ОДНОРОДНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ
(Вычислительные системы)
1981 год Выпуск 90

УДК 681.3.001

МИНИМИЗАЦИЯ СЕТЕЙ ПЕТРИ ПРИ СИНТЕЗЕ АСИНХРОННОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

О.Л.Бандман

При проектировании микропрограммных устройств управления вычислительными системами в качестве исходного описания обычно используют граф-схему алгоритма работы управляемого объекта. Широкое применение систем параллельного типа стимулировало появление параллельных граф-схем алгоритма [1,2] и методов синтеза асинхронного управления параллельными процессами [3,4]. Известно два подхода к синтезу. Первый использует конечно-автоматную модель, прибегая к декомпозиции параллельного алгоритма на последовательные ветви [5]. Второй основывается на абстрактной модели параллельных процессов в виде сети Петри [6] (или других, приводимых к сетям Петри моделей типа билогических [7] и дилогических [8] графов). Сеть Петри в этих методах используется как исходная информация для структурного синтеза. Разные методы структурного синтеза приводят к разным схемным решениям, среди которых существенное место занимают однородные настраиваемые структуры (программируемые логические матрицы [6], асинхронные управляющие структуры [9,10]).

Во всех известных методах никаких эквивалентных преобразований сетей Петри для минимизации аппаратурных затрат не производится. Напротив, методы [6], где структурная реализация использует конечно-автоматную модель, содержат процедуру расширения сетей путем преобразования их к последовательной модели. А между тем, развитие теории языков сетей Петри [11] и алгебры сетей Петри [12] позволяет ставить и решать задачи минимизации сетей при синтезе управления.

Преобразования, минимизирующие сети Петри, обычно связаны с выявлением существующего в системе параллелизма, не отраженного в исходной параллельной граф-схеме алгоритма. Такой параллелизм часто имеет место на практике, поскольку традиции последовательных алгоритмов оказывают большое влияние на составление параллельных граф-схем алгоритмов. Отсюда возникает задача разработки методов эквивалентных преобразований сетей Петри при синтезе асинхронного параллельного управления. Как и в конечно-автоматных моделях эквивалентность преобразований понимается как инвариантность относительно входо-выходных последовательностей. Критерии минимизации могут различаться в зависимости от требований аппаратурной реализации.

§ I. Сети Петри управления и их эквивалентность

Параллельные граф-схемы алгоритма, в дальнейшем просто граф-схемы, служат удобным средством описания систем асинхронно взаимодействующих операторов [I,6]. Они представляют собой ориентированные графы с семью типами вершин (см.табл.I). В [6] показано, что модель поведения системы, описанной граф-схемой, может быть получена формальной заменой вершин граф-схемы фрагментами сети Петри. Полученные таким образом сети Петри названы в [6] *сетями Петри управления* (рис.I). Такие сети пред-

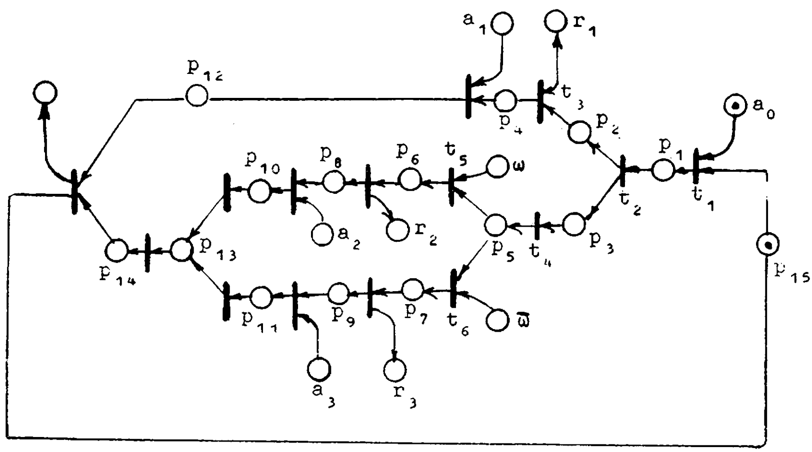
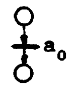
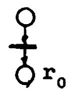
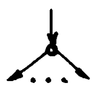
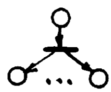
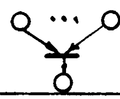
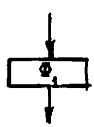
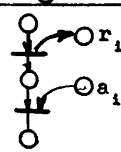
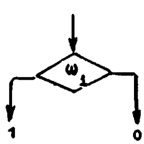
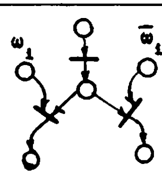
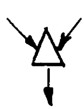
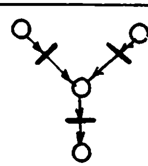


Рис. I

Т а б л и ц а I

Вершины параллельной граф-схемы и соответствую-щие им фрагменты сети Петри

Обоз-наче-ние	Вершина граф-схемы	Фрагмент сети Петри управления	Содержательный смысл
B			Сигнал включения
E			Сигнал завершения
W			Переход к параллельному выполнению
U			Объединение параллельных ветвей
Ф			Выполнение действий над данными
Ω			Ветвление по условию, выход из цикла
Δ			Соединение взаимоисклю-чающих ветвей, вход в цикл

ставляют собой бихроматические ориентированные графы $N' = \langle \Pi', \Sigma, D' \rangle$, в которых $\Pi' = \{p'_i\}$ – множество вершин, называемых позициями состоящее из трех непересекающихся подмножеств: Π, A и R, таких что $\Pi' = \Pi \cup A \cup R$, $\Pi = \{p_i\}$ – внутренние, $A = \{a_i\}$ – входные и $R = \{r_i\}$ – выходные позиции (обычно позиции обозначаются кружками); $\Sigma = \{t_i\}$ – множество вершин, называемых переходами (обозначаются черточками); $D' \subseteq \Pi' \times \Sigma \cup \Sigma \times \Pi'$ – множество дуг, наличие дуги $(p,t) \in D'$ обозначается как $p \in {}^{\bullet}t$ или $t \in p^{\bullet}$, где ${}^{\bullet}t$ – множество позиций, входных по отношению к t, а $p^{\bullet}$ – множество переходов, выходных по отношению к p.

Сеть Петри управления обладает следующими свойствами:

а) подсеть $N = \langle \Pi, \Sigma, D \rangle$, где $\Pi \subset \Pi'$, $D \subseteq \Pi \times \Sigma \cup \Sigma \times \Pi$, сильно связанная;

б) каждая дуга в N, исходящая из позиции, является либо единственным выходом из нее, либо единственным входом в переход (сеть свободного выбора – FC-сеть по [13]).

