МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ
(Вычислительные системы)
1981 год Выпуск 91

УДК 51:16

ВАРИАНТ ТЕОРИИ ПРЕДСКАЗАНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ ЧЕТЫРЕХЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ

И.В.Бахмутова

В [I,2] под "наблюдением" понимается конечная модель заданной сигнатуры $\{P_1^{m_1},\ldots,P_k^{m_k}\}$ с носителем A, где A – множество наблюдаемых объектов, а $\{\mathcal{P}_1^{m_1},\ldots,\mathcal{P}_k^{m_k}\}$ – соотношения на A, но не обычные, а трехзначные (с третьим значением истинности "не имеет смысла"). На практике зачастую приходится иметь дело с так называемыми "таблицами данных с пропусками", поэтому естественно обобщить понятие "наблюдения", расширив множество истинностных значений до {истинно, ложно, не имеет смысла, не измерено}, и попытаться выяснить применимость результатов, полученных в [I,2] к данной четырехзначной логике.

Далее будем использовать те же понятия, что и в [I,2], заменяя там, где необходимо, трехзначные отношения на четырехзначные.

Под эмпирической гипотезой h понимается тройка $h = \langle v, Obs, T^V\rangle$, где v – словарь (или сигнатура) гипотезы, $v=\{P_1^{m_1},\ldots,P_k^{m_k}\}$; Obs – неизвестная функция, определенная на любом конечном множестве A любых объектов наблюдения и сопоставляющая каждому такому множеству в качестве значения какую-то модель $M^V = \langle A,\mathcal{P}_1^{m_1},\ldots,\mathcal{P}_k^{m_k}\rangle$, где $\mathcal{P}_1^{m_1},\ldots,\mathcal{P}_k^{m_k}$ – четырехзначные отношения. Предполагается, что для каждого A первоначально неизвестное значение Obs(A) определяется апостериори фактическим наблюдением элементов A с помощью имеющихся средств наблюдения. Иными словами, Obs полностью определяет метод наблюдения – перечень приборов и инструкций по их использованию.

Результаты наблюдения представляют собой конечную модель и могут быть полностью описаны в виде некоторого канонического описания такой модели, называемого протоколом.

Конкретно, пусть задан счетный алфавит α символов, не принадлежащих v. Элементарное предложение (в словаре v) - это выражение вида $P_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i}$ (содержательно $P_i^{m_i} a_1,\ldots, a_{m_i}$ - истинно), или вида $\overline{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i}$ (содержательно $\overline{P}_i^{m_i} a_1,\ldots, a_{m_i}$ - ложно), или вида $\widetilde{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i}$ (содержательно $\widetilde{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i}$ - не имеет смысла), или вида $\mathring{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i}$ (содержательно $P_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i}$ - не измерено), где $P_i^{m_i} \in v$, а символы $a_1,\ldots,a_{m_i}$ (не обязательно все различные) из α.

Пусть β - произвольное конечное (непустое) подмножество множества α. Протокол (в словаре v) - это конечное непустое множество pr^V элементарных предложений в словаре v, удовлетворяющих для данного β следующим условиям:

а) для каждого $P_i^{m_i} \in v$ и для любых $a_1,\ldots,a_{m_i} \in \beta$ или $P_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \in pr^V$ или $\overline{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \in pr^V$ или $\widetilde{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \in pr^V$ или $\mathring{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \in pr^V$;

б) для каждого $P_i^{m_i} \in v$ и для любых $a_1,\ldots,a_{m_i} \in \beta$, если $P_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \in pr^V$, то $\overline{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, $\widetilde{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$ $\mathring{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, и если $\overline{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \in pr^V$, то $P_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, $\widetilde{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, $\mathring{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, и если $\widetilde{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \in pr^V$, то $P_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, $\overline{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, $\mathring{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, и если $\mathring{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i}$ $a_{m_i} \in pr^V$, то $P_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, $\overline{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$, $\widetilde{P}_i^{m_i} a_1,\ldots,a_{m_i} \notin pr^V$.

Понятия изоморфных протоколов, мощности протоколов, базиса протоколов, определенные в [I,2], остаются в силе.

Под тестовым алгоритмом будем понимать произвольный алгоритм T^v (в словаре v), удовлетворяющий следующим трем условиям:

I) T^v применим к любому протоколу pr^v в словаре v и принимает на нем одно из двух значений: либо $T^v(pr^v)=1$, либо $T^v(pr^v)=0$;

2) для всяких двух изоморфных протоколов в словаре v, если $pr_1^v \simeq pr_2^v$, то $T^v(pr_1^v) = T^v(pr_2^v)$.

Третье условие формулируется в зависимости от того, какие мы собираемся наблюдать отношения - двух, трех или четырехзначные, и имеет соответственно виды:

$$\exists(n \geq 1)\,\exists(pr^v)(\bar{\bar{B}}(pr^v) = n \;\&\; T^v(pr^v) = 1);$$

$$\forall(n \geq 1)\,\exists(pr^v)(\bar{\bar{B}}(pr^v) = n \;\&\; T^v(pr^v) = 1);$$

$$\forall'(n \geq 1)\,\exists(pr^v)(\bar{\bar{B}}(pr^v) = n \;\&\; T^v(pr^v) = 1 \;\&\; pr^v = \mathring{pr}^v),$$

где $\mathring{pr}^v$ - протокол вырожденного вида (содержит только предикатные символы $\mathring{P}_i^{m_i}$), соответствующий случаю, когда не проводили никакое наблюдение.

