

СЕМАНТИКА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ  
В ЛОГИЧЕСКОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ

В.Ф. Борщев

## §1. Предварительные сведения и необходимые понятия

В логическом программировании (языки типа ПРОЛОГ) уже давно обсуждается идея использования конструкций с параметрами, аналогичными используемым в традиционных языках параметрам типа процедур, либо параметрическим конструкциям в абстрактных типах данных (см., например, [1-4]). Параметры чаще всего вводятся при модульном построении программ. Использование параметров позволяет повышать универсальность модулей (их reusability), хотя механизмы, обеспечивающие сборку программы из модулей, и механизмы параметризации достаточно независимы (тем не менее они должны естественным образом сочетаться при модульном построении программ).

В настоящей работе обсуждается только параметризация и в первую очередь теоретико-модельная семантика параметрических конструкций. Основной мотив логического стиля программирования заключается в том, что программист, составляя программу, прежде всего видит ее теоретико-модельную семантику. Между тем семантика параметрических конструкций, как правило, четко не описывалась.

Рассмотрим примеры. Программами

$$\text{Listnat}(\text{nil}) \leftarrow$$

$$\text{Listnat}(x.y) \leftarrow \text{Nat}(x), \text{Listnat}(y)$$

и

$$\text{Listeven}(\text{nil}) \leftarrow$$

$$\text{Listeven}(x.y) \leftarrow \text{Even}(x), \text{Listeven}(y)$$

задаются соответственно списки натуральных и четных чисел (в предположении, что символами Nat и Even задаются натуральные и четные числа - соответствующие правила приведены в §2). Программы эти

очень похожи, и, естественно, возникает желание написать еще одну параметрическую программу, "частными случаями" которой были бы как эти программы, так и, например, программа, задающая списки списков натуральных чисел и т.д.

Обычно предлагают программы типа\*)

$$\text{List}(\text{nil}, p) \leftarrow \quad (I)$$

$$\text{List}(x, y, p) \leftarrow p(x), \text{List}(y, p).$$

Однако теоретико-модельная и процедурная семантики таких программ не описываются, хотя обычно указывается, что они лежат за пределами языка первого порядка. По-видимому, имеется в виду, что  $p$  - "предикатная" переменная, значением которой может быть произвольное унарное отношение (например, отношения  $\text{Nat}$ ,  $\text{Even}$  и т.д.), а  $\text{List}$  - бинарное отношение "второго порядка", связывающее "обычные" объекты (списки) с отношениями. Поэтому в запросах и других правилах можно употреблять атомы  $\text{List}(y, \text{Nat})$ ,  $\text{List}(\text{Suc}(\text{Suc}(0)$ ,  $\text{Even})$  и т.д.

В работе [2] обсуждается другой подход к составлению таких программ: там параметрические конструкции предлагается рассматривать как "синтаксический сахар", скрывающий обычные логические программы, в частности для программы (I) - программу

$$\text{List}(\text{nil}, p) \leftarrow \quad (2)$$

$$\text{List}(x, y, p) \leftarrow \text{apply}(p, x), \text{List}(y, p),$$

в которой  $p$  - уже обычная переменная. Недостаток этого решения заключается в том, что оно представляет некоторую двусмысленность (double-think): с одной стороны, о программах можно думать как о параметрических, с другой - выполнять их можно как обычные программы. Кроме того, возникают и некоторые технические трудности. Как, скажем, с помощью такой программы определить списки списков натуральных чисел? Предлагаемым для этой цели атомам типа  $\text{List}(y, \text{List}(\text{Nat}))$  уже трудно сопоставить ясную семантику (в рамках "обычного" логического программирования). Эти трудности, правда, можно легко избежать при более последовательном применении символа  $\text{apply}$  (см. §4).