Состояние сети Петри определяется значениями функции маркирования $M: \Pi' \to \{0,1\}$. Если $M(p) = 1$, то говорят, что позиция p содержит метку. Динамика изменения состояний моделируется движением меток, которое происходит в соответствии со следующими правилами: если $\forall p' \in {}^{\bullet}t$: $M(p') = 1$ (переход t "возбужден"), то переход t срабатывает, что приводит к вычитанию по одной метке из всех $p' \in {}^{\bullet}t$ и прибавлению по одной метке во все $p' \in t^{\bullet}$. Переход от M_i к M_j в результате срабатывания перехода t обозначается следующим образом: $M_i[t\rangle M_j$, причем

$$M_j = \begin{cases} \forall p' \in {}^{\bullet}t \quad M_j(p') = M_i(p') - 1; \\ \forall p' \in t^{\bullet} \quad M_j(p') = M_i(p') + 1; \\ M_j(p) = M_i(p) \text{ – в остальных случаях.} \end{cases}$$

Считается, что срабатывание переходов происходит мгновенно. Время пребывания их в возбужденном состоянии не регламентируется. Если несколько переходов возбуждены одновременно, то порядок их срабатывания не определен. Также не определены моменты появления меток во входных позициях $a_i \in A$, и, следовательно, наличие позиции $a_i \in {}^{\bullet}t$ фактически не меняет условий срабатывания перехода t. Роль входных и выходных позиций сводится к тому, что они указывают на существование внешних условий, сопутствующих срабатыванию некоторых переходов. Их удобно учесть путем определения входного $A' = A \cup \lambda$ и выходного $R' = R \cup \lambda$ алфавитов (λ - пустой символ) и введения функций $\varphi_1 : \Sigma \to A'$ и $\varphi_2 : \Sigma \to R'$ следующего вида:

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} a, & \text{если } a \in {}^\bullet t, \\ \lambda, & \text{если } A \cap {}^\bullet t = \varnothing, \end{cases}$$

$$\varphi_2(t) = \begin{cases} r, & \text{если } r \in t^\bullet, \\ \lambda, & \text{если } R \cap t^\bullet = \varnothing. \end{cases}$$

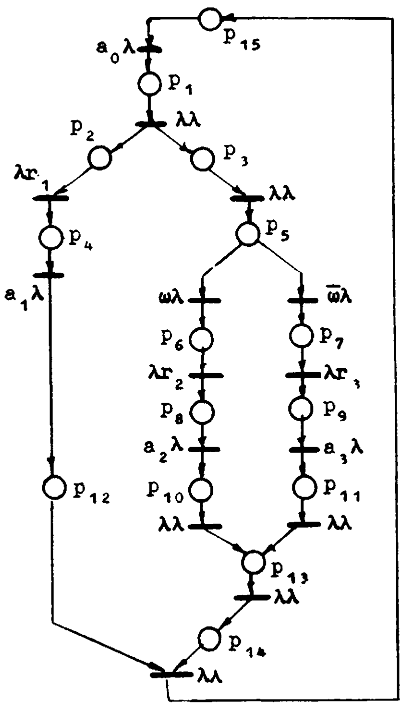


Рис. 2

Введение функций φ_1 и φ_2 дает возможность перейти от сети Петри управления к сильно связной сети Петри свободного выбора с помеченными переходами $N = \langle \Sigma, \Pi, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$ (рис.2).

Динамика движения меток по сети определяется начальным маркированием $M_0 = \{p \in \Pi : M_0(p) = 1\}$. Срабатывание перехода t, возбужденного при M_0, т.е. такого что ${}^\bullet t \subseteq M_0$, приводит к новому маркированию и возбуждению новых переходов. Поскольку возможен любой порядок срабатывания одновременно возбужденных переходов, то возможно множество цепочек вида $M_0[t_{i0}\rangle M_{i1}[t_{i1}\rangle \ldots M_{ik}$, определяющих множество последовательностей срабатываний $\Sigma^* = \{\sigma_i\}$. Маркирование M_k называется достижимым из M_0, если существует последовательность срабатываний $\sigma \in \Sigma^*$, в результате которой M_0 переходит в M_k, т.е. $M_0[\sigma\rangle M_k$.

Наглядное представление о возможных сменах состояний сети Петри $N = \langle \Sigma, \Pi, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$ при заданном M_0 дает г р а ф д о с т и ж и м ы х м а р к и р о в а н и й $G = \langle \widehat{M}, E, A, R, \phi_1, \phi_2 \rangle$ (рис.3). Множество вершин графа G соответствует множеству $\widehat{M}$, достижимых из M_0 маркирований; $E \subseteq \widehat{M} \times \widehat{M}$, причем $(M_i, M_j) \in E$, если

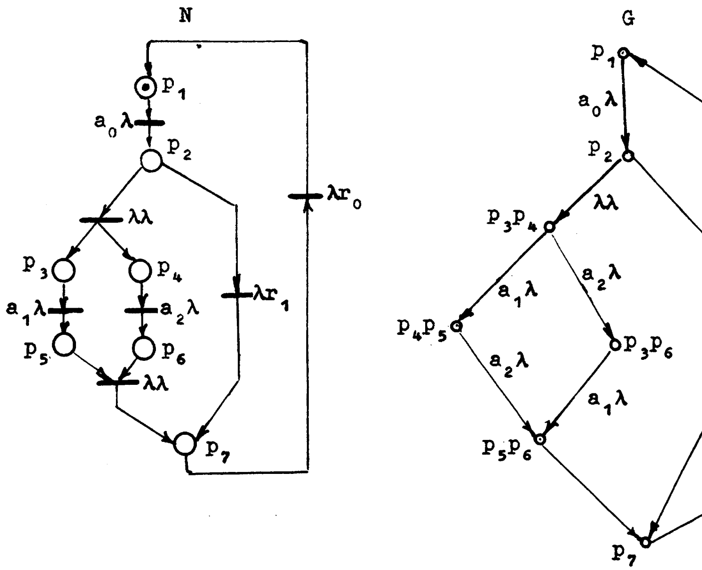


Рис. 3

существует $t \in \Sigma$: $M_i[t\rangle M_j$; A, R – алфавиты; $\phi_1: E \to A \cup \lambda$, $\phi_2: E \to R \cup \lambda$, причем если $M_i[t\rangle M_j$, то $\phi_1(M_i,M_j) = \varphi_1(t)$, $\phi_2(M_i,M_j) = \varphi_2(t)$.

Каждый путь $M_i,\dots,M_k$ в графе G соответствует последовательности срабатываний $\sigma \in \Sigma^*(M_i[\sigma\rangle M_k)$ и последовательностям $\alpha' = \varphi_1(\sigma)$ и $\rho' = \varphi_2(\sigma)$. Последовательности α и ρ, полученные из α' и ρ' исключением из них символов λ, называются в х о д н ы м и и в ы х о д н ы м и п о с л е д о в а т е л ь н о с т я м и соответственно. При этом, если $\varphi_1^{-1}(\alpha') = \varphi_2^{-1}(\rho')$, то $\rho = \eta(\alpha)$.

