ОДНОРОДНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ
(Вычислительные системы)
1981 год Выпуск 90

УДК 007.522.01

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ФУНКЦИИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ АВТОМАТОВ НА СДВИГОВЫХ РЕГИСТРАХ

Л.М. Осинский

I. Постановка задачи. Одним из достаточно распространенных в вычислительной технике типовых узлов, обладающих однородной структурой, является сдвиговый регистр. В схеме автомата, реализуемого на сдвиговых регистрах, выделяют входные регистры и регистры обратной связи [I]. Неоднородность в схему вносят регистры обратной связи, так как для формирования сигналов на входах требуется наличие специального комбинационного узла L. Поэтому в процессе синтеза целесообразно стремиться к уменьшению числа ре - гистров обратной связи.

В этом смысле одним из лучших результатов является реализация автомата с помощью одного регистра обратной связи (см. [2]). Однако используемый при этом метод синтеза является слишком громоздким, недостаточно формальным и не дающим оценки длины регистров.

Дальнейшее развитие идея построения схемы автомата с одним регистром обратной связи получила в [I], где изложена формальная процедура синтеза. На основе последней удалось получить верхнюю оценку длины регистров. Однако несмотря на высокую степень формализации метода (см.[I]), он, по существу, тоже является достаточно громоздким и не позволяет уменьшить длину регистров по сравнению с верхней оценкой.

В настоящей статье предлагается достаточно простой и вместе с тем формальный метод синтеза схемы автомата с одним регистром обратной связи, на базе которого может быть поставлена и решена задача минимизации длины регистров.

Для простоты изложения ограничимся рассмотрением двухвходового автомата на сдвиговых регистрах (рис.I). Искомая реализация автомата будет включать один входной регистр $R_{вх}$, регистр обратной связи $R_{о.с.}$ и комбинационную часть L. Структура схемы рис. I полностью определяется описанием ее логической части L, представленным в виде структурной функции выходов λ и функции возбуждения f регистра обратной связи. Структурная функция выходов λ задает зависимость между значениями выходных сигналов автомата и наборами состояний элементов задержки, входящих в состав сдвиговых регистров. Функция возбуждения f регистра $R_{о.с.}$ определяет значение сигнала на входе первого элемента задержки данного регистра в зависимости от набора состояний всех элементов задержки.

Функцию возбуждения f регистра обратной связи в схеме рис.I называют функцией обратной связи, а сигнал на входе этого регистра - сигналом обратной связи.

Пусть задан автомат $A = \{S, X, Y, \delta(a,x), \lambda(a,x), a_0\}$, где S - множество внутренних состояний; X - множество входных символов; Y - множество выходных символов; $\delta(a,x)$ - функция переходов; $\lambda(a,x)$ - функция выходов; a_0 - начальное состояние, $a_0 \in S$. Напомним, что $X = \{0,1\}$.

Процесс синтеза автомата A с использованием одного регистра обратной связи разбивается на два этапа:

I) определение функции обратной связи $f(a,x)$ на множестве переходов некоторого автомата B, эквивалентного автомату A;

2) кодирование состояний автомата A упорядоченными наборами состояний элементов задержки, входящих в сдвиговые регистры, и построение структурных функций $\lambda(a,x)$ и $f(a,x)$.

Выполнение второго этапа синтеза не вызывает особых затруднений и поэтому в настоящей статье не рассматривается [3].

2. Основные понятия. Приведем некоторые необходимые понятия и пояснения.

На рис.I с помощью состояний входного регистра $R_{вх.}$ и регистра обратной связи $R_{о.с.}$ различаются между собой состояния синтезируемого автомата A. Каждое состояние входного регистра $R_{вх.}$ соответствует некоторому входному слову $\tilde{x}^k$ длины k. Состояния регистра $R_{о.с.}$ однозначно определяются последовательностью k значений сигналов обратной связи f.

