МЕТОДЫ СПЛАЙН-ФУНКЦИЙ В ЧИСЛЕННОМ АНАЛИЗЕ
(Вычислительные системы)
1983 год Выпуск 98

УДК 519.65:681.3.06

О ЗАДАЧАХ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛОСКИХ КРИВЫХ ОБЩЕГО ВИДА В РЕЖИМЕ ДИАЛОГА

В.К.Исаев, А.К.Хмелев

Пусть $(x_i, y_i) \in R^2$, $i = 0, 1, \ldots, n$, – упорядоченное множество точек табличной функции $y = f(x)$. Для получения кривых, проходящих через заданные точки, широко используется интерполяция кубическими сплайнами, в том числе параметрическими [1-3].

В ряде прикладных задач возникает необходимость управления поведением интерполяционного сплайна. Это связано с тем, что кубический интерполяционный сплайн часто дает не вполне удовлетворительные результаты: существование лишних точек перегиба приводит не только к осцилляции самой функции, но и в большей степени к осцилляции высших производных. Возникает естественное желание: с одной стороны, ввести в рассмотрение другой вид интерполяционного сплайна, обеспечивающий возможность управления поведением сплайна; с другой стороны, иметь достаточно простой алгоритм его построения.

Рассмотрим интерполяционный рациональный сплайн $S(y;x)$ [2,3], позволяющий управлять поведением сплайна с помощью параметров p_i, q_i, $i = 0, 1, \ldots, n-1$. Приведем некоторые возможности определения таких значений параметров рационального сплайна, которые являются в некотором смысле оптимальными.

а) Оптимизация в режиме диалога, поскольку всякий критерий оптимальности является условным. В тех случаях, когда требуется восстановить поведение известной кривой на плоскости (шаблон фюзеляжа и т.п.), этот метод является достаточно эффективным.

б) Требование непрерывности высших производных рационального сплайна. Требование непрерывности третьей и четвертой производных и задание двух дополнительных условий позволяют получить замкнутую систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов и управляющих параметров рационального сплайна. Однако решение такой нелинейной системы наталкивается на существенные трудности. Более простой представляется постановка этой задачи в качестве задачи нелинейного программирования: минимизировать $I = I(\vec{p}, \vec{q})$ по управляющим параметрам. Критерий оптимальности имеет вид

$$I = \sum_{k=3}^{4} \sum_{i=1}^{n-1} (\Delta S^{(k)}(y;\ x_i))^2$$

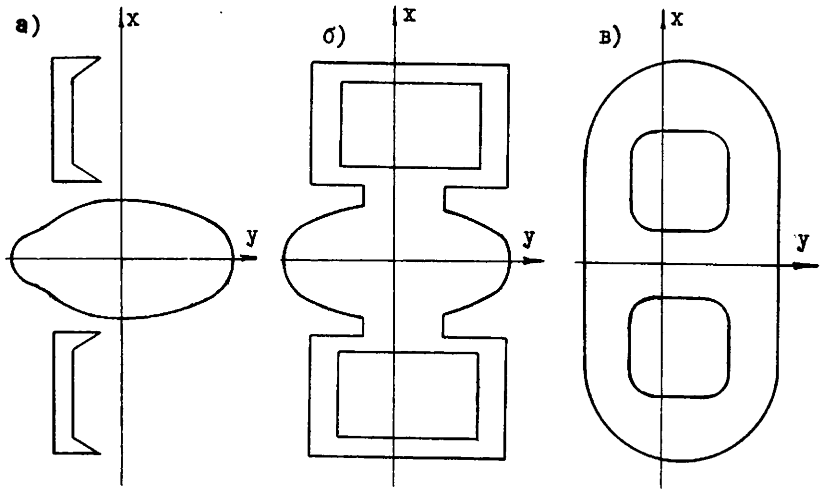
или

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} (\Delta S'''(y;\ x_i))^2 ,$$

где $\Delta S^{(k)}(y;\ x_i) = S^{(k)}(y;\ x_i+0) - S^{(k)}(y;\ x_i-0)$, $k = 3,4$.

в) Минимизация интегралов от квадрата кривизны функции $S(y;x)$ по параметрам $\vec{p}$, $\vec{q}$.

Создана диалоговая программа формирования плоских кривых с особенностями с помощью интерполяционных параметрических рациональных сплайнов. Под особенностью понимается нарушение регулярности - разрыв первой, второй производных, а также разрыв функции. На каждом участке регулярности функция интерполируется сплайном $S(y;\ x)$. Для однозначного определения интерполяционного сплайна на каждом участке регулярности требуется задание граничных условий в особых точках. Граничные условия в особых точках могут быть включены в множество управляющих параметров или задаваться априори. В силу многозначности таблично заданная функция $y=f(x)$ представляется в параметрическом виде $x = x(t)$, $y = y(t)$, $t \in [0,T]$, и ее интерполяция осуществляется с помощью параметрических сплайнов [2]. Число управляющих параметров при параметризации увеличивается вдвое. Самый общий подход - вариация управляющих параметров $p_i^x, p_i^y, q_i^x, q_i^y$, $i = 0,1,\dots,n-1$. Однако при больших n размерность вектора управления является существенным препятствием для формирования оптимальной кривой, поэтому задаются общие управляющие параметры $p_i = p_i^x = p_i^y$, $q_i = q_i^x = q_i^y$, $i = 0,1,\dots,n-1$, рационального параметрического сплайна. На каждом участке регулярности варьированием управляющих параметров ищется интерполяционный рациональный параметрический сплайн, который доставляет минимум интегралу от квадрата кривизны. Используется ме-



тод случайного поиска с обучением [4]. Наряду с тем, что управляющие параметры позволяют формировать достаточно широкий класс кривых, задание точек с особенностями расширяет возможности формирования кривых.

На рисунке приведены примеры построения сечений фюзеляжа. Сплайн, интерполирующий многосвязное сечение на каждом из рисунков а), б), в), построен по единой сетке.

Программы реализованы на языке ФОРТРАН-IУ.

Литература

1. АЛБЕРГ Дж., НИЛЬСОН Э., УОЛШ Дж. Теория сплайнов и ее приложения. -М.: Мир, 1972. - 316 с.

2. ЗАВЬЯЛОВ Ю.С., КВАСОВ Б.И., МИРОШНИЧЕНКО В.Л. Методы сплайн-функций. -М.: Наука, 1980. - 352 с.

3. SPÄTH H. Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen. R.Oldenbourg Verlag. München, Wien, 1973.- 134 S.

4. РАСТРИГИН Л.А. Статистические методы поиска. -М.: Наука, 1968. - 376 с.

Поступила в ред.-изд.отд.
9 марта 1983 года