ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПРОГРАММИРОВАНИИ
(Вычислительные системы)

1987 год Выпуск 120

УДК 519.68

ЕСТЕСТВЕННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ Σ-ПРОГРАММ

А.А. Воронков

Цель статьи–построение операционной семантики Σ-программ [I], на основе которой можно было бы реализовать интерпретатор языка Σ-программирования. Идея такой семантики было предложена автором в [2]. Так как язык Σ-выражений является прежде всего логическим языком, то для адекватного описания операционной семантики мы выбрали логическое исчисление NAT, которое назвали естественным ввиду его сходства с естественным выводом [3,4]. Перспективность такого подхода к построению семантики языков программирования продемонстрирована, например, в [5,6] для языка функционального программирования Mini-ML.

Кроме операционной семантики, рассмотрим стандартную теоретико-модельную семантику Σ-программ (см. [I]) и докажем эквивалентность истинности Σ-формулы в этой семантике с ее выводимостью в NAT.

§I. Основные определения

Пусть $\mathfrak{M}$ – модель сигнатуры σ_0. Стандартная списочная надстройка $L(\mathfrak{M})$ над $\mathfrak{M}$ – это множество $\bigcup_{i=0}^{\infty} L_i(\mathfrak{M})$, где $L_0(\mathfrak{M}) \rightleftharpoons \mathfrak{M}$; $L_{i+1}(\mathfrak{M}) \rightleftharpoons$ – множество конечных последовательностей с элементами из $L_i(\mathfrak{M}) \cup \mathfrak{M}$.

Как принято в функциональном программировании, пустой список мы будем обозначать через nil, а список с элементами $a_0, \ldots$ $\ldots, a_n$ – через $\langle a_0, \ldots, a_n \rangle$.

На множестве $L(\mathfrak{M})$ вводятся стандартные операции и предикаты cons, head, tail, $\in$, $\subseteq$ следующим образом[x]:

[x] В отличие от списочной надстройки из [I], мы определяем head(a) как первый элемент списка a.

$\mathrm{cons}(a_0, \langle a_1, \ldots, a_n \rangle) \rightleftharpoons \langle a_0, \ldots, a_n \rangle$;

$\mathrm{head}(\langle a_0, \ldots, a_n \rangle) \rightleftharpoons a_0$;

$\mathrm{tail}(\langle a_0, \ldots, a_n \rangle) \rightleftharpoons \langle a_1, \ldots, a_n \rangle$;

$a \in \langle a_0, \ldots, a_n \rangle \rightleftharpoons$ для некоторого $i \in \{0, \ldots, n\}$ $a = a_i$;

$a \subseteq \langle a_0, \ldots, a_n \rangle \rightleftharpoons$ для некоторого $i \in \{0, \ldots, n+1\}$ $a = \langle a_i, \ldots, a_n \rangle$.

Полученную модель (в которой не все функции являются всюду определенными) сигнатуры $\sigma_1 = \sigma_0 \cup \{\mathrm{nil}, \mathrm{head}, \mathrm{tail}, \mathrm{cons}, \in, \subseteq\}$ обозначим через $\mathscr{L}(\mathfrak{M})$.

Наряду с обычными кванторами будем рассматривать ограниченные $(\exists x \in t)$, $(\forall x \in t)$, $(\exists x \subseteq t)$, $(\forall x \subseteq t)$, где терм t не содержит переменной x. Формулу, все кванторы в которой ограничены, назовем Δ_0-формулой. Класс Σ-формул - это наименьший класс формул, содержащий все Δ_0-формулы и замкнутый относительно навешивания связок $\&$, $\vee$, ограниченных кванторов и неограниченного квантора существования.

Позитивные и негативные вхождения подформул в формулы определяются, как обычно. При этом навешивание ограниченных кванторов не влияет на позитивность (негативность) вхождения подформулы.

