

ЯЗЫК ОПИСАНИЯ СТРУКТУРНОЙ ИНФОРМАЦИИ ОГРА-3.0

А.А.Кочетова, В.А.Скоробогатов, П.В.Хворостов

При разработке специализированных языков программирования и пакетов программ, предназначенных для машинной обработки графов, обычно рассматривают следующие особенности языков: способ описания или кодирования графов для ввода в ЭВМ, способ представления графа в памяти машины, синтаксические и семантические особенности и принципы реализации [1 - 11]. Наиболее известными языками, предназначенными для манипуляций с графами, являются GEA [2], GRASPE [3], GTPL [4], GRAAL [5], GTPL [6], ЯГАЛ [9, 10]. Сравнительные данные этих языков приводятся в [1]. Там же отмечается, что все графовые языки реализованы способом расширения некоторого базового алгоритмического языка.

В данной работе рассматривается версия языка ОГРА-3.0, предназначенного для описания практически любых типов графов и не использующего принцип расширения какого-либо алгоритмического языка.

Существуют разнообразные формы представления графов [12, 13], в основе которых лежит способ покрытия множеств вершин и ребер системами различных их подмножеств. Система единичных окрестностей вершин порождает, например, матричные формы представления - матрицы смежности и матрицы инцидентий; среди списковых форм можно выделить списки множеств вершин, списки множеств вершин и ребер и т.д.

В языке ОГРА-3.0 использована своеобразная линейная форма представления графа в виде последовательности символов над некоторым алфавитом, в основе которой лежит способ покрытия множества элементов графа системой не пересекающихся по ребрам цепей и окрестностей его вершин. Такое представление достаточно естественно и делает процесс описания графа похожим на изображение этого графа на бумаге или процедуру ввода в ЭВМ при помощи графического

дисплея или специализированного терминала типа устройства "Граф" [18]. Цель создания языка ОГРА-3.0 - это стремление получить удобные средства описания больших массивов структурной информации, предназначенной для ввода, контроля, накопления и пакетной обработки ее в ЭВМ. В дальнейшем предполагается создание специализированного проблемно-ориентированного языка, который предназначен для машинного манипулирования структурной информацией и в котором в качестве средств описания будут использоваться средства языка ОГРА-3.0.

Не все средства языка ОГРА-3.0 являются необходимыми, однако использование некоторых средств позволяет получать более экономичные описания. В трансляторе ОГРА-3.0 предусмотрены некоторые средства диагностики и внесения изменений.

§1. Основные конструкции языка

Язык ОГРА-3.0 предназначен для описания следующих классов графов: непомеченных; неориентированных графов без кратных ребер и этих же графов, но расположенных на декартовой плоскости; ориентированных графов; графов с вершинами и ребрами, помеченными символами из заданного алфавита. Графы, которые можно описать средствами языка, представлены в таблице. Формальное описание общих правил представления графов в бэкусовой форме дано в приложении 2. Эти правила используются при описании любых типов графов.

Вершины графа должны быть пронумерованы натуральными числами, не обязательно идущими подряд.

Вершины и ребра графа могут быть произвольным образом помечены символами из некоторого алфавита Σ . Алфавит, как правило, должен определяться особенностями предметной области, для которой предполагается применять язык, и возможностями ЭВМ. Например, если в качестве выходного терминала используется АЦПУ, то алфавит будет ограничен возможностями АЦПУ. Если, например, язык предназначен для описания химических соединений, то алфавит может состоять из символов, используемых в таблице Менделеева.

Язык позволяет описывать семейства графов. Семейство является наибольшим структурным элементом языка и состоит из множества графов и имени семейства $(I)^*$. Семейство может состоять из един-

* Здесь и далее через $(I)-(20)$ обозначены правила в приложении 2.