Если для любого допустимого входного слова $\tilde{x}^k$ длины k подмножество состояний $\bigcup_{a \in S} \delta(a,\widetilde{x^k})$ будет одноэлементным, то входной

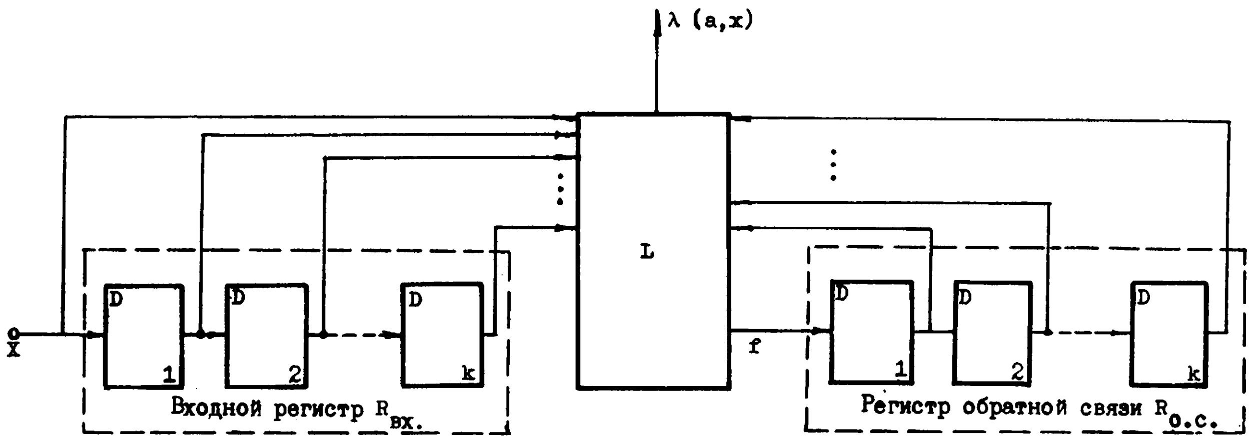

Рис.I. Схема реализации двухвходового автомата на сдвиговых регистрах.

регистр длины k позволит различить между собой все состояния автомата A, не используя регистра обратной связи.

Но регистр обратной связи в схеме обязательно требуется для различения состояний автомата A, если для любого целого числа l можно найти допустимое входное слово $\widetilde{x^l}$, которому соответствует неодноэлементное подмножество $\bigcup\limits_{a\in S} \delta(a,\widetilde{x^l})$. Это свойство имеет место, когда в автомате A существуют неодноэлементное подмножество состояний $T\subseteq S$ и входное слово $\widetilde{x^l}$ такие, что

$$\bigcup_{a\in T} \delta(a,\widetilde{x^l}) = T.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. Пусть задано неодноэлементное подмножество T состояний автомата A. Базисом неразличения $\widetilde{x^l}$ будем называть входную непериодическую последовательность сигналов $\widetilde{x^l}$, $x \in X$, для которой выполняется условие $\bigcup\limits_{a\in T} \delta(a,\widetilde{x^l})=T$, а для любого его начального отрезка оно не выполняется. Подмножество T будем называть начальным подмножеством состояний для базиса $\widetilde{x^l}$.

Если $\widetilde{x^l_1} = x_{i_1}\dots x_{i_{j-1}} x_{i_j} x_{i_{j+1}}\dots x_{i_l}$ есть базис неразличения, то любое входное слово вида $\widetilde{x^l_2}=x_{i_j} x_{i_{j+1}}\dots x_{i_l} x_{i_1} x_{i_2}\dots x_{i_{j-1}}$ ($j = 2,3,\dots, l$) также является базисом неразличения. Базисы неразличения $\widetilde{x^l_1}$ и $\widetilde{x^l_2}$ будем считать эквивалентными.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Пусть $\widetilde{x^l_1} = x_{i_1} x_{i_2}\dots x_{i_l}$ – базис неразличения и $T_1, T_2,\dots,T_l$ – подмножество состояний, для которых имеет место $\bigcup\limits_{a\in T_j} \delta(a,x_{i_j}) = T_{j+1}$ ($j=1,2,\dots,l-1$) и $\bigcup\limits_{a\in T_l} \delta(a,x_{i_l}) = T_1$. Множество переходов из состояний $a\in T_j$ ($j = 1,2,\dots,l-1,l$) в состояние $b \in T_{j+1}$ ($j=1,2,\dots,l-1,0$) будем называть системой переходов базиса $\widetilde{x^l}$.