Множества входных $A^* = \{\alpha_i\}$ и выходных $R^* = \{\rho_j\}$ последовательностей и отображение $\eta: A^* \to R^*$ (не обязательно взаимно-однозначное) определяют взаимодействие сети Петри с внешней средой. Сети Петри управления с одинаковыми A^*, R^* и η называются э к в и в а л е н т н ы м и [6].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. Два графа достижимых маркирований $G' = \langle \widehat{M}', E', A', R', \phi_1', \phi_2' \rangle$ и $G'' = \langle \widehat{M}'', E'', A'', R'', \varphi_1'', \varphi_2'' \rangle$ называются изоморфными , если $A' = A''$, $R' = R''$ и существует взаимно-однозначное соответствие θ: $\widehat{M}' \to \widehat{M}''$, такое что:

$$1)\ \text{если } (M'_i, M'_j) \in E', \text{ то } (\theta(M'_i), \theta(M'_j)) \in E'',$$

$$2)\ \psi'_1(M'_i, M'_j) = \psi''_1[\theta(M'_i), \theta(M'_j)]\ , \qquad (1)$$

$$3)\ \psi'_2(M'_i, M'_j) = \psi''_2[\theta(M'_i), \theta(M'_j)]\ .$$

ТЕОРЕМА I. Две сети Петри $N' = \langle \Sigma', \Pi', D', A', R', \varphi'_1, \varphi'_2 \rangle$ и $N'' = \langle \Pi'', \Sigma'', D'', A'', R'', \varphi''_1, \varphi''_2 \rangle$ эквивалентны, если их графы достижимых маркирований $G' = \langle \widehat{M}', E', A', R', \psi'_1, \psi'_2 \rangle$ и $G'' = \langle \widehat{M}'', E'', A'', R'', \psi''_1, \psi''_2 \rangle$ изоморфны.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим произвольную последовательность $M'_{i1} M'_{i2} \dots M'_{ik}$, образующую путь в графе G'. Применим к соответствующей последовательности срабатываний σ преобразования ψ'_1 и ψ'_2, что дает $\psi'_1(\sigma) = \alpha' \in A'^*$ и $\psi'_2(\sigma) = \rho' \in R'^*$, причем $\eta'(\alpha') = \rho'$, (η' : $A'^* \to R'^*$. Проделав аналогичную вещь с отображением $\theta(M'_{i1})\theta(M'_{i2}) \dots$ $\dots \theta(M'_{ik})$ рассмотренного пути получим $\eta''(\alpha'') = \rho''$. При этом согласно условиям 2 и 3 определения I справедливы равенства $\alpha' = \alpha''$, $\eta'(\alpha') = \eta''(\alpha'') = \rho' = \rho''$. Поскольку такие равенства имеют место для любого $\alpha' \in A'^*$, то их можно распространить на множества: $A'^* = A''^*$, $R'^* = R''^*$ и на преобразования $\eta' = \eta''$, что и требовалось.

Задача минимизации сети Петри состоит в том, чтобы в классе эквивалентных сетей найти сеть с минимальным числом вершин.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. В классе эквивалентных сетей Петри минимальной называется та сеть, которая имеет наименьшее число вершин $(|\Pi| + |\Sigma|)_{min}$.

Очевидно, что поиск минимальной сети Петри чрезвычайно трудоемкая задача, связанная с большим перебором. Поэтому мы не будем стремиться решить задачу точно, а удовлетворимся теми решениями, которые сможем получить, применяя к исходной сети эквивалентные преобразования, сокращающие число переходов и позиций.

§ 2. Эквивалентные преобразования сетей Петри

Эквивалентные преобразования, которые будут использоваться при минимизации сетей Петри подразделяются на два типа. К первому типу относятся преобразования, называемые сокращениями сети. Они не всегда сохраняют изоморфизм графа достижимых марки -

рований и приводят к уменьшению числа "несущественных" переходов и позиций. Ко второму типу относятся преобразования р а с п а р а л л е л и в а н и я, которые изменяют структуру сети (если это возможно), сохраняя при этом изоморфизм графа достижимых маркирований. Преобразования обоих типов состоят либо в изъятии несущественных вершин, либо в замене каких-либо фрагментов сети другими фрагментами, менее сложными.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Фрагментом сети Петри $N = \langle \Pi, \Sigma, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$, порожденным подмножеством позиций $\Pi' \subset \Pi$ (или переходов $\Sigma' \subset \Sigma$), называется подсеть $N(\Pi') = \langle \Pi', \Sigma', D', A, R, \varphi_1', \varphi_2' \rangle$ (или $N(\Sigma') = \langle \Pi', \Sigma', A, R, \varphi_1', \varphi_2' \rangle$), такая что $\Sigma' = \Pi'^{\bullet} \cap {}^{\bullet}\Pi'$ (или $\Pi' = \Sigma'^{\bullet} \cap {}^{\bullet}\Sigma'$), $D' = \{\Pi' \times \Sigma' \cup \Sigma' \times \Pi'\}$, φ_1': $A \to \Sigma'$, φ_2': $R \to \Sigma'$, ${}^{\bullet}\Pi' = \{ \bigcup_{\Pi'} {}^{\bullet}p \}$, $\Pi'^{\bullet} = \{ \bigcup_{\Pi'} p^{\bullet} \}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Два фрагмента $N(\Pi')$ и $N(\Pi'')$ в сети Петри N называются п о с л е д о в а т е л ь н ы м и относительно друг друга, если для любого $M_i \in \hat{M}$ (при заданном M_0) справедливо следующее:

если $M_i \cap \Pi' \neq \emptyset$, то $M_i \cap \Pi'' = \emptyset$, и наоборот,

если $M_i \cap \Pi'' \neq \emptyset$, то $M_i \cap \Pi' = \emptyset$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5. MG-фрагментом сети Петри $N = \langle \Pi, \Sigma, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$ называется фрагмент, порожденный подмножеством переходов $N(\Sigma') = \langle \Pi', \Sigma', D', A, R, \varphi_1', \varphi_2' \rangle$, в котором:

I) для любого $p \in \Pi'$: $|p^{\bullet}| \leq 1$, $|{}^{\bullet}p| \leq 1$, т.е. $N(\Sigma')$ - маркированный граф (MG-сеть по классификации [I3]);

2) от каждого $t \in \Sigma'$: ${}^{\bullet}t \not\subseteq \Pi'$ к каждому $t \in \Sigma'$: $t^{\bullet} \not\subseteq \Pi'$ существует направленный путь;

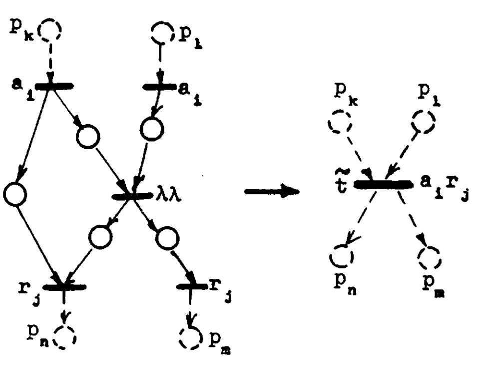


Рис. 4

3) для каждого $t \in \Sigma'$: ${}^{\bullet}t \not\subseteq \Pi'$ $\varphi_1(t) \in A$; для каждого $t \in \Sigma'$: $t^{\bullet} \in \Pi'$ $\varphi_2(t) \in R$; для остальных $t \in \Sigma'$ $\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \lambda$.