Ниже предлагаются конструкции, имеющие простую теоретико-модельную семантику, которая естественным образом связана с процедурной. Для данного примера наша программа будет иметь вид:

\*) Такая программа приводится в [2] (в ней вместо символа  $\text{List}$  используется символ  $\text{have-property}$ ). Аналогичные программы рассматриваются в [1] и [4].

$$\text{List}[p](\text{nil}) \leftarrow$$

(8)

$$\text{List}[p](x.y) \leftarrow p(x), \text{List}[p](y) .$$

Здесь  $p$  - параметр, значением которого могут быть любые унарные символы, а  $\text{List}[p]$  - сложный символ. Делая подстановки (заменяя  $p$ ), можно получить из него символы  $\text{List}[\text{Nat}]$ ,  $\text{List}[\text{Even}]$ ,  $\text{List}[\text{List}[p]]$  и т.д. и использовать такого рода символы в других правилах и запросах. Так, правило

$$\text{MList}(x.y) \leftarrow \text{List}[\text{Nat}](y), \text{Length}(y,x)$$

определяет списки натуральных чисел  $y$ , первый элемент которых  $x$  является длиной "хвоста" (в этом правиле  $\text{Length}$  - отношение между списком  $y$  и числом его элементов  $x$ ). Наши правила интерпретируются стандартным образом на моделях в бесконечной сигнатуре, состоящей из символов типа  $\text{Nat}$ ,  $\text{Even}$ ,  $\text{List}[\text{Nat}]$ ,  $\text{List}[\text{List}[\text{Even}]]$  и т.д.

Предполагается, что читатель знаком с основными понятиями логического программирования [5-8], однако для полноты изложения в §2 кратко описаны синтаксис и семантика "обычных" логических программ; §3 посвящен собственно параметрическим конструкциям. Поскольку существует много версий логического программирования и параметрические конструкции можно ввести для любой из них, то в данной работе мы их вводим для классической версии (в [8] они рассматриваются для так называемой однородной версии). В §4 обсуждается представление параметрических программ в виде обычных логических программ.

В статье используются следующие сокращения:  $\Leftarrow$  - равенство по определению и  $\Rightarrow$  - "влечет".

## §2. Обычные логические программы

Логическая программа описывает "мир задачи" в виде множества объектов, на котором определяются некоторые отношения. Для представления объектов служат термы. Программа состоит из набора утверждений, истинных в этом мире. Утверждения называются правилами. Правила - это специального вида формулы языка первого порядка.

Синтаксис. Логическая программа - это множество правил. Правило имеет вид  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m$ ,  $m \geq 0$ , где  $A_0, A_1, \dots, A_m$  - атомы. Левая часть правила ( $A_0$ ) называется заголовком, а правая ( $A_1, \dots$

...,  $A_n$ ) - телом. Если тело пусто ( $\varpi=0$ ), то правило называется фактом. Атом (атомарная формула) имеет вид  $\omega(t_1, \dots, t_n)$ , где  $\omega$  -  $n$ -арный предикатный символ, а  $t_1, \dots, t_n$  - термы. Терм - это либо переменная, либо константа, либо составной терм вида  $\sigma(t_1, \dots, t_r)$ , где  $\sigma$  -  $l$ -арный функциональный символ, а  $t_1, \dots, t_r$  - термы (константы понимаются как 0-арные функциональные символы). Запрос имеет вид  $\leftarrow C_1, \dots, C_x, r \geq 0$ , где  $C_1$  - атом.

ПРИМЕР. Натуральные числа можно представить в виде термов, построенных из константы 0 и унарного функционального символа  $\text{Suc}$ : ноль - 0, 1 -  $\text{Suc}(0)$ , 2 -  $\text{Suc}(\text{Suc}(0))$  и т.д. С помощью константы  $\text{nil}$  и бинарного функционального символа "." (точка) строятся списки;  $\text{nil}$  представляет пустой список, а точка служит для образования нового списка  $x.y$  из произвольного объекта  $x$  и списка  $y$  (точка по традиции употребляется инфиксно вместо стандартной префиксной записи  $.(x,y)$ ). Так, терм  $0.\text{Suc}(0).0.\text{nil}$  представляет список  $[0,1,0]$ .