Пусть сигнатура σ_2 получена из σ_1 добавлением новых предикатных символов $P_0, \ldots, P_n$. Назовем Σ-программой [I] над моделью $\mathfrak{M}$ с определяемыми символами $P_0, \ldots, P_n$ любую последовательность определений вида

$$\begin{array}{ccc} P_0(\bar{x}_0) & \underline{\mathrm{def}} & A_0, \\ \vdots & & \vdots \\ P_n(\bar{x}_n) & \underline{\mathrm{def}} & A_n, \end{array} \qquad (1)$$

где A_i - Σ-формулы сигнатуры σ_2, в которые символы $P_0, \ldots, P_n$ входят только позитивно и все свободные переменные формул A_i содержатся в списке $\bar{x}_i$.

Введем два исчисления GES (см. [I]) и NIL (Natural Intuitionistic List theory) [7], описывающие свойства списочной надстройки. Исчисление NIL - это конструктивный вариант GES, записанный в форме естественного вывода.

Правила вывода NIL:

$$\frac{\mathrm{cons}(s_0,t_0) = \mathrm{cons}(s_1,t_1)}{s_0 = s_1}$$

$$\frac{\mathrm{cons}(s_0,t_0) = \mathrm{cons}(s_1,t_1)}{t_0 = t_1}$$

$$\frac{t \in \mathrm{nil}}{\Lambda} \qquad \frac{t \sqsubseteq \mathrm{nil}}{t = \mathrm{nil}} \qquad \frac{}{t \sqsubseteq t}$$

$$\frac{r \in t}{r \in \mathrm{cons}(s,t)} \qquad \frac{r = s}{r \in \mathrm{cons}(s,t)} \qquad \frac{r \in \mathrm{cons}(s,t)}{r = s \vee r \in t}$$

$$\frac{r \sqsubseteq t}{r \sqsubseteq \mathrm{cons}(s,t)} \qquad \frac{r \sqsubseteq \mathrm{cons}(s,t)}{r \sqsubseteq t \vee r = \mathrm{cons}(s,t)}$$

$$\frac{A(\mathrm{nil}), \quad (\forall x)(\forall y)(A(x) \supset A(\mathrm{cons}(y,x)))}{(\forall x)\ A(x)} \quad \text{(индукция)}$$

$$\frac{(\forall x)((\forall y \in x)\ A(y) \supset A(x))}{(\forall x)\ A(x)} \quad \text{(фундируемость)}$$

Исчисление NIL получается добавлением к этим правилам вывода правил интуиционистского исчисления предикатов, в GES - добавлением правил классического исчисления предикатов. При этом GES и NIL рассматриваются как двусортные теории (см. [I]).

§2. Теоретико-модельная семантика Σ-программ

Далее используются несколько различных сигнатур:

σ_0 – сигнатура модели $\mathfrak{M}$;

$\sigma_1 = \sigma_0 \cup \{ nil, head, tail, cons, \in, \subseteq \}$;

$\sigma_2 = \sigma_1 \cup \{ P_0, \ldots, P_n \}$

$\sigma_3 = \sigma_2$ плюс все константы a для элементов $a \in \mathfrak{M}$.

Пусть S – Σ-программа над моделью $\mathfrak{M}$ вида (I). Определим последовательность моделей $\mathfrak{M}_i(S)$ сигнатуры σ_1, $i = 0,1,\ldots$ Интерпретация формул сигнатуры σ_1 на $\mathfrak{M}_i(S)$ совпадает с их интерпретацией в $\mathcal{L}(\mathfrak{M})$. Интерпретация символов P_i определяется следующим образом:

$$\mathfrak{M}_0(S) \nvDash P_i(\bar{a}) \text{ для всех } i \in 0,\ldots,n \text{ и } \bar{a} \in L(\mathfrak{M});$$

$$\mathfrak{M}_{j+1}(S) \vDash P_i(\bar{a}) \rightleftarrows \mathfrak{M}_j(S) \vDash A_i(\bar{a}).$$

Введем, наконец, модель $\mathfrak{M}(S)$ сигнатуры σ_3, положив для всех атомарных формул A сигнатуры σ_3 $\mathfrak{M}(S) \vDash A$ тогда и только тогда, когда существует j такой, что $\mathfrak{M}_j(S) \vDash A$.