которой вершины могут встречаться более одного раза, а ребра не более одного раза, либо единичная окрестность некоторой вершины, называемая звездой, либо совокупность цепей и звезд (6), соответствующая связанному фрагменту графа. Описание фрагмента заканчивается символом $\cdot$. Цепь в общем случае может не быть простой. Описание цепи состоит из описаний вершин, разделенных символом "-" (7). Звезда вершины v - это множество вершин, смежных с вершиной v . Ее описание состоит из описания вершины v , разделительного символа "-" и описаний множества вершин, смежных с вершиной v и разделенных между собой запятыми. Приведем пример описаний, использующих правила (1) - (8).

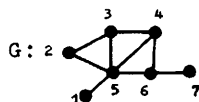


Рис. I

ПРИМЕР I. Семейство состоит из трех графов G, H, K (рис. I).

Правило (8). $5-I, 2, 3, 4, 6$ - описание звезды вершины 5 в графе G . Допускается для описания звезды применение символа $\#$.

Правило (7). Цепь $c = \{1, 5, 2, 3, 4, 6, 7\}$ между вершинами 1 и 7 в G может быть описана в виде: $1-5-2-3-4-6-7$.

Правило (6). Фрагмент графа G , образованный частичным графом $G \setminus \{(2,3), (3,4), (4,6)\}$, может быть описан в виде: $I-5-2, 3, 4, 6-7$ или $I-\#5-2, 3, 4, 6-7$.

Правила (4), (5). Все графы могут быть описаны в следующем виде: $G = I-5-2-3-4-5-3, 6-7, 4^{**}$, $H = P_4 \cdot I-2-3-4^{**}$, $K = K_1 \cdot 1^{**}$.

Правило (I). Семейство графов G, H, K может быть представлено в виде: ГРАФЫ $G, H, K \cdot G = I-5-2-3-4-5-3, 6-7, 4^{**}$ $H = P_4 \cdot I-2-3-4^{**}$ $K = K_1 \cdot 1^{**}$.

При описании непомеченных униграфов, вершины которых не имеют координат, можно пользоваться следующими сокращениями записей. Если цепь состоит из вершин, пронумерованных подряд, то достаточно указать начало и конец цепи, например, цепь $c(I, 4) = I-2-3-4^{**}$ может быть представлена в виде: $c(I, 4) = I-4^{**}$. Аналогичное сокращение для звезды $O(I) = I-2, 3, 4, 5^{**}$ может быть представлено как $O(I) = I-2, 5^{**}$.

Петля в вершине v может быть описана в виде цепи $v - v$.

§2. Непомеченные униграфы

Особенности описания непомеченных униграфов определяются правилами описания (9) - (13). Описание вершины включает номер вершины (13), который представляется натуральным числом, и могут

быть заданы декартовы координаты вершины (9), (10). Координаты задаются целыми положительными или отрицательными числами (11), (12). Одна вершина может встречаться в описании несколько раз. Координаты повторяющейся вершины можно описывать один раз. Общими правилами и правилами описания непомеченных униграфов описываются графы (за исключением их имен и имен семейств) при помощи алфавита $\mathcal{A}_2 = \{0, 1, \dots, 9, ;, :, ', -, \#, * \}$.

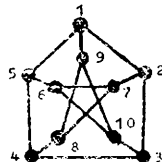


Рис. 2

ПРИМЕР 2. Граф Петерсена (рис.2) может быть

описан несколькими способами:

CP 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-6*1-5,9*2-7*3-10*4-8 **

П*1-10-6*1-5,9*2-7*3-10*4-8 **

ГРАФ ПЕТЕРСЕНА *9-1,8,10-3*5-1-6-10*7-2,6,8-4**

При представлении ориентированного графа запись $u-v$ обозначает дугу из u в v , при этом необходимо соответствующим образом описать тип графа.

§3. Мультиграфы с помеченными вершинами и ребрами

Для описания данного класса графов используются правила (14)–(20). Эти правила определяют особенности описания помеченных вершин и мультиребер. Как и ранее, вершины могут иметь координаты. В (14) определены все варианты описаний вершины. В отличие от описания вершин непомеченных униграфов, необходимо описывать метку вершины и мультиребра. Метка вершины не может начинаться с цифры и включать символы $-, ', (, *$.