Правилами

$$\text{Nat}(0) \leftarrow$$

$$\text{Nat}(\text{Suc}(x)) \leftarrow \text{Nat}(x)$$

$$\text{Even}(0) \leftarrow$$

$$\text{Even}(\text{Suc}(\text{Suc}(x))) \leftarrow \text{Even}(x),$$

образованными с помощью унарных предикатных символов  $\text{Nat}$  и  $\text{Even}$ , выделяются из множества всех объектов множества натуральных и четных чисел соответственно, а приведенными во введении правилами для символов  $\text{Listnat}$  и  $\text{Listeven}$  определяются множества списков натуральных и четных чисел.

Правилами

$$\text{Plus}(0,x,x) \leftarrow \text{Nat}(x)$$

$$\text{Plus}(\text{Suc}(x),y,\text{Suc}(z)) \leftarrow \text{Plus}(x,y,z)$$

определяется сложение на множестве натуральных чисел (с помощью тернарного предикатного символа  $\text{Plus}$ ).

Заметим, что в логическом программировании (по крайней мере, в его "классической" версии) функциональные символы используются только для конструирования объектов (причем разные термы представляют разные объекты), а "настоящие" функции (типа сложения в нашем примере) представляются в виде отношений.

Примеры запросов:  $\leftarrow \text{Plus}(0, \text{Suc}(0), x)$ ,  $\leftarrow \text{Plus}(x, y, \text{Suc}(\text{Suc}(0)))$   
 ("чему равна сумма 0 и 1?", "сумма каких чисел x и y равна 2?").

Подстановки. Теоретико-модельная семантика. В логической программе  $\mathcal{B}$  и множестве запросов к ней фиксируются использованные в них множество  $\Omega$  предикатных символов и множество  $\Sigma$  функциональных символов (предикатная и функциональная сигнатуры). Фиксируем для удобства также множество переменных  $X$ . Тогда определены множества всех термов  $F_{\Sigma}(X)$  (свободная алгебра в сигнатуре  $\Sigma$  со множеством свободных образующих  $X$ ) и  $I_{\Sigma} \subset F_{\Sigma}(X)$  (инициальная алгебра без переменных).

Подстановкой называется отображение  $\theta: X \rightarrow F_{\Sigma}(X)$ . Оно естественным образом продолжается на термы ( $\theta a \doteq a$  для каждой константы  $a \in \Sigma$  и  $\theta t \doteq \sigma(\theta t_1, \dots, \theta t_n)$ , для составного терма  $t = \sigma(t_1, \dots, t_n)$ ) и на атомы ( $\theta \lambda \doteq \omega(\theta t_1, \dots, \theta t_n)$  для  $\lambda = \omega(t_1, \dots, t_n)$ ), а тем самым — на правила и запросы (правилу  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_n$  ставится в соответствие правило  $\theta A_0 \leftarrow \theta A_1, \dots, \theta A_n$ , а запросу  $\leftarrow C_1, \dots, C_n$  — запросу  $\leftarrow \theta C_1, \dots, \theta C_n$ ). Содержательно подстановкой  $\theta$  заменяется в каждом выражении  $e$  каждое вхождение переменной  $x$  на терм  $\theta x$ . Для подстановок естественным образом определяются их композиции:  $(\theta_1 \theta_2)e \doteq \theta_1(\theta_2 e)$ .

Образы  $\theta t$  и  $\theta Q$ , сопоставляемые подстановкой  $\theta$  правилу  $r$  и запросу  $Q$ , называются их частными случаями. Если же при этом подстановка  $\theta$  является перестановкой  $X \rightarrow X$ , то частные случаи соответствующих конструкций называются их вариантами.

Программа задает отношения на множестве  $I_{\Sigma}$  всех объектов (так называемом эрбрановом универсуме). Отношение, сопоставляемое символу  $\omega \in \Omega$ , отождествляется с некоторым множеством атомов вида  $\omega(t_1, \dots, t_n)$ ,  $t_i \in I_{\Sigma}$ .

Произвольное множество атомов без переменных называется интерпретацией. Интерпретация  $\text{Int}$  называется моделью программы S, если для каждого правила  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_n$  из  $S$  и каждой подстановки  $\theta: X \rightarrow I_{\Sigma}$  имеет место

$$\{\theta A_1, \dots, \theta A_n\} \subseteq \text{Int} \Rightarrow \theta A_0 \in \text{Int}. \quad (4)$$

Для фактов условие (4) вырождается в требование  $\theta A_0 \in \text{Int}$ .