Пусть S_0 и S_1 – две Σ-программы над моделью $\mathfrak{M}$, в число определяемых символов которых входят $P_0, \ldots, P_n$. Будем говорить, что S_0 и S_1 эквивалентны относительно $P_0, \ldots, P_n$, если для любых $i \in \{0,\ldots,n\}$ и $\bar{a} \in L(\mathfrak{M})$ имеет место

$$\mathfrak{M}(S_0) \vDash P_i(\bar{a}) \leftrightarrow \mathfrak{M}(S_1) \vDash P_i(\bar{a}).$$

ПРЕДЛОЖЕНИЕ I. Для любой Σ-программы S_0 над $\mathfrak{M}$ с определяемыми символами $P_0,\ldots,P_n$ существует Σ-программа S_1 с теми же определяемыми символами такая, что

I) S_0 эквивалентна S_1 относительно $P_0,\ldots,P_n$;

2) в S_1 нет вхождений импликации, а отрицание может стоять только перед атомарными формулами (т.е. все формулы из S_1 находятся в негативной нормальной форме [8]).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО основано на эквивалентных преобразованиях – формул, приводящих их к негативной нормальной форме. При этом отрицания ограниченных кванторов определяются так: $\neg(\forall x \in t)A \approx \approx (\exists x \in t)\neg A$ и т.д.

В дальнейшем будем считать, что во всех рассматриваемых Σ-программах вида (I) все формулы A_i находятся в негативной нормальной форме.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Пусть S_0 – Σ-программа с определяемыми символами $P_0, \ldots, P_n$. Тогда существует эквивалентная ей относительно $P_0, \ldots, P_n$ Σ-программа S_1 с теми же определяемыми символами такая, что в S_1 нет вхождений функциональных символов head, tail.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО основано на следующих эквивалентных преобразованиях Σ-формул:

$$A[\ldots \mathrm{head}(t) \ldots] \approx$$
$$\approx (\exists x \in t)(\exists y \sqsubseteq t)(t = \mathrm{cons}(x,y) \;\&\; A[\ldots x \ldots]);$$
$$A[\ldots \mathrm{tail}(t) \ldots] \approx$$
$$\approx (\exists x \in t)(\exists y \sqsubseteq t)(t = \mathrm{cons}(x,y) \;\&\; A[\ldots y \ldots]).$$

В отличие от устранения импликаций, устранение символов head, tail может приводить к существенному удлинению Σ-определений. Поэтому в целях эффективности построения операционной семантики мы не отказываемся от использования этих символов.

Запросом к Σ-программе S назовем любую Σ-формулу $A(\bar{x})$ сигнатуры σ_2. Под запросом понимается следующее: найти все наборы $\bar{a} \in L(\mathfrak{M})$ такие, что $\mathfrak{M}(S) \models A(\bar{a})$.

§3. Исчисление NAT

Исчисление NAT предназначено для вывода Σ-формул. Перечислим правила вывода NAT.

I. Правила для равенства:

$$\frac{}{\mathrm{nil} = \mathrm{nil}} \qquad \frac{s_1 = s_2}{\mathrm{cons}(s_1, \mathrm{nil}) = \mathrm{cons}(s_2, \mathrm{nil})}$$

$$\frac{r_1 = r_2 \quad \mathrm{cons}(s_1, t_1) = \mathrm{cons}(s_2, t_2)}{\mathrm{cons}(r_1, \mathrm{cons}(s_1, t_1)) = \mathrm{cons}(r_2, \mathrm{cons}(s_2, t_2))}$$

$$\frac{}{\mathrm{nil} \neq \mathrm{cons}(t_1, t_2)} \qquad \frac{}{\mathrm{cons}(t_1, t_2) \neq \mathrm{nil}}$$

$$\frac{s_1 \neq s_2}{cons(s_1, t_1) \neq cons(s_2, t_2)} \qquad \frac{t_1 \neq t_2}{cons(s_1, t_1) \neq cons(s_2, t_2)}$$