Нетрудно показать, что система переходов базиса $\widetilde{x^l}$ представляет собой ряд замкнутых непересекающихся контуров, длина которых кратна l. Другими словами, если $\widetilde{x^l}$ – базис неразличения, то для любого $a \in T_1$ имеет место $\delta(a, \widetilde{x^{pl}}) = a$, где $\widetilde{x^{pl}}=\underbrace{\widetilde{x^l}\widetilde{x^l}\dots \widetilde{x^l}}_{p\ \text{раз}}$, $1 \le p \le |T_1|$.

Общий вид системы переходов базиса неразличения $\widetilde{x^l}$ представлен на рис.2. Состояния, входящие в подмножество T_j ($j=1,2,\dots$

...,1), которое образовано с помощью $\tilde{x}^1$, нельзя различить между собой, используя состояния входного регистра любой длины. Их различение обеспечивается введением регистра обратной связи.

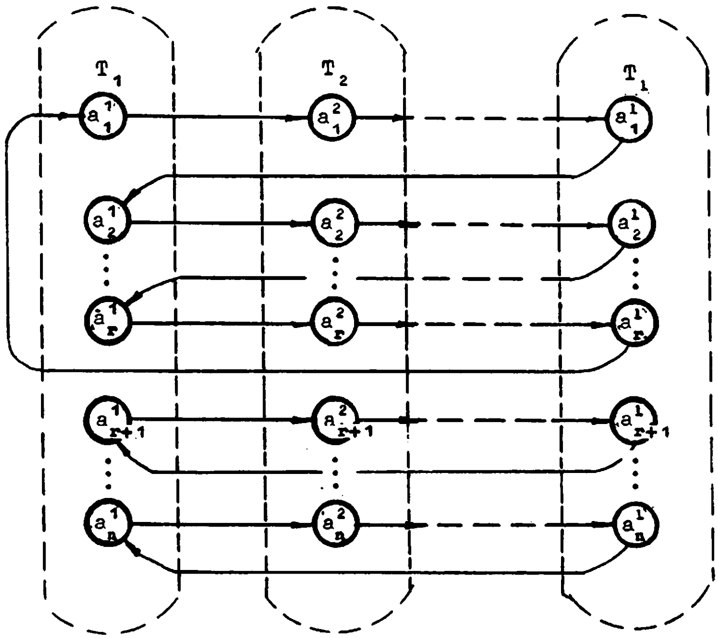

Рис. 2

С этой целью необходимо при каждом изменении системы переходов базиса $\tilde{x}^1$ выбрать такое значение функций обратной связи f, чтобы последовательность значений $f(a,x)$, генерируемая из состояния $a \in T_1$ входным словом $\tilde{x}^{p_1} = \tilde{x}^1\tilde{x}^1 \ldots \tilde{x}^1$ ($p \le |T_1|$), была различна для всех состояний $a \in T_1$. Это условие всегда выполнимо либо на множестве переходов исходного автомата A, либо на множестве переходов некоторого ему эквивалентного автомата B.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Пусть задана система переходов базиса $\tilde{x}^1$ с начальным подмножеством T и в ней отмечен некоторый замкнутый контур, исходящий из состояния $a \in T$. Последовательность значений функции обратной связи $f(a,x)$, полученная путем обхода выделенного контура, будем называть к о д о м к о н т у р а. Два кода контура являются эквивалентными, если один может быть получен из другого путем его сдвига по контуру на число позиций, кратное 1 .