Обозначим через  $\text{Mod}(S)$  класс всех моделей программы  $S$ . Нетрудно видеть, что интерпретация  $\text{Int}_S \doteq \bigcap \text{Mod}(S)$  — пересечение всех моделей программы  $S$  — также является моделью  $S$  (если условие (4) выполняется в каждой модели  $B$ , то оно выполняется в  $\text{Int}_S$ ). Назовем  $\text{Int}_S$  главной моделью программы  $S$ .

Семантика запросов. Пусть  $x_1, \dots, x_k$  - все переменные запроса  $\leftarrow C_1, \dots, C_r$  к программе  $S$  и для некоторой подстановки  $\theta$  имеет место  $\{\theta C_1, \dots, \theta C_r\} \in \text{Int}_S$ . Тогда кортеж термов  $\langle t_1, \dots, t_k \rangle$ , где  $t_i = \theta x_i$ , называется ответом на запрос  $\leftarrow C_1, \dots, C_r$ . Множество всех ответов на запрос - это  $k$ -арное отношение на множестве  $I_\Sigma$ . Если  $k = 0$ , т.е. в запросе нет переменных, то ответом будет "да", когда  $\{C_1, \dots, C_r\} \in \text{Int}_S$ , и "нет" - в противном случае.

Процедурная семантика. Унификация. Подстановка  $\theta$  называется унификатором атомов  $A$  и  $A'$ , если  $\theta A = \theta A'$ . Унификатор  $\theta$  называется самым общим для  $A$  и  $A'$ , если для любого другого унификатора  $\theta'$  этих атомов найдется подстановка  $\theta''$ , такая, что  $\theta' = \theta'' \theta$ .

Шаг вычислений. Пусть  $Q$  - запрос вида  $\leftarrow C_1, \dots, C_{i-1}, C_i, C_{i+1}, \dots, C_r$  и  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m$  - вариант некоторого правила из  $S$ , такой, что все его переменные отличны от переменных запроса. Если  $\theta$  - самый общий унификатор для  $C_i$  и  $A_0$ , то говорят, что запрос  $Q'$  вида  $\leftarrow \theta C_1, \dots, \theta C_{i-1}, \theta A_1, \dots, \theta A_m, \theta C_{i+1}, \dots, \theta C_r$  выводим из запроса  $Q$  с помощью правила  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_m$  и подстановки  $\theta$ .

Вычисление. Вычислением запроса  $Q$  называется последовательность (может быть, бесконечная) запросов  $\alpha = Q_1, \dots, Q_n, \dots$ , такая, что  $Q_1 = Q$  и  $Q_{i+1}$  выводим из  $Q_i$ . Если  $Q_n$  - пустой запрос, то вычисление называется успешным. С ним связывается подстановка  $\theta_\alpha = \theta_{n-1} \theta_{n-2} \dots \theta_1$ , где  $\theta_i$  - подстановка, с помощью которой запрос  $Q_{i+1}$  выводим из  $Q_i$ . Если  $x_1, \dots, x_k$  - все переменные запроса  $Q$ , то кортеж термов  $\langle t_1, \dots, t_k \rangle$ ,  $t_i = \theta_\alpha x_i$ , называется ответом, выдаваемым этим вычислением (если запрос не содержит переменных, то успешное вычисление выдает ответ "да").

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ I.** Каждый не содержащий переменных частный случай ответа, выдаваемого успешным вычислением на запрос  $Q$ , является ответом на этот запрос, и наоборот, каждый ответ на запрос является частным случаем ответа на этот запрос, выдаваемого успешным вычислением.

Это предложение (доказательство которого можно найти в [5-8]) говорит о том, что процедурная семантика корректна и полна с точки зрения теоретико-модельной семантики. В результате успешного вычисления мы получим либо ответ, правильный с точки зрения теоретико-модельной семантики, либо ответ с переменными - в этом слу-

чае любая подстановка, "устраняющая" переменные, делает этот ответ правильным. С другой стороны, каждый правильный ответ может быть получен в результате успешного вычисления либо непосредственно, либо после подстановки.