Описание ребра включается в описание последующей вершины (16). В общем случае мультиребро может состоять из мультиребер одного типа, имеющих определенную кратность. Под типом ребра понимается некоторая метка, которая не может содержать символы $-, ', (, *$. Кратность может определяться целым или дробным числом (17).

Для помеченных мультиграфов возможно использование сокращенных описаний, если вершины в цепи или в звезде имеют тождественные метки и одинаково помеченные ребра. Метка и описание ребра указываются в последней вершине цепи.

ПРИМЕР 3.

...8--11LAB(2) эквивалентно ...8LAB(2)-9LAB(2)-10LAB(2)-11LAB(2),
8LAB-9,,11LAB(2) эквивалентно 8LAB-9LAB(2),10LAB(2),11LAB(2).

Для вершины, встречающейся в описании более одного раза, достаточно один раз указать ее координаты и метку.

Если описание типа ребра начинается с цифры, то, чтобы отличить тип ребра от его кратности, дополнительно используется символ !.

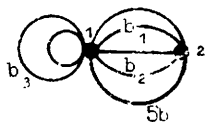


Рис. 3

ПРИМЕР 4. Рассмотрим мультитребро (рис. 3).

Его описание:

ГРАФ НА РИС. 3-1(1, b3)-2(2, b1, b2, !b3)**.

Если мультитребро не помечено и его кратность равна единице, то символы, обозначающие кратность и тип, можно опустить. Для реберно помеченного униграфа в скобках необходимо указать ребра.

ПРИМЕР 5. Описание помеченного мультиграфа (рис. 4):

ГРАФ НА РИС. 4 *1P-2Q-3S(2Y)-4T, 1(1, 2X)-1(2)**.

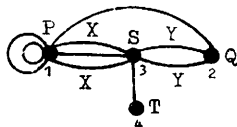


Рис. 4

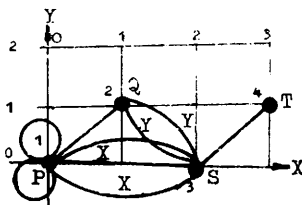


Рис. 5

Описание того же графа с учетом координат вершин (см. рис. 5):

ГРАФ НА РИС. 5-1; 0:OP-2; 1:1Q-3; 2:OS(2Y)-4; 3:1T, 1(1, 2X)-1(2)**.

§4. Описание типов графов

Для упрощения выбора вида машинной обработки графов необходимо указывать, к какому классу относится данное семейство: простые униграфы или помеченные мультиграфы, неографы или орграфы, химические или нехимические графы. Рассмотрим ряд причин, заставивших ввести указанные классы.

При описании неографа фрагменты u-v и v-u эквивалентны, а при описании орграфа неэквивалентны; не обязательно все вершины мультиграфа должны быть помечены, а пропущенные метки типа C, CH, CH₂, CH₃ должны восстанавливаться только в химических графах; обработка произвольного помеченного мультиграфа более сложная, чем обработка простого униграфа.

Описание типа графов включается в имя семейства графов и может следовать в любом порядке. Если описание типа опущено, то граф рассматривается как помеченный мультиграф, неориентированный, нехимический. Примеры описаний типов графов даны в приложении I.

В имя семейства помимо описаний типа может быть включена произвольная информация. Рекомендуется сначала описывать тип, а потом все остальное. Например, для графа, представленного на рис.2, описание может иметь вид: УНИГРАФ, ГРАФ ПЕТЕРСЕНА.

§5. 0 применении языка

Язык ОГРА-3.0 можно использовать для представления графов химических соединений. В этом случае меткам вершин графа будут соответствовать отдельные атомы или структурные фрагменты, а кратности и типы ребер отражать особенности химических связей.

Для атомов, обозначения которых состоят более чем из одного символа (например, Sn, Co), используется символ /, который означает, что следующие за ним два символа в метке являются именем одного элемента.

Метки C, CH, CH₂, CH₃, там, где они могут быть формально однозначно восстановлены по виду молекулы, можно не описывать.