3. Построение функций обратной связи $f(a,x)$ на множестве переходов автомата A (или эквивалентного ему автомата B) сводится

I) к выделению множества попарно неэквивалентных базисов неразличения с их системами переходов

и

2) к выбору кодов для каждого контура построенных систем переходов.

Коды контуров, принадлежащих одной и той же системе переходов базиса $\tilde{x}^1$, должны удовлетворять следующим условиям:

а) коды двух контуров одинаковой длины должны быть неэквивалентными;

б) код каждого контура не должен быть периодической последовательностью с периодом, кратным числу 1 .

Рассмотрим пример, иллюстрирующий предлагаемый подход к синтезу схем автоматов с использованием одного регистра обратной связи.

ПРИМЕР. Пусть задан автомат A , функция переходов которого представлена в табл.I. Тогда построение схемы автомата A выполняется в следующем порядке:

Таблица I

Автомат A

δ(a,x)	Состояния				
Вход x	0	1	2	3	4
0	0	1	2	4	3
1	4	3	4	0	0

а) находим все неэквивалентные базисы неразличения и их начальные подмножества состояний;

б) для каждого базиса строим систему переходов;

в) назначаем коды для всех контуров системы переходов каждого базиса неразличения и определяем значения функции обратной связи на множестве переходов синтезируемого автомата A .

Для отыскания базисов неразличения строим дерево обобщенных переходов для автомата A со следующими особенностями [3].Как обычно, в качестве начальной вершины дерева выбираем множество состояний автомата A: S = {0,1,2,3,4}. Однако построение каждой ветви дерева заканчивается, если происходит переход в одноэлементное подмножество или в подмножество, которым уже была отмечена вершина низшего уровня на этой ветви. Затем в дереве обобщенных переходов отыскиваем пути, направленные от вершин низшего уровня к вершинам высшего уровня и соединяющие два одинаковых подмножества.

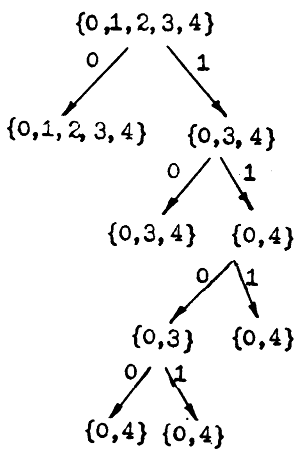

Рис. 3

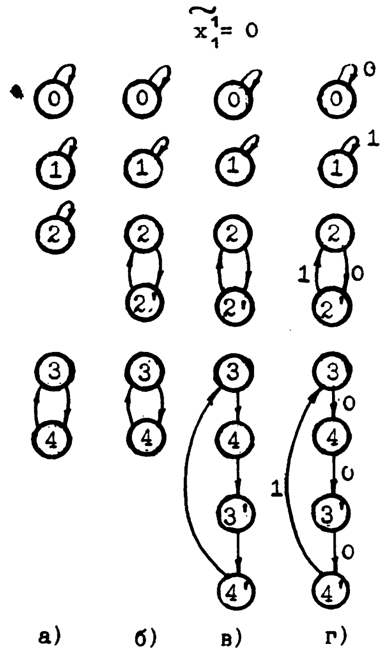

Рис. 4

Дерево переходов из одного подмножества в другое, начиная с $S = \{0,1,2,3,4\}$, показано на рис.3. Согласно этому дереву, в автомате A (табл.I) имеются три базиса неразличения $\tilde{x}_1^1 = 0$, $\tilde{x}_2^1 = 1$, $\tilde{x}_3^2 = 01$.