В [2] под "теорией предсказания" понимается функция $\mathcal{A}_f$, определенная на множестве π допустимых пар $\langle T^v, pr^v \rangle$ таких, что $T^v(pr^v) = 1$, и принимающая значения из множества τ всех возможных тестовых алгоритмов в словаре v. На эту функцию накладываются некоторые требования R1 - R5. Напомним смысл этих требований: R1 - требование универсальности - теория предсказаний должна быть универсально применимой для любых эмпирических исследований; R2 - требование непротиворечивости - результат любого применения теории не должен противоречить исходным данным, на которых всякое такое применение основывается; R3 - требование нетривиальности - должно существовать хотя бы одно применение теории, которое не является простым воспроизведением исходной информации, а осуществляет новые добавления к ней; R4, R5 - требования корректности, т.е. инвариантности теории предсказания относительно эффективных трансляций входной и выходной информации из одного языка в другой, эквивалентный первому по своим выразительным возможностям. В [I,2] доказывается следующая

ТЕОРЕМА. Для каждой пары $\langle T_0^v, pr_0^v \rangle \in \pi$ и каждой функции $\mathcal{A}_f$, удовлетворяющей т р е б о в а н и я м R1 - R5 , л и б о

$$\mathcal{A}_f(\langle T_0^v,\ pr_0^v\rangle) = \mathcal{A}(\langle T_0^v,\ pr_0^v\rangle) = |T_0^v\ pr_0^v|,$$

л и б о

$$\mathcal{A}_f(\langle T_0^v,\ pr_0^v\rangle) = T_0^v,$$

г д е $\mathcal{A}(\langle T_0^v, pr_0^v\rangle) = |T_0^v pr_0^v|$, а $|T_0^v pr_0^v|$ - ф у н к ц и я, о п р е д е л е н н а я н а к а ж д о м п р о т о к о л е pr^v в с л о в а р е v с л е д у ю щ и м о б р а з о м:

$$|T_0^v\ pr_0^v|(pr^v) = \begin{cases} 0, \text{ если } \bar{\bar{B}}(pr^v) = \bar{\bar{B}}(pr_0^v) \text{ и протоколы} \\ \quad pr^v \text{ и } pr_0^v \text{ не изоморфны;} \\ \\ T_0^v(pr^v) - \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Изменения, внесенные в понятие наблюдения и соответственно в определение тестового алгоритма, не влияют на формулировку требований R1 - R5. Более того, в настоящей работе утверждается, что для этого случая сохраняется и теорема, если функцию $\mathcal{A}$ в ней определить как

$$\mathcal{A}(\langle T_0^v,\ pr_0^v\rangle) = |T_0^v\ pr_0^v|,$$

где $\langle T_0^v, pr_0^v\rangle$ — произвольная допустимая пара, а $|T_0^v\ pr_0^v| = \theta_0$ - функция, определенная на каждом протоколе pr^v в словаре v сле - дующим образом:

$$\theta_0(pr^v) = |T_0^v pr_0^v|(pr^v) = \begin{cases} 0, \text{если } \bar{\bar{B}}(pr^v) = \bar{\bar{B}}(pr_0^v) \text{ и } pr^v \neq pr_0^v \text{ или} \\ \\ \text{если } \bar{\bar{B}}(pr^v) = \bar{\bar{B}}(pr_0^v) \text{ и } pr^v \simeq \mathring{pr}_0^v; \\ \\ T_0^v(pr^v) - \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Напоминаем, что протокол $\mathring{pr}_0^v$ соответствует отсутствию на - блюдений.

Итак, оказывается, что теория предсказания, удовлетворяющая требованиям корректности, универсальности, нетривиальности и изложенная для случая трехзначной логики, может быть распространена и на случай четырехзначной логики всего лишь расширением некото - рых понятий. Это важно, так как реальные практические задачи часто имеют дело с неполными данными.

Более того, теперь легко показать, что вообще ни одна функция $\mathcal{A}_f$ (см. [2]) применительно к рассматриваемому случаю не удовлетворяет условиям R1 - R5 . Иными словами, приведенная теорема оказывается этапом доказательства того, что требования R1 - R5 применительно к рассматриваемому случаю противоречивы. Следовательно, отрицательные выводы, сформулированные в [I,2], не ослабляются, а,как и ожидалось, усиливаются. Собственно говоря, подтверждение этих ожиданий и мотивировало данную работу.

Литература

I. САМОХВАЛОВ К.Ф. О теории эмпирических предсказаний. - В кн.: Вычислительные системы. Вып. 55. Новосибирск, 1973, с. 3-35.

2. SAMOCHWALOW K. The impossibility theorem for universal theory of prediction. Conference for Formal Methods in the Methodology of Empirica Sciences (Jablonna,June 17-21,1974); Reports of Formal Methodology of Empirical Sciences (March 1974-May 1974), 19 p. Inst.Philos.and Sociology, Polish Acad.Sci.,Wroclaw,1974.

Поступила в ред.-изд.отд.
17 июля 1978 года
После переработки поступила
9 сентября 1981 года