\forall j \in T \setminus \{i\})$ совместна.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Пусть $0 \le p < 1$. Конечное множество K называется p-комитетом системы (1), если $|K \cap D_j| > p \cdot |K|$ $(\forall j \in J)$, где $|A|$ означает число элементов множества A.

Приведем примеры использования этих понятий в противоречивых ситуациях моделирования.

ПРИМЕР I. (Таксономия.) Пусть A - некоторое подмножество пространства R^n. Через $B(x,r)$ обозначим шар радиуса $r>0$ с центром x. Поставим задачу: найти x, для каждого $A \subset B(x,r)$ или $a \in B(x,r)$ $(\forall a \in A)$. Если число r слишком мало, то эта система может быть несовместной. Пусть ее j-я максимальная совместная подсистема имеет вид $a \in B(x,r)$ $(\forall a \in A_j)$, $A_j \subset A$. Число всех различных максимальных подсистем обозначим через q; тогда множества $A_1,\ldots,A_q$ образуют покрытие множества A; из этого покрытия можно выделить разбиение множества A на таксоны.

ПРИМЕР 2. (Дискриминация.) Пусть $A,B \subset R^n$, F - выбранный класс разделяющих функций $f(x)$, $x \in R^n$. Поставим задачу: найти f такую, что

$$f \in F,\ f(a) > 0 (\forall a \in A),\ f(b) \le 0 \quad (\forall b \in B). \tag{2}$$

Если класс F слишком узок, то система (2) может быть несовместной. В этом случае можно воспользоваться понятием разделяющего p-комитета, т.е. такого множества $K = \{f_1,\ldots,f_q\} \subset F$, что каждому неравенству системы (2) удовлетворяет более чем p-я часть этого множества (более $p \cdot q$ функций).

ПРИМЕР 3. (Оптимизация.) Задача математического программирования: $\sup\{f(x): f_j(x) \le 0 \ (j = 1,\ldots,m)\}$, $x \in R^n$, может быть неразрешимой по причине несовместности системы ограничений

$$f_j(x) \le 0 \quad (j = 1,\ldots, m). \tag{3}$$

При некоторых интерпретациях содержания в эту задачу можно вложить и такой смысл. Пусть $\mathcal{K}$ - множество всех p-комитетов системы (3). Каждый p-комитет $K = \{x^1,\ldots,x^q\}$ определяет следующую смешанную стратегию: любой член комитета используется с вероятностью $\frac{1}{q}$. Тогда можно отыскивать p-комитет, которому отвечает наибольшее математическое ожидание значения функции f, т.е. решать задачу $\sup\left\{\frac{1}{|K|}\sum_{x \in K} f(x): K \in \mathcal{K}\right\}$.

ПРИМЕР 4. (Регрессия.) При построении поверхности регрессии можно попытаться так подобрать функцию f заданного класса F, чтобы

$$F(x^i) = y_i \quad (i = 1,\ldots, m), \tag{4}$$

где $\{[x^i; y^i]: i=1,\ldots,m\}$ - материал наблюдений.

Обычно система (4) несовместна. Можно искать ее приближенное решение (например, методом наименьших квадратов). Другой подход состоит в отыскании максимальных совместных подсистем системы (4). Пусть f_j - решение i-й максимальной совместной подсистемы ($j = 1, \ldots, q$). Тогда можно построить функцию, которая в j-й области совпадает с f_j и описывает материал наблюдений.

Рассмотрим в общем виде вопрос о применении комитетов в противоречивых ситуациях моделирования. Пусть некоторая ситуация или объект отражается моделью вида (I), где, например, x - вектор состояния объекта, D_j - множество всех векторов, допустимых по j-му ограничению. Система (I) может быть несовместной (т.е. соответствующая модель - противоречивой) по следующим причинам:

I) Ограничение $x \in D_j$ является чрезмерной абсолютизацией, ожесточением или просто неточным отражением некоторого действительного требования, как, например, в случае, если к моделированию некоторого нового явления мы попытаемся приспособить заданный априори класс средств моделирования.

2) Требование одновременного выполнения всех соотношений системы (I) - абсолютизация некоторого более слабого условия на выполнимость ограничений.

3) Вектор состояния x имеет слишком малую размерность, так что в модели не учтены измерения важных факторов состояния.

4) Система (I) состоит из нескольких подсистем. Каждая подсистема отражает соотношения некоторой теории, и их "стыковка" приводит к противоречивой модели. Противоречие данного типа возникает и в случае, когда в единой модели пытаются учесть требования и сведения, поступающие из различных источников.

Можно предложить различные способы анализа противоречивых моделей, пытаясь вносить минимальные изменения в систему (I), делающие ее совместной: можно расширять множества D_j (так можно получить, например, чебышевские приближения); сужать множество J (получая, например, максимальные совместные подсистемы); вводить коллективные решения типа комитетных конструкций. Такого рода приемы позволяют конструктивно использовать противоречивые модели, которые часто возникают в практике и имеют реальные интерпретации.

Литература

I. МАЗУРОВ Вл.Д. Методы математического программирования и распознавания образов в решении задач планирования и управления.- В кн.: Математические методы в планировании промышленного производства, Свердловск, 1977.

Поступила в ред.-изд.отд.
16 февраля 1981 года