Рассмотрим систему переходов базиса $\tilde{x}_1^1 = 0$ (рис.4). В систему первоначально (см. рис.4,а) входят три контура длины $1 = 1$ и один контур длины $2l = 2$. Очевидно, что с помощью одного двоичного символа можно закодировать различным способом только два контура длины I. Поэтому необходимо изменить длину одного из единичных контуров. Выбираем контур с состоянием 2 и его длину увеличиваем вдвое. Выполненное изменение в системе переходов базиса $\tilde{x}_1^1 = 0$ соответствует тому, что вводится некоторое новое состояние $2'$, в которое автомат A переходит из состояния 2 под воздейст - вием сигнала $x = 0$. Состояние $2'$ эквивалентно состоянию 2, и автомат под действием сигнала $x = 0$ переходит из этого состояния в состояние 2 ; а при $x = 1$ - в состояние 0. Таким образом, система переходов базиса $\tilde{x}_1^1 = 0$, пред - ставленная на рис. 4,б, соответствует некоторому автомату B' (табл.2), эквивалентному автомату A (табл.I).

Таблица 2

Автомат B'∽A

δ(a,x)	0	1	2	3	4	2'
x = 0	0	1	2'	4	3	2
x = 1	4	3	4	0	0	4

В системе переходов базиса $\tilde{x}_1^1 = 0$ для автомата B' (рис.4,б) имеются два единичных контура и два контура длины $21 = 2$, кото - рые должны различаться между собой. Коды двух последних контуров не должны быть периодической последовательностью с периодом, равным единице. Однако существует только один двухразрядный код контура, удовлетворяющий указанному требованию. Поэтому необходимо увеличить длину одного из контуров до длины $21=2$ (рис.4,б). Так, любой из них можно увеличить вдвое или контур с состояниями 2,2' можно увеличить на единицу, введя состояние 2".

Возьмем контур с состояниями 3 и 4 и увеличим его длину вдвое (рис.4,в). Изменения в этом контуре влекут появление новых состояний 3' и 4', соответствующих состояниям 3 и 4. Следовательно, система переходов (рис.4,в) уже отвечает другому автомату B, эквивалентному автомату A. Множество состояний $S_B = \{ 0,1,2,2',3,3',$

Таблица 3

Автомат B∽A

δ(a,x)/f(a,x)	0	1	2	3	4	2'	3'	4'
x = 0	0/0	1/1	2'/0	4/0	3'/0	2/1	4'/0	3/1
x = 1	4/0	3/-	4/-	0/-	0/1	4/-	0/1	0/-

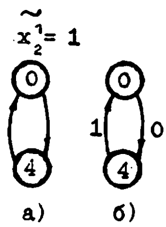

Рис. 5

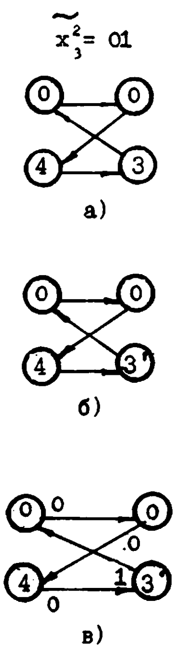

Рис. 6

4,4' }. Значения функции переходов автомата B, представленной в табл. 3, при $x = 0$ показаны на рис.4,в,а при $x = 1$ – такие же, как у автомата A. Например, для состояний 4 и 4' значения функции переходов при x=0 равны 3' и 3 соответственно (см.рис.4,в),а при x=1 – $\delta(4,1) = \delta(4',1) = 0$, так как в автомате A (табл.I) переход из состояния 4, которое эквивалентно состояниям $4,4' \in S_B$, под воздействием сигнала x=1 происходит в состояние 0.

Система переходов базиса $\tilde{x}_1^1 = 0$, изображенная на рис.4,в, позволяет для всех ее контуров выбрать коды, удовлетворяющие перечисленным выше требованиям. Коды контуров изображены на рис.4,г.