MG-фрагмент $N(\Sigma')$ называется максимальным, если для любого $t \in \Sigma \setminus \Sigma'$ $N(\Sigma' \cup t)$ не является MG-фрагментом (рис.4).

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ I. Замена MG-фрагмента $N(\Sigma') = \langle \Pi', \Sigma', D', A, R, \varphi_1', \varphi_2' \rangle$

макропереходом состоит в следующем (см. рис.4):

I) из сети удаляется MG-фрагмент;

2) в сеть добавляется макропереход $\tilde{t}$, причем ${}^{\bullet}\tilde{t}=\{p\in\Pi\setminus\Pi' :\ p^{\bullet}\in\Sigma'\}$, $\tilde{t}^{\bullet}=\{p\in\Pi\setminus\Pi' :\ {}^{\bullet}p\in\Sigma'\}$, $\varphi_1(\tilde{t})=\varphi_1(t\in\Sigma' :\ {}^{\bullet}t\not\subseteq\Pi')$, $\varphi_2(\tilde{t})=\varphi_2(t\in\Sigma' :\ t^{\bullet}\not\subseteq\Pi')$.

Тот факт, что полученная в результате такой замены сеть эквивалентна исходной, доказан в [6].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 6. Позиция $p_i\in\Pi$ называется н е с у щ е с т в е н н о й, если

I) ${}^{\bullet}p_i=\{t'\}$, $p_i^{\bullet}=\{t''\}$, $|{}^{\bullet}p_i|=|p_i^{\bullet}|=1$, $t',t''\in\Sigma$;

2) существуют позиции $p_j\in t'^{\bullet}$ и $p_k\in{}^{\bullet}t'$, изъятие которых из сети приведет к распаду ее на две компоненты связанности (рис.5).

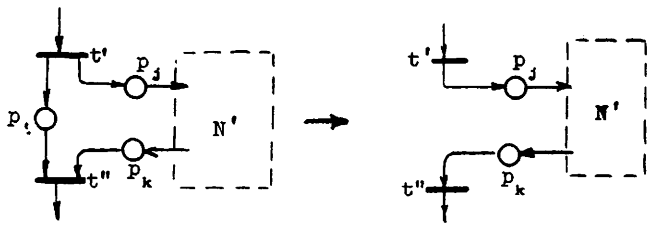


Рис.5

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ 2. Удаление несущественной позиции. Тот факт, что сеть, полученная в результате этого преобразования, эквивалентна исходной, очевиден, так как от наличия несущественной позиции не зависит ни множество переходов, ни последовательность их срабатываний.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 7. С о к р а щ е н н о й сетью Петри $N=\langle\Pi,\Sigma,D,A,R,\varphi_1,\varphi_2\rangle$ называется сеть Петри, не содержащая I) ни одного MG-фрагмента $N(\Sigma')$, у которого $|\Sigma'|>2$; 2) ни одной несущественной позиции.

Приведение исходной сети к сокращенной состоит в применении преобразований I и 2 ко всем максимальным MG-фрагментам и удалении всех несущественных позиций. Важным является тот факт, что каждая исходная сеть имеет единственную сокращенную, поскольку порядок преобразований I и 2 к множеству максимальных MG-фрагментов и несущественных позиций на результат не влияет.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 8. Два фрагмента $N(\Pi')=\langle \Pi',\Sigma',D',A,R,\varphi_1',\varphi_2' \rangle$ и $N(\Pi'')=\langle \Pi'',\Sigma'',D'',A,R,\varphi_1'',\varphi_2'' \rangle$ называются изоморфными, если существуют взаимно-однозначные соответствия: $\theta_1 : \Pi' \to \Pi''$ и $\theta_2 : \Sigma' \to \Sigma''$ такие, что для каждого $t' \in \Sigma'$ справедливо:

$$\theta_1({}^\bullet t') = {}^\bullet(\theta_2(t')); \quad \theta_1(t'^\bullet) = (\theta_2(t'))^\bullet;$$
$$\varphi_1(t') = \varphi_1(\theta_2(t')); \quad \varphi_2(t') = \varphi_2(\theta_2(t')) . \tag{2}$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ 3. Слиянием двух изоморфных фрагментов $N(\Pi')$ и $N(\Pi'')$ сети $N=\langle \Pi,\Sigma,D,A,R,\varphi_1,\varphi_2\rangle$ называется преобразование, состоящее из следующих процедур (рис.6).

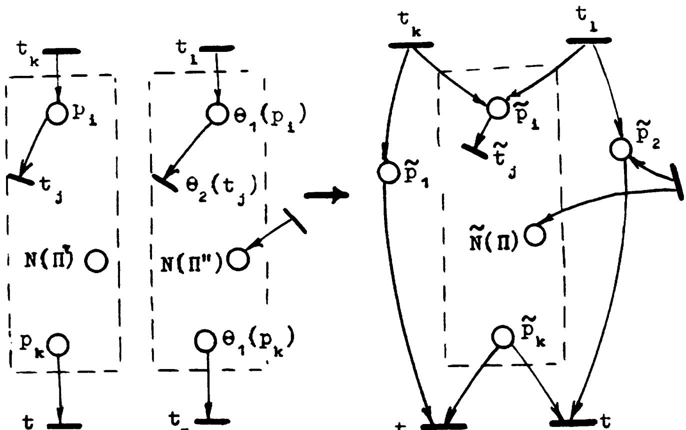


Рис.6

I. Каждая пара позиций $(p_i \in \Pi', p_k \in \Pi'')$, $p_k = \theta_1(p_i)$ заменяется одной $\tilde{p}_i$, причем ${}^\bullet\tilde{p}_i = {}^\bullet p_i \cup {}^\bullet\theta_1(p_i)$, $\tilde{p}_i^\bullet = p_i^\bullet \cup \theta_1^\bullet(p_i)$, $|M(\tilde{p}_i)| = |M(p_i) \cup M(\theta_1(p_i))|$.

2. Каждая пара переходов $(t_i \in \Sigma', t_k \in \Sigma'')$, $t_k = \theta_2(t_i)$ заменяется одним переходом $\tilde{t}_i$, причем ${}^\bullet\tilde{t}_i = {}^\bullet t_i \cup {}^\bullet\theta_2(t_i)$, $\tilde{t}_i^\bullet = t_i^\bullet \cup$ $\cup\ \theta_2^\bullet(t_i)$.

3. Добавляются две позиции: $\tilde{p}_1$ и $\tilde{p}_2$, причем

$\tilde{p}_1^\bullet = \{t \in \Sigma\setminus\Sigma' : t^\bullet \cap \Pi' \neq \emptyset\}$; ${}^\bullet\tilde{p}_1 = \{t \in \Sigma\setminus\Sigma' : {}^\bullet t \cap \Pi' \neq \emptyset\}$;

$\tilde{p}_2^{\bullet} = \{t \in \Sigma \setminus \Sigma'' :\ t^{\bullet} \cap \Pi'' \neq \emptyset\}$; $\ {}^{\bullet}\tilde{p}_2 = \{t \in \Sigma \setminus \Sigma'' :\ {}^{\bullet}t \cap \Pi'' \neq \emptyset\}$.