2. Правила для $\in$:

$$\frac{r = s}{r \in cons(s\ , nil)} \qquad \frac{r = s \quad t = cons(t_1, t_2)}{r \in cons(s, t)}$$

$$\frac{r \in t}{r \in cons(s,t)} \qquad \frac{}{s \notin nil} \qquad \frac{r \neq s \quad r \notin t}{r \notin cons(s,t)}$$

3. Правила для $\subseteq$:

$$\frac{}{nil \subseteq nil} \qquad \frac{cons(s_1,t_1) = cons(s_2,t_2)}{cons(s_1,t_1) \subseteq cons(s_2,t_2)} \qquad \frac{r \subseteq t}{r \subseteq cons(s,t)}$$

$$\frac{}{cons(s,t) \not\subseteq nil} \qquad \frac{r \neq cons(s,t) \quad r \not\subseteq t}{r \not\subseteq cons(s,t)}$$

4. Правила для head, tail:

$$\frac{A(s)}{A(head\ (cons(s,nil)))} \qquad \frac{A(nil)}{A(tail\ (cons(s, nil)))}$$

$$\frac{A(s) \quad t = cons(t_1, t_2)}{A(head(cons(s,t)))} \qquad \frac{A(t) \quad t = cons(t_1, t_2)}{A(tail(cons(t_1,t_2)))},$$

где A - произвольная формула.

5. Правила для логических связок:

$$\frac{A}{A \vee B} \qquad \frac{B}{A \vee B} \qquad \frac{A \quad B}{A \ \&\ B}$$

6. Правило для квантора: $\dfrac{A(t)}{(\exists x)\ A(x)}$.

7. Правила для ограниченных кванторов:

$$\frac{}{(\forall x \in nil)\ A(x)} \qquad \frac{A(s) \quad (\forall x \in t)\ A(x)}{(\forall x \in cons(s,t))\ A(x)}$$

$$\frac{A(s)}{(\exists x \in cons(s,nil))\ A(x)} \qquad \frac{A(s) \quad t = cons(t_1,t_2)}{(\exists x \in cons(s,t))A(x)}$$

$$\frac{(\exists x \in t)\ A(x)}{(\exists x \in \mathrm{cons}(s,t))\ A(x)}$$

$$\frac{A(\mathrm{nil})}{(\forall x \sqsubseteq \mathrm{nil})\ A(x)} \qquad \frac{A(\mathrm{cons}(s,t)) \quad (\forall x \sqsubseteq t)\ A(x)}{(\forall x \sqsubseteq \mathrm{cons}(s,t))\ A(x)}$$

$$\frac{A(\mathrm{nil})}{(\exists x \sqsubseteq \mathrm{nil})\ A(x)} \qquad \frac{A(\mathrm{cons}(s,\mathrm{nil}))}{(\exists x \sqsubseteq \mathrm{cons}(s,\mathrm{nil}))\ A(x)}$$

$$\frac{A(\mathrm{cons}(s,t)) \qquad t = \mathrm{cons}(t_1,t_2)}{(\exists x \sqsubseteq \mathrm{cons}(s,t))\ A(x)} \qquad \frac{(\exists x \sqsubseteq t)\ A(x)}{(\exists x \sqsubseteq \mathrm{cons}(s,t))\ A(x)}$$

Назовем терм t неправильным, если а) t не содержит вхождений head, tail; б) t содержит вхождение подтерма вида $f(t_1,\ldots,t_n)$ такое, что f – функциональный символ сигнатуры σ_0, а один из t_i содержит вхождение nil или cons.