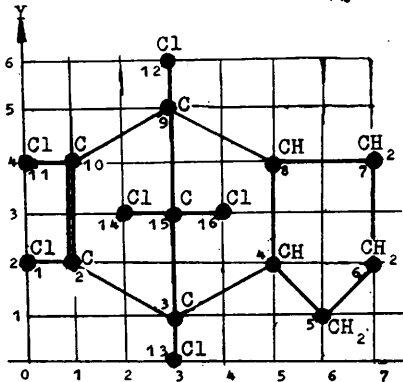


Рис.6

Пример описание химического соединения (рис.6):

ДИЛОР *1/CL-2--10-11/CL* 2 -
10(2)*4-8*12/CL-9-15-3-13/CL
14/CL-15-16/CL .

Ниже приводится описание того же химического соединения, позволяющее восстановить изображение: ДИЛОР*2;1:2-1;0:2/CL, 10;1:4(2),3;1:3-4;5:2-5;6:1-6; 7:2-7;7:4-8;5:4-9;3:5-10;1:4-11;0:4/CL 4-8-12;3:6/CL-9-15; 3:3-14;2:3/CL,16;4:3/CL,3-13; 3:0/CL* .

В результате работы транслятора выводится следующая информация (см.приложение I): представления графов; сообщения об особенностях графов и их обработки; результаты контроля ошибок описания. Результат работы транслятора дается в виде списка ребер и меток, который является одной из форм представления графов.

Транслятор ОГРА-3.0 написан на языке ПЛ/I для ОС ЕС и использовался при реализации методов анализа графов в качестве процедуры в программах метрического анализа [14], анализа симметрий [15], поиска клик и распознавания изоморфизма графов [16], а также для нахождения наибольших общих частей в семействах графов [17].

Л и т е р а т у р а

1. МАРКЯВИЧУС Р.А. Языки программирования для обработки графов. - В кн.: Автоматизация процессов планирования и управления, 1977, вып. 5, с. 9-30.
2. CRESPI-REGHIZZI S., KOPFURGO R. A graph theory oriented extension of ALGOL.-Calcolo, 1968, v.5, n. 4, p.457-493.
3. PRATT T.W., FRIEDMAN D.P. A language extension for graph processing and its formal semantics. - Com. of ACM, 1971, v.14, n. 7, p.460-467.
4. BERKOWITZ S. GIRL - graph information retrieval language design of syntax. - Int. Software Engin., 1971. V.2, Acad. Press, New-York, p.173-189.
5. RHEINBOOLDT W.C., BASILI V.R. On a programming language for graph algorithms. - BIT, 1972, v.12, n. 2, p.220-241.
6. KING C.A. A graph theoretical programming language. - In: Graph theory and Computer. New-York, Acad. Press, 1972, p.63-75.
7. БАШМАКОВ И.А., БЕСФАМИЛЬНЫЙ М.С. Некоторые вопросы построения пакета прикладных программ для решения графовых задач. - В кн.: Теория графов, 1974, вып. 178, с. 126-132. (МФН)
8. БАШМАКОВ И.А., БЕСФАМИЛЬНЫЙ М.С. Проблемно-ориентированный язык пакета программ для решения задач теории графов. - В кн.: Теория графов, 1975, вып. 250, с.105-112. (МФН)
9. ВАСИН В.О. Язык вычислений на графах. - В кн.: Вычислительные системы. Новосибирск, 1973, Вып. 54, с. 21-25.
10. ВАСИН В.О. Специализированный язык и программирующая система для решения задач на графах. - В кн.: Вопросы кибернетики. Теория релейных устройств и конечных автоматов. М., 1975, с. 71-76.
11. БЕЛОГЛАЗОВ Г.Н., СКОРОВОГАТОВ В.А. Система автоматизации решения задач на графах. - В кн.: Вопросы обработки информации при проектировании систем (Вычислительные системы, вып. 69). Новосибирск, 1977, с. 24-39.
12. ПОПКОВ В.К. Представления графов. - Новосибирск, Б.и., 1980, - 36 с. (Препринт/ВЦ СО АН СССР: 241).
13. ПОСТНИКОВА Л.Н. ППП ГРАФ/I. Структуры данных и представления графов. - Новосибирск, Б.и., 1980. - 34 с. (Препринт/ВЦ СО АН СССР: 265).
14. СКОРОВОГАТОВ В.А., ХВОРОСТОВ П.В. Анализ метрических свойств графов. - В кн.: Использование ЭВМ при распознавании образов (Вычислительные системы, вып. 91). Новосибирск, 1982, с.1-21.
15. СКОРОВОГАТОВ В.А., ХВОРОСТОВ П.В. Об анализе комбинаторных симметрий химических структур. - В кн.: Использование вычислительных машин в спектроскопии молекул и химических исследованиях. Тез. докл. Пятой Всесоюз. конф. Новосибирск, 1980, с.10-11.