4. $\varphi_1(\tilde{t}_i) = \varphi_1(t_i)$; $\quad \varphi_2(\tilde{t}_i) = \varphi_2(t_i)$.

ТЕОРЕМА 2. Сеть $\tilde{N} = \langle \tilde{\Pi}, \tilde{\Sigma}, \tilde{D}, A, R, \tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2 \rangle$, полученная в результате слияния изоморфных последовательных фрагментов $N(\Pi')$ и $N(\Pi'')$, эквивалентна исходной сети $N = \langle \Pi, \Sigma, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Согласно теореме I для доказательства эквивалентности N и $\tilde{N}$ достаточно показать, что $G(N) = \langle \hat{M}, E, A, R, \psi_1, \psi_2 \rangle$ изоморфен $G(\tilde{N}) = \langle \tilde{\hat{M}}, E, A, R, \tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2 \rangle$ при любом $M_0 = \tilde{M}_0$.

Представим $\hat{M}$ в виде разбиения на 3 подмножества: M^0, M' и M'', $\hat{M} = M^0 \cup M' \cup M''$, где

$$\left.\begin{aligned} M^0 &= \{M_i \in \hat{M}:\ M_i \cap \Pi' = \emptyset,\quad M_i \cap \Pi'' = \emptyset\},\\ M' &= \{M_i \in \hat{M}:\ M_i \cap \Pi' \neq \emptyset\},\\ M'' &= \{M_i \in \hat{M}:\ M_i \cap \Pi'' \neq \emptyset\}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Ни одно маркирование $M \in \hat{M}$ не может принадлежать двум из этих подмножеств. Это вытекает из условия последовательности (см. определение 4) фрагментов, которое обеспечивает $M' \cap M'' = \emptyset$.

Используя процедуры преобразования 3, построим отображение $\eta:\ \hat{M} \to \tilde{\hat{M}}$ отдельно для каждого подмножества (3):

$$\left.\begin{aligned} &\forall M_i \in M^0: && \eta(M_i) = M_i,\\ &\forall M_i \in M': && \eta(M_i) = \{\tilde{p}_j:\ p_j \in M_i \cap \Pi^0\} \cup \{\tilde{p}_j:\ p_j \in \Pi' \cap M_i\} \cup \{\tilde{p}_1\},\\ &\forall M_i \in M'': && \eta(M_i) = \{\tilde{p}_j:\ p_j \in M_i \cap \Pi^0\} \cup \{\tilde{p}_j:\ p_j \in \Pi'' \cap M_i\} \cup \{\tilde{p}_2\}. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Взаимная однозначность η вытекает из следующего: I) для $M_i \in M^0$ из тождественности преобразования; 2) для $M_i \in M'$ и $M_i \in M''$ – из однозначности замены позиций p_i на $\tilde{p}_i$ (процедура I преобразования 4) и 3) из того факта, что $\tilde{M}' \cap \tilde{M}'' \neq \emptyset$, поскольку в каждом $\tilde{M}_i \in \tilde{M}'$ содержится $\tilde{p}_1$, а в каждом $\tilde{M}_i \in \tilde{M}''$ содержится $\tilde{p}_2$.

Теперь необходимо убедиться, что отображение η удовлетворяет всем условиям определения I. Первое условие (I) запишем в следующем виде:

$$\text{если } {}^\bullet t_j \subset M_i \text{ и } t_j^\bullet \subset M_k, \text{ то существует } \tilde{t}_j \in \tilde{\Sigma}: {}^\bullet\tilde{t}_j \subset \eta(M_i), \quad t_j^\bullet \subset \eta(M_k). \tag{5}$$

Рассмотрим все возможные случаи.

I) $M_i \in M_0$, ${}^\bullet t_j \subset M_i$. В этом случае условие (5) выполняется, так как ${}^\bullet\tilde{t}_j = {}^\bullet t_j$, $\tilde{M}_i = M_i$. Аналогично для случая $t_j^\bullet \subset M_i$, $M_i \in M^0$.

2) $M_i \in M'(M'')$, ${}^\bullet t_j \subset M_i$. После применения процедур слияния

$${}^\bullet\tilde{t}_j = \{\tilde{p}_i : p_i \in {}^\bullet t_j \cap \Pi^0\} \cup \{\tilde{p}_i : p_i \in {}^\bullet t_j \cap \Pi'(\Pi'')\} \text{ для } {}^\bullet t_j \in \Sigma'(\Sigma''),$$

$${}^\bullet\tilde{t}_j = \{\tilde{p}_i : p_i \in {}^\bullet t_j \cap \Pi^0\} \cup \{\tilde{p}_i : p_i \in {}^\bullet t_j \cap \Pi'(\Pi'')\} \cup \{\tilde{p}_1(\tilde{p}_2)\} \tag{6}$$

$$\text{для } {}^\bullet t_j \notin \Sigma'(\Sigma'').$$

Выражение для $t_j^\bullet$ отличается от (6) только расположением точки при t_j. Сравнение (6) с (4) показывает, что условие (5) выполняется для любой пары $M_i M_j \in E$.

Выполнение остальных условий определения I (равенство алфавитов и назначения их символов переходам) обеспечивается процедурой 4 преобразования 3. Таким образом, все условия изоморфизма графов G и $\tilde{G}$ выполнены. Следовательно, сети N и $\tilde{N}$ (на основании теоремы I) эквивалентны.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 9. Подмножество переходов $T_i \subset \Sigma$ называется сдвигом, если

I) для каждой пары $t_i t_j \in T_i$: $\varphi_1(t_i) = \varphi_1(t_j)$, $\varphi_2(t_i) = \varphi_2(t_j)$;

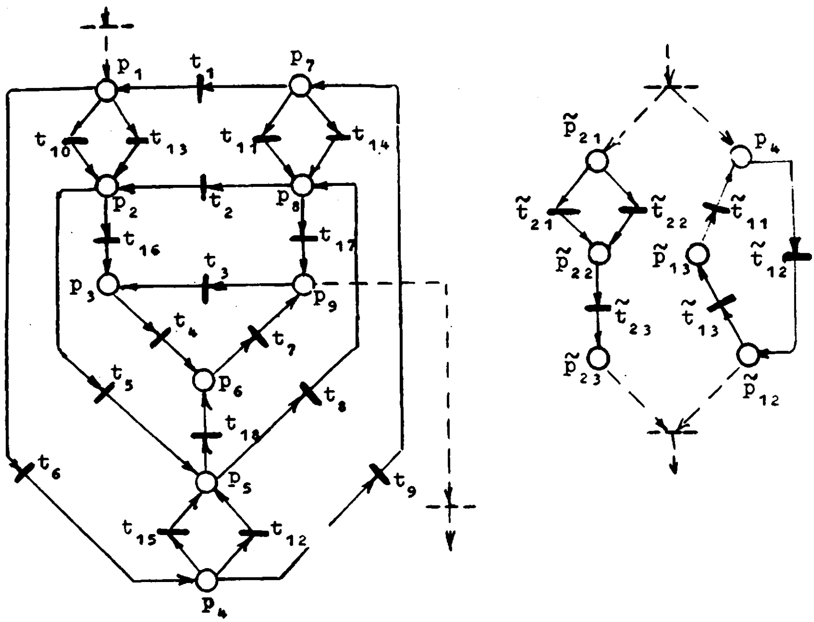
2) фрагменты $N({}^\bullet T_i)$ и $N(T_i^\bullet)$ изоморфны и не содержат общих вершин.