### §3. Параметрические программы

Пояснения. Наши параметрические программы отличаются от обычных устройством сигнатуры, состоящей из сложных символов. Так, символы  $List[Nat]$  и  $List[List[Nat]]$  обозначают отношения, являющиеся применением функции  $List$  к отношениям  $Nat$  и  $List[Nat]$  соответственно. "Обычные" символы  $Nat, Even$  и т.п. можно понимать, как имена нульварных функций (значениями которых являются соответствующие отношения).

Сигнатурная алгебра. Пусть задана исходная сигнатура  $\Omega$ , которую теперь (в отличие от рассматриваемой в §2) будем понимать как множество имен функций, причем каждому символу  $\omega \in \Omega$  поставлена в соответствие его характеристика (тип)  $ch(\omega)$ . Характеристика состоит из размерности - кортежа натуральных чисел  $\langle i_1, \dots, i_k \rangle$ ,  $k \geq 0$ , и арности - натурального числа  $j$ , в записи  $ch(\omega) = [i_1, \dots, i_k](j)$ . Фиксируем множество  $P$  параметров, причем каждому параметру также поставим в соответствие арность  $j$ .

Определим по индукции множество  $F_\Omega(P)$  сигнатурных термов, каждому из которых также поставим в соответствие арность:

- 1) параметр  $p \in P$  арности  $j$  есть сигнатурный терм арности  $j$ ;
- 2) если  $\omega \in \Omega$  имеет характеристику  $ch(\omega) = [i_1, \dots, i_k](j)$ ,  $k \geq 0$ , и  $\tau_1, \dots, \tau_k$  - сигнатурные термы арности  $i_1, \dots, i_k$  соответственно то  $\omega[\tau_1, \dots, \tau_k]$  - сигнатурный терм арности  $j$ .

Таким образом, множество  $F_\Omega(P)$  сигнатурных термов является свободной многоосновой алгеброй с типизированными посредством характеристик операциями из  $\Omega$  и свободными образующими из  $P$  (каждое основание алгебры  $F_\Omega(P)$  состоит из сигнатурных термов одной арности). Назовем  $F_\Omega(P)$  сигнатурной алгеброй. Подалгебра  $I_\Omega \subset F_\Omega(P)$  сигнатурной алгебры, состоящая из всех сигнатурных термов без параметров, является инициальной алгеброй.

Образование  $\rho : P \rightarrow F_\Omega(P)$ , такое, что арности термов  $p$  и  $\rho p$  совпадают, назовем параметрической подстановкой. Параметрическая подстановка естественным образом продолжается до гомоморфизма  $\rho : F_\Omega(P) \rightarrow F_\Omega(P)$  - для каждого терма  $\tau = \omega[\tau_1, \dots, \tau_k]$  положим  $\rho\tau \doteq \omega[\rho\tau_1, \dots, \rho\tau_k]$ .

Алгебра  $F_{\Omega}(P)$  и будет сигнатурой, в которой строятся правила параметрической программы. Во всем остальном параметрические конструкции не отличаются от конструкций "обычных" логических программ.

ПРИМЕР. Для нашего примера исходная сигнатура содержит рассматривавшиеся ранее символы  $Nat$  и  $Even$  (с характеристикой  $[ ](0)$ ), а также символ  $List$  с характеристикой  $[1](1)$ . Пусть  $p$  - унарный параметр, тогда  $p, Nat, Even, List[p], List[Nat], List[List[p]]$  - примеры сигнатурных термов.

Параметрические программы. Как и в §2, фиксируем множество переменных  $X$ , функциональную сигнатуру  $\Sigma$  и тем самым множества "обычных" термов  $F_{\Sigma}(X)$  и  $I_{\Sigma}$ . Параметрические программы отличаются от обычных только тем, что в качестве предикатных символов используются термы из  $F_{\Omega}(P)$ : параметрическое правило имеет вид:  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_n$ ,  $n \geq 0$ , где  $A_1$  - атомарная формула (атом) вида  $\tau(t_1, \dots, t_n)$ ,  $t_i \in F_{\Sigma}(X)$ , и  $\tau$  -  $n$ -арный терм из  $F_{\Omega}(P)$ . Параметрическая программа - это множество параметрических правил. Запрос к параметрической программе имеет вид  $\leftarrow C_1, \dots, C_r$ ,  $r \geq 0$ , где  $C_i$  - атом вида  $\tau(t_1, \dots, t_n)$ , причем  $\tau$  -  $n$ -арный терм из  $I_{\Omega}$  (т.е. запросы не содержат параметров).