Пусть S – Σ-программа над моделью $\mathfrak{M}$. Введем исчисление $NAT(S)$, которое получается из NAT добавлением следующих правил вывода.

8. (Дополнительные) правила для равенства:

$$\frac{}{t \neq \mathrm{nil}} \qquad \frac{}{\mathrm{nil} \neq t} \qquad \frac{}{t \neq \mathrm{cons}(r,s)} \qquad \frac{}{\mathrm{cons}(r,s) \neq t},$$

где t – терм сигнатуры σ_0 или неправильный терм.

9. (Дополнительные) правила для $\in$: $\frac{}{r \notin t}$, где t – терм сигнатуры σ_0 или неправильный терм.

10. (Дополнительные) правила для $\sqsubseteq$: $\frac{}{r \not\sqsubseteq t}$, где r – терм сигнатуры σ_0 или неправильный терм, или t – терм сигнатуры σ_0 или неправильный терм.

11. (Дополнительные) правила для ограниченных кванторов:

$$\frac{}{(\forall x \in t)\ A} \qquad \frac{}{(\forall x \sqsubseteq t)\ A},$$

где t – терм сигнатуры σ_0 или неправильный терм.

12. Правила для атомов: $\frac{}{A}$, где A – замкнутая атомарная формула сигнатуры σ_0, истинная в $\mathfrak{M}$; $\frac{}{\neg A}$, где A – замкнутая атомарная формула сигнатуры σ_0, ложная в $\mathfrak{M}$;

13. Правила для определений $\dfrac{A(\bar{t})}{P(\bar{t})}$, если в S имеется определение вида $P(\bar{x})$ <u>def</u> $A(\bar{x})$.

ПРИМЕР. Пусть $\mathfrak{M}$ – модель $(N, \leq)$ натуральных чисел с естественным порядком $\leq$, а S – Σ-программа, которая проверяет, является ли данный список упорядоченным:

$$\mathrm{Ordered}(x)\ \underline{\mathrm{def}}\ (\forall y \sqsubseteq x)(y = \mathrm{nil} \vee \mathrm{tail}(y) = \mathrm{nil} \vee \mathrm{head}(y) \leq$$
$$\leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(y))).$$

Ниже приведен NAT(S)-вывод формулы $\mathrm{Ordered}(\langle 3,5,7\rangle)$ (напомним, что $\langle 3,5,7\rangle$ – сокращение для $\mathrm{cons}(3,\mathrm{cons}(5,\mathrm{cons}(7,\mathrm{nil})))$:

$$\begin{array}{l}
\hline
3 \leq 5 \\ \hline
3 \leq \mathrm{head}(\langle 5,7\rangle) \\ \hline
\mathrm{head}(\langle 3,5,7\rangle) \leq \mathrm{head}(\langle 5,7\rangle) \\ \hline
\mathrm{head}(\langle 3,5,7\rangle) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(\langle 3,5,7\rangle)) \\ \hline
\langle 3,5,7\rangle=\mathrm{nil} \vee \mathrm{tail}(\langle 3,5,7\rangle)=\mathrm{nil} \vee \mathrm{head}(\langle 3,5,7\rangle) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(\langle 3,5,7\rangle)) \quad \Pi_1 \\ \hline
(\forall y \sqsubseteq \langle 3,5,7\rangle)(y=\mathrm{nil} \vee \mathrm{tail}(y)=\mathrm{nil} \vee \mathrm{head}(y) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(y))) \\ \hline
\mathrm{Ordered}(\langle 3,5,7\rangle)
\end{array},$$