16. БЕССОНОВ Ю.Е., СКОРОБОГАТОВ В.А. Об одном семействе схем рекурсивного разбора графов. - Настоящий сборник, с. 3-49.

17. СКОРОБОГАТОВ В.А. Нахождение общих частей в семействах графов. - В кн.: Прикладные задачи на графах и сетях: Материалы Всесоюз. совещ., Новосибирск, 1981, с. 117-132.

18. Математическое обеспечение банка данных о структуре и свойствах органических соединений / Пиоттук-Пелецкий В.П., Пехоршев С.А., Шарапова О.Н., Гриценко И.В., Подгорная М.И. - В кн.: Использование вычислительных машин в спектроскопии молекул и химических исследованиях: Тез. докл. Пятой Всесоюз. конф. Новосибирск, 1980, с. 3-5.

Поступила в ред.-изд.отд..
29 января 1982 года

ПРИЛОЖЕНИЕ I.

ПРИМЕРЫ КОНЕЧНЫХ ПРОСТЫХ УНИГРАФОВ

ГРАФ ПЕТЕРСЕНА *1--5--1-6*1-5.9*2-7*3-10*4-8**

ПОРЯДОК ГРАФА 10 НОМЕРА ВЕРШИН 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ОШИБКА В ЦЕПОЧКЕ: НОМЕР КОНЦЕВОЙ ВЕРШИНЫ ДОЛЖЕН БЫТЬ БОЛЬШЕ НОМЕРА НАЧАЛЬНОЙ

ВЕРШИНЫ НЕ ИМЕЮТ КООРДИНАТ

ВЕРШИНЫ ГРАФА НЕ ПОМЕЧЕНЫ

СПИСОК РЕБЕР И МЕТОК

1	-	2(1.0);	5(1.0);	6(1.0);	9(1.0);
2	-	1(1.0);	3(1.0);	7(1.0);	
3	-	2(1.0);	4(1.0);	10(1.0);	
4	-	3(1.0);	5(1.0);	8(1.0);	
5	-	1(1.0);	4(1.0);		
6	-	1(1.0);			
7	-	2(1.0);			
8	-	4(1.0);			
9	-	1(1.0);			
10	-	3(1.0);			

5-- 1 см.