Фрагменты $N({}^\bullet T_i)$ и $N(T_i^\bullet)$ будем называть фрагментами сдвига.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I0. Семейством сдвигов называется такая их совокупность $\hat{T} = \{T_1, \ldots, T_\alpha\}$, в которой фрагменты всех сдвигов изоморфны (рис.7).

Множество фрагментов сдвигов всех $T_i \in \hat{T}$ обозначается $N(\hat{T}) = \{N(P_j)\}$, где $\{P_j\}$ ($j = I, 2, \ldots, q$) - множество подмножеств позиций, порождающих фрагменты всех сдвигов из $\hat{T}$; $P(\hat{T}) = \bigcup_1^q P_j$ - множество позиций семейства сдвигов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ II. Два семейства сдвигов $\hat{T}_1 = \{T_{1i}\}$ ($i = I, 2, \ldots, \alpha$) и $\hat{T}_2 = \{T_{2j}\}$ ($j = I, \ldots, \beta$) называются сопряженными, если



$$\widehat{T}_1 = \{\underbrace{t_1, t_2, t_3}_{T_{11}};\ \underbrace{t_4, t_5, t_6}_{T_{12}};\ \underbrace{t_7, t_8, t_9}_{T_{13}}\}$$

$$\widehat{T}_2 = \{\underbrace{t_{10}, t_{11}, t_{12}}_{T_{21}};\ \underbrace{t_{13}, t_{14}, t_{15}}_{T_{22}};\ \underbrace{t_{16}, t_{17}, t_{18}}_{T_{23}}\}$$

$$P_1 = \{\underbrace{p_1, p_2, p_3}_{P_{11}};\ \underbrace{p_4, p_5, p_6}_{P_{12}};\ \underbrace{p_7, p_8, p_9}_{P_{13}}\}$$

$$P_2 = \{\underbrace{p_1, p_4, p_7}_{P_{21}};\ \underbrace{p_2, p_5, p_8}_{P_{22}};\ \underbrace{p_3, p_6, p_9}_{P_{23}}\}$$

Рис.7. Два сопряженных семейства сдвигов и эквивалентная им сеть.

1) $P(\widehat{T}_1) = P(\widehat{T}_2) = P$,

$$2)\ T_1 \cup T_2 = P^{\bullet} \cap {}^{\bullet}P, \quad (T_1 = \bigcup_1^{\alpha} T_{1i};\ \ T_2 = \bigcup_1^{\beta} T_{2j}),\ T_1 \cap T_2 = \emptyset . \qquad (7)$$

Из определений 9 (п.2) и II (п.I) следует,что два сопряженных семейства индуцируют на множестве $P = P(\widehat{T}_1) = P(\widehat{T}_2)$ два разбиения: $\theta_1 = \{P_{1k}\}$ $(k = I,\ldots,q)$ и $\theta_2 = \{P_{2l}\}$ $(l = I,2,\ldots,r)$, причем подмножествами разбиений являются множества позиций, порождающие фрагменты из $N(\widehat{T}_1)$ и $N(\widehat{T}_2)$ соответственно.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ 4. Распараллеливанием двух сопряженных семейств сдвигов $\widehat{T}_1 = \{T_{1i}\}$ $(i = I,2,\ldots,\alpha)$ и $\widehat{T}_2 = \{T_{2j}\}$ $(j = I,2,\ldots,\beta)$ называется преобразование сети, состоящее из следующих процедур (см.рис.7).

I. Множества фрагментов $N(\widehat{T}_1) = \{N(P_{1k})\}$ $(k = I,2,\ldots,q)$ и $N(\widehat{T}_2) = \{N(P_{2l})\}$ $(l = I,\ldots,r)$ заменяются на множества макропозиций $\widetilde{P}_1 = \{\widetilde{p}_{1k}\}$ $(k = I,\ldots,q)$ и $\widetilde{P}_2 = \{\widetilde{p}_{2l}\}$ $(l = I,\ldots,r)$, причем

$$\left.\begin{aligned}
&{}^{\bullet}\widetilde{p}_{1k} = {}^{\bullet}P_{1k}, \quad \widetilde{p}_{1k}^{\bullet} = P_{1k}^{\bullet},\\
&{}^{\bullet}\widetilde{p}_{2l} = {}^{\bullet}P_{2l}, \quad \widetilde{p}_{2l}^{\bullet} = P_{2l}^{\bullet},\\
&|M(\widetilde{p}_{1k})| = \sum_i |M(p_i \in P_{1k})|;\\
&|M(\widetilde{p}_{2l})| = \sum_i |M(p_i \in P_{2l})|.
\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

2. Множества сдвигов $\widehat{T}_1$ и $\widehat{T}_2$ заменяются множествами макропереходов $\widehat{T}_1 = \{\widetilde{t}_{1i}\}$ $(i = I,\ldots,\alpha)$ и $\widehat{T}_2 = \{\widetilde{t}_{2j}\}$ $(j = I,\ldots,\beta)$, причем

$$\left.\begin{aligned}
&{}^{\bullet}\widetilde{t}_{1i} = {}^{\bullet}T_{1i}, \quad \widetilde{t}_{1i}^{\bullet} = T_{1i}^{\bullet},\\
&{}^{\bullet}\widetilde{t}_{2j} = {}^{\bullet}T_{2j}, \quad \widetilde{t}_{2j}^{\bullet} = T_{2j}^{\bullet},\\
&\varphi_1(\widetilde{t}_{1i}) = \varphi_1(T_{1i}), \quad \varphi_2(\widetilde{t}_{1i}) = \varphi_2(T_{1i});\\
&\varphi_1(\widetilde{t}_{2j}) = \varphi_2(T_{2j}), \quad \varphi_2(\widetilde{t}_{2j}) = \varphi_2(T_{2j}).
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

ТЕОРЕМА 3. Сеть $\widetilde{N} = \langle \widetilde{\Pi}, \widetilde{\Sigma}, \widetilde{D}, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$, полученная в результате распараллеливания двух сопряженных семейств сдвигов

$\hat{T}_1 = \{T_{1i}\}$ $(i = 1, \ldots, \alpha)$ и $\hat{T}_2 = \{T_{2j}\}$ $(j = 1, \ldots, \beta)$ эквивалентна исходной сети $N = \langle \Pi, \Sigma, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Достаточно показать, что графы достижимых маркирований $G = \langle \hat{M}, E, A, R, \phi_1, \phi_2 \rangle$ и $\tilde{G} = \langle \tilde{M}, \tilde{E}, A, \tilde{R}, \tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2 \rangle$ изоморфны. Для этого сначала построим отображение $\xi: \hat{M} \to \hat{\tilde{M}}$ в соответствии с процедурами преобразования 4. Затем убедимся, что оно взаимнооднозначно и что остальные условия изоморфизма графов достижимых маркирований тоже выполняются.