Теоретико-модельная семантика. Параметрическая программа так же, как и обычная, задает отношения на эрбрановом универсуме  $I_{\Sigma}$ , только теперь это, вообще говоря, бесконечный набор отношений, сопоставляемых сигнатурным термам из  $I_{\Omega}$ .

Произвольное множество атомов без переменных и без параметров, т.е. атомов вида  $\tau(t_1, \dots, t_n)$ , где  $\tau$  -  $n$ -арный терм из  $I_{\Omega}$ , а  $t_i \in I_{\Sigma}$ , называется интерпретацией параметрической программы. Интерпретация  $Int$  называется моделью параметрической программы  $S$ , если для каждого правила  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_n$  из  $S$  и каждой подстановки  $\theta: X \rightarrow I_{\Sigma}$  и  $\rho: P \rightarrow I_{\Omega}$  имеет место

$$\{\rho \theta A_1, \dots, \rho \theta A_n\} \subseteq Int \Rightarrow \rho \theta A_0 \in Int.$$

Определение модели программы  $S$  можно было бы дать в "двухступенчатой" форме. Пусть  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_n$  - правило из  $S$  и  $\rho: P \rightarrow I_{\Omega}$  - параметрическая подстановка, "устраняющая" параметры. Тогда правило  $\rho A_0 \leftarrow \rho A_1, \dots, \rho A_n$  назовем простым случаем правила  $A_0 \leftarrow A_1, \dots, A_n$ . Поставим в соответствие параметрической программе  $S$  программу

$$S(I_{\Omega}) \cong \{r' \mid r' \text{ - простой случай правила } r \in S\}.$$



Теперь, отвлекаясь от алгебраической структуры  $I_{\Omega}$ , можно рассматривать ее элементы как символы обычной сигнатуры. Тогда теоретико-модельная семантика  $S(I_{\Omega})$  – в общем случае бесконечной программы в бесконечной сигнатуре – задается соответствующим определением для обычной программы (из §2). Моделями программы  $S$  по определению считаются модели программы  $S(I_{\Omega})$ . Нетрудно видеть, что эти два определения эквивалентны.

Как и для обычных программ, в классе  $\text{Mod}(S)$  всех моделей параметрической программы  $S$  существует наименьшая (по отношению  $\subseteq$ ) модель  $\text{Int}_S \triangleq \bigcap \text{Mod}(S)$ , которую мы также будем называть главной моделью  $S$ .

Так как запросы к параметрической программе не содержат параметров, то их теоретико-модельная и процедурная семантики описываются определениями из §2, а предложение I связывает теоретико-модельную семантику с процедурной.

#### §4. Представление параметрических программ с помощью обычных

Будем говорить, что параметрические программы  $S$  и  $S'$  эквивалентны, если  $\text{Int}_S = \text{Int}_{S'}$ . Будем говорить также, что  $S$  и  $S'$  эквивалентны относительно запроса  $Q$ , если каждый ответ на  $Q$  в  $S$  является ответом на  $Q$  в  $S'$ , и наоборот.

Каждая параметрическая программа  $S$  эквивалентна по определению "обычной" программе  $S(I_{\Omega})$ , вообще говоря, бесконечной. Возникает вопрос: не существует ли для каждой параметрической программы  $S$  эквивалентная ей конечная программа  $S' \subset S(I_{\Omega})$ , т.е. не являются ли параметрические программы "сокращениями" для обычных программ?

Назовем программу  $S$  неограниченной, если не существует эквивалентной ей конечной программы.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2.** Существуют неограниченные параметрические программы.