1 СИМВОЛА, НАЧИНАЯ С

23

ДОМИК *1-8(2).4(2).3-8-9(2)-8(2)**

ПОРЯДОК ГРАФА 5 НОМЕРА ВЕРШИН 1 3 4 8 9

НЕСООТВЕТСТВИЕ ОПИСАНИЯ-ЗАКОДИРОВАН МУЛЬТИГРАФ.СМ. 12 СИМВОЛ

ПРИМЕР ОРГРАФА

ПРИМЕР *2V2-1V1.3V3.4V4-3-1-1*-5V5**

СРЕДИ НОМЕРОВ ВЕРШИН ВСТРЕЧАЕТСЯ 0 ИЛИ ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО. СМ. СИМВОЛЫ 30 - 31

ПРИМЕР КОНЕЧНОГО ПРОСТОГО УНИГРАФА

ГРАФ ПЕТЕРСЕНА *1--10-6*1-5.9*2-7*3-10*4-8**

ПОРЯДОК ГРАФА 10 НОМЕРА ВЕРШИН 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ВЕРШИНЫ НЕ ИМЕЮТ КООРДИНАТ

ВЕРШИНЫ ГРАФА НЕ ПОМЕЧЕНЫ

СПИСОК РЕБЕР И МЕТОК

1	-	2(1.0);	5(1.0);	9(1.0);
2	-	1(1.0);	3(1.0);	7(1.0);
3	-	2(1.0);	4(1.0);	10(1.0);
4	-	3(1.0);	5(1.0);	8(1.0);
5	-	1(1.0);	4(1.0);	6(1.0);
6	-	5(1.0);	7(1.0);	10(1.0);
7	-	2(1.0);	6(1.0);	8(1.0);
8	-	4(1.0);	7(1.0);	9(1.0);
9	-	1(1.0);	8(1.0);	10(1.0);
10	-	3(1.0);	6(1.0);	9(1.0);

ПРИМЕРЫ КОНЕЧНЫХ МУЛЬТИГРАФОВ

ПРИМЕР *1-8(2);4(2);3-4-9(2)-8(2)**

ПОРЯДОК ГРАФА 5 НОМЕРА ВЕРШИН 1 3 4 8 9

ВЕРШИНЫ НЕ ИМЕЮТ КООРДИНАТ

ВЕРШИНЫ ГРАФА НЕ ПОМЕЧЕНЫ

СПИСОК РЕБЕР И МЕТОК

1 - 3(1.0); 4(2.0); 8(2.0);
3 - 1(1.0); 4(1.0);
4 - 1(2.0); 3(1.0); 9(2.0);
8 - 1(2.0); 9(2.0);
9 - 4(2.0); 8(2.0);

ПРИМЕР ОРГРАФА

ПРИМЕР *2V2-1V1,3V3,4V4-3-1-5V5**

ПОРЯДОК ГРАФА 5 НОМЕРА ВЕРШИН 1 2 3 4 5

ВЕРШИНЫ НЕ ИМЕЮТ КООРДИНАТ

СПИСОК РЕБЕР И МЕТОК

1V1 - 1(1.0);
2V2 - 1(1.0); 3(1.0); 4(1.0);
3V3 - 1(1.0);
4V4 - 3(1.0);
5V5 -

ПРИМЕР ХИМИЧЕСКОГО ГРАФА

АМЛОР *2:1:2-1:0:2/CL;10:1:4(2);3:1:3-4:5:2-5:6:1-6:7:2-7:7:4-8:5:4-9:3:5-10:1:4-11:0:4/CL*4-8:12:3:6/CL-9-15:3:3-14:2:3/CL;16:4:3/CL;3-13:3:0/CL**

ПОРЯДОК ГРАФА 16 НОМЕРА ВЕРШИН 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

ЧАСТЬ ВЕРШИН НЕ ПОМЕЧЕНА

ВОССТАНАВЛИВАЮТСЯ ОТСУТСТВУЮЩИЕ УГРОВОДОРОЖДЕНИЕ МЕТКИ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
/CL										/CL	/CL	/CL	/CL		/CL
/CL	C	C	CH	CH2	CH2	CH2	CH	C	C	/CL	/CL	/CL	/CL	C	/CL

СПИСОК РЕБЕР И МЕТОК

1:0 :2 /CL - 2(1.0);
2:1 :2 C - 1(1.0); 3(1.0); 10(2.0);
3:1 :3 C - 2(1.0); 4(1.0); 13(1.0); 15(1.0);
4:5 :2 CH - 3(1.0); 5(1.0); 8(1.0);
5:6 :1 CH2 - 4(1.0); 6(1.0);
6:7 :2 CH2 - 5(1.0); 7(1.0);
7:7 :4 CH2 - 6(1.0); 8(1.0);
8:5 :4 CH - 4(1.0); 7(1.0); 9(1.0);
9:3 :5 C - 8(1.0); 10(1.0); 12(1.0); 15(1.0);
10:1 :4 C - 2(2.0); 9(1.0); 11(1.0);
11:0 :4 /CL - 10(1.0);
12:3 :6 /CL - 9(1.0);
13:3 :0 /CL - 3(1.0);
14:2 :3 /CL - 15(1.0);
15:3 :3 C - 3(1.0); 9(1.0); 14(1.0); 16(1.0);
16:4 :3 /CL - 15(1.0);

Общие правила описания графов.