Представим каждое $M_i \in \hat{M}$ $(M_i \subset \Pi)$ в виде двух подмножеств M^0 и M': $M_i = \{p_j : p_j \in M_i \cap \Pi^0\} \cup \{p_j : M_i \cap P\}$, где $\Pi^0 = \Pi \setminus P$, и учтем, что 1) согласно (8), если $M(p_k) = 1$, то фрагмент, содержащий p_j, имеет метку, и, следовательно, заменяющая фрагмент позиция тоже маркирована; и 2) фрагмент $N(\Pi^0)$ не претерпевает изменения. В соответствии с этим

$$\tilde{M}_i = \xi_1(M_i) = \{p_j : p_j \in M_i \cap \Pi^0\} \cup \{\tilde{P}_{1k} : p_j \in P_{1k} \cap M_i\} \cup \{\tilde{P}_{2l} : p_j \in P_{2l} \cap M_i\}. \quad (10)$$

Убедимся, что преобразование ξ взаимно-однозначно. Относительно подмножеств $M_i \cap \Pi^0$ это очевидно, так как $\Pi^0 \subset \tilde{\Pi}$. Относительно $p_j \in M_i \cap P$ имеем следующее: поскольку фрагменты, порожденные сдвигом (определение 9), не имеют общих вершин, каждое p_j может принадлежать только одному $P_{1k} \in P_1$ и только одному $P_{2l} \in P_2$. Следовательно, каждой $p_j \in P$ соответствует только одна пара $\tilde{P}_{1k}\tilde{P}_{2l} \in \tilde{\Pi}$. И наоборот, для каждой пары $\tilde{P}_{1k}\tilde{P}_{2l} \in \tilde{P}$ исходной позицией может быть единственная $p_j \in P$. Если бы это было не так, т.е. было бы две позиции $p_j p_n \in P_{1k} \cap P_{2l}$, то любой переход на пути $p_j \ldots p_n$ принадлежал бы пересечению двух сдвигов из разных семейств, что противоречит условию их сопряженности.

Покажем теперь, что для G и $\tilde{G}$ выполнено условие 1 определения 1, которое выразим следующим образом:

$$\begin{array}{ll} \text{если существует } t_k \in \Sigma: \ {}^{\bullet}t_k \subset M_i, \ t_k^{\bullet} \subset M_j, & \\ \text{то существует } \tilde{t}_k \in \tilde{\Sigma}: \ {}^{\bullet}\tilde{t}_l \subset \xi(M_i), \ \tilde{t}_l^{\bullet} \subset \xi(M_j), & (11) \\ \text{и наоборот.} & \end{array}$$

Рассмотрим два случая.

1. $t_k \in \Sigma^0$. Поскольку $\tilde{N}(\Pi^0) = N(\Pi^0)$, то в $\tilde{N}$ существует t_k, для которого ${}^{\bullet}t_k \cap \Pi^0$ такое же, как в N. Что касается $p_j \in {}^{\bullet}t_k \cap P$, то каждой такой позиции в N соответствует пара $p_{1k} \in P_1$, $p_{2l} \in P_2$, т.е.

$$^{\bullet}\tilde{t}_k=\{p_j:\ {}^{\bullet}t_k\cap\Pi^0\}\cup\{\tilde{p}_{1k}:\ P_{1k}\cap{}^{\bullet}t_k\neq\emptyset\}\cup\{\tilde{p}_{2i}:\ P_{2i}\cap t_k\neq\emptyset\}. \quad (12)$$

Аналогичное выражение получаем для $\tilde{t}_k^{\bullet}:\ t_k\in\Sigma^0$. Сравнивая (I2) с (I0), легко убедиться, что если ${}^{\bullet}t_k\in M_i$, то ${}^{\bullet}\tilde{t}_k\in\xi(M_i)$, и наоборот. Следовательно для $t_k\in\Sigma^0$ условие (II) выполнено.

2. $t_k\in T$. Пусть, например, $t_k\in T_{1i}$. Тогда существует $\tilde{t}_{1i}\in\tilde{\Sigma}$ такой, что

$$^{\bullet}\tilde{t}_{1i}=\{p_{1j}:\ P_{1j}\subset{}^{\bullet}T\}. \quad (13)$$

Сравнивая (I3) с (I0), убеждаемся, что если $t_k\in M_i$ и ${}^{\bullet}t_k\cap P_{1j}\neq\emptyset$ (что следует из $t_k\in T_{1i}$), то $\tilde{p}_{1j}\in\xi(M_i)$. И обратно, если ${}^{\bullet}t_{1i}\in\tilde{M}_i$, т.е. $\{\tilde{p}_{1j}:\ P_{1j}\subset{}^{\bullet}T_{1j}\}\subset\tilde{M}_i$, то $\xi^{-1}(\hat{M}_i)$ содержит $p_i\in P_{1j}$ и, следовательно, существует $t_k\in\Sigma:\ \{p_i\}={}^{\bullet}t_k$. Аналогичные рассуждения для $t_k^{\bullet}\subset M_i$ удостоверяют, что условие (II) выполнено для $t_k\in T$.

Выполнение условий 2 и 3 изоморфизма G и $\tilde{G}$ следует из равенства алфавитов и (9). Из изоморфизма G и $\tilde{G}$ согласно теореме I следует эквивалентность сетей N и $\tilde{N}$.

§ 3. Общая схема алгоритма минимизации сети Петри

Алгоритм минимизации состоит в последовательном применении к исходной сети четырех приведенных выше преобразований и подразделяется на два этапа.

<u>I этап</u>. Приведение сети к сокращенному виду. Единственность сокращенной сети Петри позволяет нам не заботиться о порядке применения преобразований и о выборе очередного фрагмента для сокращения. Алгоритм получения сокращенной сети состоит в применении к исходной сети преобразований I и 2.

Процедура преобразования I (поиск и замена MG-фрагментов) предусматривает для каждого перехода постепенное расширение его окрестности до тех пор, пока присоединение новой вершины не приведет к нарушению условий определения маркированного графа. Каждый максимальный MG-фрагмент заменяется одним макропереходом.

<u>II этап</u>. Распараллеливание предполагает, что исходная сеть приведена к сокращенному виду. Наиболее сложную часть алгоритмов преобразований 3 и 4 составляет процедура выявления изоморфных фрагментов, которая основана на следующем. Сначала выписываются все пары одинаково помеченных переходов. Очевидно, что два порож-

денных такими переходами элементарных фрагмента изоморфны. Однако они не являются объектами преобразований, так как их слияние (или распараллеливание) не уменьшит сложности сети. Окрестность каждого фрагмента изоморфной пары постепенно расширяется путем присоединения таких вершин, которые не нарушают изоморфизма. В результате получается множество пар изоморфных фрагментов. Среди них выявляются Т-фрагменты сдвигов и сопряженные семейства.