Переходим к анализу системы переходов базиса $\tilde{x}_2^1=1$ (рис.5). Изменения, выполненные в системе переходов базиса $\tilde{x}_1^1 = 0$ (рис.4,а–г),не влияют на контур системы переходов базиса $\tilde{x}_2^1 = 1$ для автомата A (табл.I), поэтому код данного контура назначаем в соответствии с рис.5,б.

Рассмотрим систему переходов базиса $\tilde{x}_3^2 = 01$ (рис.6,а). Учитывая изменения,вносимые в функцию переходов автомата A в процессе преобразования системы переходов базиса $\tilde{x}_1^1 = 0$ (рис.4,в), уточняем систему переходов базиса $\tilde{x}_3^2=01$ (рис.6,б). После этого производим кодирование контура системы переходов базиса $\tilde{x}_3^2 = 01$ (рис.6,в).

В соответствии с рис.4,г; 5,б; 6,в получаем функцию переходов и функцию обратной связи на множестве переходов автомата B (табл.3), эквивалентного автомату A (табл.I).Однако значения функции обратной связи определены не полностью. В частности, они не определены при переходах автомата из состояний I,2,3,2',4' под воздействием сигнала $x = 1$. Здесь надо руководствоваться следующим правилом: если a и b эквивалентны и значения $f(a,x)$ определено, а $f(b,x)$ нет, то функцию обратной связи необходимо доопределить так, чтобы $f(b,x) = f(a,x)$. Отсюда значения функции обратной связи при переходах из состояний 3 и 4' под единичным сигналом делаем равными единице, так как $f(3',1) = 1$ в контуре рис.6,в и f(4 1) = 1 в контуре рис.5,б. Значения функции f(1, 1), f(2,1), f(2',1) так и остались неопределенными на данном шаге синтеза.

Таблица 4

Автомат B∽A

δ(a,x)/f(a,x)	0	1	2	3	4	2'	3'	4'
x = 0	0/0	1/1	2'/0	4/0	3'/0	2/1	4'/0	3/1
x = 1	4/0	3/-	4/-	0/1	0/1	4/-	0/1	0/1

Окончательные результаты представлены в табл.4. Неопределенные значения функции обратной связи можно дать произвольно. Выбор этих значений влияет только на длину регистров, но не на реализацию автомата с одним регистром обратной связи.

Последующие этапы синтеза ввиду их очевидности в настоящем примере опускаются.

4. Заключение. Итак, сущность процесса преобразования и кодирования контуров заключается в формировании таких контуров системы переходов одного и того же базиса, что всем им можно одновременно присвоить коды, удовлетворяющие требованиям неэквивалентности и непериодичности. Очевидно, что любые коды двух контуров разной длины будут неэквивалентными. Поэтому достаточно простой и формальный путь синтеза состоит в построении контуров разной длины в системе переходов каждого базиса, что всегда возможно выполнить. Тогда выбранные коды должны удовлетворять только требованию непериодичности.

Однако чтобы достичь меньшей длины регистров, следует стремиться к получению меньшей длины максимального контура. Кроме того, если a и b есть состояния начального подмножества T базиса x^1, то коды, полученные путем обхода контуров, начиная с состояния a и b, должны обладать как можно меньшим номером позиции, на которой впервые появятся различные значения двоичного символа.

Литература

1. КОСТОВ В.К., ОСИНСКИЙ Л.М. Синтез схем конечных автоматов с использованием одного регистра обратной связи.- Кибернетика, 1971, №2, с.35-42

2. FRIEDMAN A.D. Feedback in sinchronous sequential Switching circuits.- IEEE Trans.on El.Computers, 1966, v.EC-15, N 3, p.354-367.

3. ГИЛЛ А. Введение в теорию конечных автоматов.-М.: Наука, 1976. - 272 с.

Поступила в ред.-изд.отд.
3 сентября 1980 года