(I) $\langle \text{описание семейства} \rangle ::= \langle \text{имя семейства} \rangle * \langle \text{описание графов} \rangle *$

(2) $\langle \text{имя семейства} \rangle ::= \text{набор символов алфавита } \mathcal{U}, \text{ кроме } *$

(3) $\langle \text{описание графов} \rangle ::= \langle \text{описание графа} \rangle \dots \langle \text{описание графа} \rangle$

(4) $\langle \text{описание графа} \rangle ::= \langle \text{имя графа} \rangle * \langle \text{описание фрагмента} \rangle \dots \langle \text{описание фрагмента} \rangle *$

(5) $\langle \text{имя графа} \rangle ::= \text{набор символов алфавита } \mathcal{U}, \text{ кроме } *$

(6) $\langle \text{описание фрагмента} \rangle ::= \langle \text{цепи и звезды} \rangle * | \langle \text{цепь} \rangle * | \langle \text{звезда} \rangle *$

(7) $\langle \text{цепь} \rangle ::= \langle \text{описание вершины} \rangle \dots \langle \text{описание вершины} \rangle$

(8) $\langle \text{звезда} \rangle ::= \langle \text{описание вершины} \rangle - \langle \text{описание вершины} \rangle, \dots, \langle \text{описание вершины} \rangle$

Непомеченные униграфы.

(9) $\langle \text{описание вершины} \rangle ::= \langle \text{номер вершины} \rangle ; \langle \text{описание координат} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle$

(10) $\langle \text{описание координат} \rangle ::= \langle \text{координата } X \rangle : \langle \text{координата } Y \rangle$

(11) $\langle \text{координата } X \rangle ::= \langle \text{целое} \rangle | - \langle \text{целое} \rangle$

(12) $\langle \text{координата } Y \rangle ::= \langle \text{целое} \rangle | - \langle \text{целое} \rangle$

(13) $\langle \text{номер вершины} \rangle ::= \langle \text{положительное целое} \rangle$

Графы, помеченные по вершинам и ребрам.

(14) $\langle \text{описание вершины} \rangle ::= \langle \text{номер вершины} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle \langle \text{описание мультиребра, соединяющего данную вершину с предыдущей или звездной вершиной} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle \langle \text{метка} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle \langle \text{метка} \rangle \langle \text{описание мультиребра} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle ; \langle \text{описание координат} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle ; \langle \text{описание координат} \rangle \langle \text{описание мультиребра} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle ; \langle \text{описание координат} \rangle \langle \text{метка} \rangle | \langle \text{номер вершины} \rangle ; \langle \text{описание координат} \rangle \langle \text{метка} \rangle \langle \text{описание мультиребра} \rangle.$

(15) $\langle \text{метка} \rangle ::= \text{набор символов, кроме } *, ., -, \text{ не может начинаться с цифры.}$

(16) $\langle \text{описание мультиребра} \rangle ::= (\langle \text{кратность} \rangle) | (\langle \text{кратность} \rangle \langle \text{тип} \rangle, \dots, \langle \text{кратность} \rangle \langle \text{тип} \rangle)$

(17) $\langle \text{кратность} \rangle ::= \langle \text{цифра} \rangle \dots \langle \text{цифра} \rangle | \langle \text{цифра} \rangle \dots \langle \text{цифра} \rangle. \langle \text{цифра} \rangle \dots \langle \text{цифра} \rangle$

(18) $\langle \text{тип} \rangle ::= \text{набор символов, кроме } .,)$

(19) $\langle \text{описание координат} \rangle ::= \langle \text{описание координат из } I_0 \rangle$

(20) $\langle \text{номер вершины} \rangle ::= \langle \text{номер вершины из } I_3 \rangle$