Изоморфные фрагменты, не относящиеся к сопряженным семействам сдвигов, подвергаются слиянию. Сопряженные семейства сдвигов распараллеливаются.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 12. Сеть Петри, к которой ни одно из преобразований 1-4 неприменимо, называется тупиковой.

Если множества позиций разных пар изоморфных фрагментов не пересекаются, то класс эквивалентности имеет единственную тупиковую сеть. Эта же сеть является минимальной.

Если же пересечения множеств позиций разных пар изоморфных фрагментов не пусто, то, подвергая преобразованию одни фрагменты, мы нарушаем изоморфизм других. Поэтому полученная в результате тупиковая сеть зависит от порядка применения преобразований. Определение минимальной сети в этом случае требует перебора всех тупиковых форм. Считая такой способ решения неприемлемым, будем стремиться получить приближение к минимальной форме, используя эвристические приемы. Наиболее естественным приемом является выбор на каждом шаге преобразования того подмножества фрагментов, преобразование которого даст наибольший эффект (наибольшую разность в количестве позиций до и после преобразования).

§ 4. Минимизация автоматных сетей и декомпозиция автоматов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 13. Автоматной сетью Петри $N_A = \langle П, \Sigma, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$ называется сеть, у которой $\forall t \in \Sigma: |{}^{\bullet}t| = |t^{\bullet}| = 1$.

Автоматная сеть Петри является представлением автомата, у которого $П, A, R$ - внутренний, входной и выходной алфавиты, а функции переходов и выходов определены соотношениями: $\delta({}^{\bullet}t, \varphi_1(t)) = t^{\bullet}$, $\gamma({}^{\bullet}t, \varphi_1(t)) = \varphi_2(t)$. По существу автоматная сеть Петри $N_A = \langle П, \Sigma, D, A, R, \varphi_1, \varphi_2 \rangle$ отличается от графа переходов автомата $\mathbf{A} = \langle П, A, R, \delta, \gamma \rangle$ только тем, что каждая его дуга, обозначающая переход $\delta(p_i, a) = p_j$ в сети N представлена двумя инцидентными переходу t дугами ($t \in p_i^{\bullet}$, $t \in {}^{\bullet}p_j$), причем $\varphi_1(t) = a$, $\varphi_2(t) = r$. Важным фактом является то, что граф достижимых маркирований $G(N_A)$ автоматной сети изоморфен графу переходов представляемого этой сетью автоматов.

Автоматная сеть Петри получается из граф-схемы обычного типа, не имеющей вершин распараллеливания. Соответствующий такой сети конечный автомат часто оказывается слишком сложным для реализации в виде одного автомата и возникает задача его декомпозиции. Условия существования общей декомпозиции (т.е. представления сложного автомата в виде сети из более простых) были получены в [I4] на основе структурной теории автоматов [I5]. Кроме того, существует ряд практических алгоритмов декомпозиции [I6-I8], в которых наибольшую сложность представляет выявление возможности распараллеливания.

По сути дела эта же самая задача решается при минимизации сетей Петри. Теорема 3 о распараллеливании сопряженных сдвигов легко сводится к теореме о параллельной [I5] и общей декомпозиции [I4]. Полученная в результате минимизации тупиковая сеть может рассматриваться как сложная композиция автоматных фрагментов. Каждый переход t: $|t^{\bullet}| = 2$ указывает на возможность параллельной декомпозиции.

Разбиение сети Петри на автоматные фрагменты с последующей реализацией каждого своим компонентным автоматом не однозначно. Оно определяется критериями последующей реализации, которыми обычно бывают число состояний, число входов и выходов. Алгоритмы разбиения сети Петри на автоматные фрагменты не представляют трудностей и описаны, например, в [5].

Таким образом, алгоритмы минимизации автоматных сетей Петри по существу являются алгоритмами общей декомпозиции автоматов. Большой интерес представляет сравнение сложности существующих алгоритмов с предложенным здесь алгоритмом минимизации. Однако это самостоятельная сложная задача, которая лежит за пределами содержания статьи.

Литература

I. АНИШЕВ П.А. Один способ анализа корректности граф-схем алгоритмов.-Программирование,1981,№ I,с.20-28.

2. КУТЕПОВ В.П., КОРАБЛИН Ю.П. Язык граф-схем параллельных алгоритмов. - Программирование,1978, № I,с.3-II.

3. ЧЕРНЯЕВ В.Г. Модульный синтез устойчивых схем асинхронных управляющих устройств.- В кн.: Принципы построения устройств распределения информации. М.,1978,с.116-127.

4. NORDMANN B.J.,M-CORMICK B.H. Modular asynchronous control design.-IEEE Trans.Comput.,1977,v.C-26,N 3,p.196-207.

5. TUIOTTE J.M.,PARSY J.P. A method for decomposing interpteted Petri nets and its utilization. - Digital Processes,1979, v.5, p.223-234.

6. БАНДМАН О.Л. Синтез асинхронного микропрограммного управления параллельными процессами.- Кибернетика,1980,№ I,с.42-47.

7. МАКСИМЕНКОВ А.В. Асинхронные параллельные вычисления в модульной многопроцессорной ЭВМ.Т.I. Модели программ.-Изв.АН СССР, Техн.киб.,1980,№ 2,с.88-95.

8. ЮДИЦКИЙ С.А.,ТАГАЕВСКАЯ А.А.,ЕФРЕМОВА Т.К. Проектирование дискретных систем автоматики.- М.:Машиностроение,1980. - 23I с.

9. JUMP J.R. Asynchronous control arrays. - IEEE Trans.Comput.,1974,v.C-23, N 10,p.1020-1029.

I0. PATIL S.S. An asynchronous logic array. - MAC Technical Memorandum 62, MIT,Cambrige,1975. - 30 p.

II. HACK M. Petri net languqges. - Computation Structures group Technical Report, TR-94, MIT, Cambrige, 1972. - 110 p.

I2. КОТОВ В.Е. Алгебра регулярных сетей Петри. - Новосибирск, 1978.- 38 с. (Препринт/ВЦ СО АН СССР:98).

I3. HACK M. Analysis for production schemata by Petri Nets.- - Computation Structures Group Technical Report, TR-94,MIT,Cambrige,1972.-110 p.

I4. КЕЭВАЛЛИК А.Э. Теорема общей декомпозиции автоматов.- Автоматика и вычислительная техника,1974, № I, с. I7-24.

I5. HARTMANIS T., STEARNS R. Algebraic structure theory of seqaential machines.- N.Y.: Prentice Hall, 1966.- 211 p.

I6. ПОТТОСИН Ю.В.,ШЕСТАКОВ Е.А. Приближенные алгоритмы параллельной декомпозиции автоматов.- Автоматика и вычислительная техника, I98I, № 2,с.3I-38.

I7. ПОТТОСИН Ю.В. Графический метод параллельной декомпозиции частичных автоматов.- Автоматика и вычислительная техника, 1975 , № 3,с.I8-24.

Поступила в ред.-изд.отд.
I4 октября I98I года