Примером такой программы является программа (3) для символа  $\text{List}[p]$  вместе с программами для символов  $\text{Nat}$  и  $\text{Even}$  из §2. Однако для каждого запроса  $Q$  к этой программе существует конечная программа  $S'$  в сигнатуре  $I_{\Omega}$ , эквивалентная ей относительно  $Q$ .

Назовем программу  $S$  локально неограниченной, если для некоторого запроса  $Q$  к  $S$  не существует конечной программы  $S' \subset S(I_{\Omega})$ , эквивалентной  $S$  относительно  $Q$ .

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. Существуют локально неограниченные параметрические программы.

Приведем пример такой программы.

$\text{Zero}(0) \leftarrow$

$\omega[p] (\langle x, x \rangle) \leftarrow p(x)$  ,

$\omega[p] (\langle \langle x, x, x \rangle \rangle) \leftarrow \omega[\omega[p]](x)$ .

В этой программе  $\langle \rangle$  и  $\langle \langle \rangle \rangle$  - функциональные символы для пары и тройки соответственно, а  $\omega$  - функция с характеристикой [1] (I). Нетрудно видеть, что не существует конечной программы без параметров в сигнатуре  $I_\Omega$  (где  $\Omega = \{\text{Zero}, \omega\}$ ), эквивалентной данной программе относительно запроса  $\leftarrow \omega[\text{Zero}](x)$ .

Предложения 2 и 3 не противоречат, конечно, тезису Черча о том, что всегда с помощью подходящей кодировки можно представить в бесконечной сигнатуре модель, задаваемую параметрической программой, в виде обычной модели и построить обычную программу, главной моделью которой будет эта кодирующая модель. Смысл предложений 2 и 3 в том, что это сделать невозможно без кодировки.

Одна из таких кодировок хорошо известна - нужно все сигнатурные термины считать обычными (а параметры - обычными переменными) и вместо каждого  $n$ -арного предикатного символа использовать специальный  $n+1$ -арный предикатный символ, например квадратные скобки (на каждую арность - свои скобки). Тогда каждый атом  $\tau(t_1, \dots, \dots, t_n)$  будет иметь вид  $[\tau, t_1, \dots, t_n]$ , а программа (3) будет выглядеть так:

$[\text{List}(p), \text{nil}] \leftarrow$

$[\text{List}(p), x.y] \leftarrow [p, x], [\text{List}(p), y]$ .

Этот прием используется в работе [2] (где роль скобок играет символ apply), однако там это делается только для некоторых атомов, что и приводит к указанным трудностям. В работе [9] используются только такие предикатные символы (там они изображаются круглыми скобками).

Автор признателен М.Хомякову за многочисленные и полезные беседы, а также А.Ломпу за плодотворное обсуждение параметрических конструкций в стандартном ПРОЛОГе.

## Л и т е р а т у р а

1. KOWALSKI R. The use of metalanguage to assemble object level programs and abstract programs// Proc. of the first intern.logic programming conf. Marseille,1982.
2. WARREN D.H. Higher-order extentions to PROLOG - Are they needed?//Machine Intelligence 10, Ellis and Horwood,1981.
3. GALLAIR H. A study of PROLOG//Computer program synthesis methodologies: Proc.of the NATO advanced study institute, Reidel, 1983.
4. GOGUEN J.A.,MESEGUER J. Equality, types modules and (why not?) generice for logic programming// J.Logic Programming.-1984. - V.1,N 2.- P.179-210.
5. Van EMDEN M.H., KOWALSKI R. The semantics of predicete logic as a programming language// JACM.- 1976.-V.23,N 4.-P.733-743.
6. LLOYD J.W. Foundation of logic programming.- Springer-Verlag, 1984.
7. БОРЩЕВ В.Б. ПРОЛОГ - основные идеи и конструкции //Ирик - ладная информатика. - 1986. - №2. - С. 49-76.
8. БОРЩЕВ В.Б. Логическое программирование //Техническая кибернетика. - 1986. - №2. - С. 89-109.
9. COLMERAUER A., KANOUI H., van CANEGHEM. Prolog, bases theoretiques et development actuels// Techniques et Science Informa - tique.-1983.-N 4.- P.277-311.

Поступила в ред.-изд.отд.

1 апреля 1987 года