где Π_1 – вывод

$$\begin{array}{l}
\hline
5 \leq 7 \\ \hline
5 \leq \mathrm{head}(\langle 7\rangle) \\ \hline
\mathrm{head}(\langle 5,7\rangle) \leq \mathrm{head}(\langle 7\rangle) \\ \hline
\mathrm{head}(\langle 5,7\rangle) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(\langle 5,7\rangle)) \\ \hline
\langle 5,7\rangle=\mathrm{nil} \vee \mathrm{tail}(\langle 5,7\rangle)=\mathrm{nil} \vee \mathrm{head}(\langle 5,7\rangle) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(\langle 5,7\rangle)) \quad \Pi_2 \\ \hline
(\forall y \sqsubseteq \langle 5,7\rangle)(y=\mathrm{nil} \vee \mathrm{tail}(y)=\mathrm{nil} \vee \mathrm{head}(y) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(y)))
\end{array},$$

где Π_2 – вывод

$$\begin{array}{l}
\hline
\mathrm{nil}=\mathrm{nil} \\ \hline
\mathrm{tail}(\langle 7\rangle) = \mathrm{nil} \\ \hline
\langle 7\rangle=\mathrm{nil} \vee \mathrm{tail}(\langle 7\rangle)=\mathrm{nil} \vee \mathrm{head}(\langle 7\rangle) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(\langle 7\rangle)) \quad \Pi_3 \\ \hline
(\forall y \sqsubseteq \langle 7\rangle)(y=\mathrm{nil} \vee \mathrm{tail}(y)=\mathrm{nil} \vee \mathrm{head}(y) \leq \mathrm{head}(\mathrm{tail}(y)))
\end{array},$$

где Π_3 – вывод

$$\frac{\dfrac{\overline{\quad}}{nil=nil}}{\dfrac{nil=nil \vee tail(nil)=nil \vee head(nil) \leq head(tail(nil))}{(\forall y \subseteq nil)(y=nil \vee tail(y)=nil \vee head(y) \leq head(tail(y)))}} .$$

ТЕОРЕМА I. Пусть S – Σ-программа над моделью $\mathfrak{M}$, A – замкнутая Σ-формула сигнатуры σ_3. Тогда эквивалентны следующие утверждения:

I) $\mathfrak{M}(S) \models A$,

2) $NAT(S) \vdash A$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 2) $\Rightarrow$ I) очевидно, так как все правила вывода $NAT(S)$ допустимы относительно истинности в $\mathfrak{M}(S)$.

I) $\Rightarrow$ 2). Доказательство теоремы в эту сторону основано на том, что правилами вывода NAT моделируются все возможные случаи проверки истинности Σ-формул. Например, для того, чтобы формула $(\forall x \in t)A(x)$ была истинной, достаточно привести t к виду nil или $\langle a_0, \ldots, a_n\rangle$ (это делается с помощью правил для $head$ и $tail$), а проверка на истинность формулы $(\forall x \in nil)A(x)$ или $(\forall x \in \langle a_0, \ldots$ $\ldots, a_n\rangle)A(x)$ делается с помощью правил для ограниченных кванторов.

Обозначим через $NIL(S)$ (соответственно $GES(S)$) исчисление, полученное из NIL (соответственно GES) добавлением правил вывода вида 8–I3.

ТЕОРЕМА 2. Пусть S – Σ-программа над моделью $\mathfrak{M}$, в формулах которой нет вхождений символов $head$, $tail$, и A – замкнутая Σ-формула сигнатуры σ_3. Тогда эквивалентны следующие условия:

1) $NAT(S) \vdash A$,

2) $NIL(S) \vdash A$,

3) $GES(S) \vdash A$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. I) $\Rightarrow$ 2) вытекает из того, что все правила вывода NAT, кроме правил для $head$, $tail$, являются производными в NIL.

2) $\Rightarrow$ 3) очевидно, так как все правила вывода NIL являются правилами вывода GES.

3) $\Rightarrow$ I). Пусть $GES(S) \vdash A$. Тогда очевидно, $\mathfrak{M}(S) \models A$. По теореме I, $NAT(S) \vdash A$.

Итак, мы получили некоторый аналог полноты SLD-резолюции на хорновых дизъюнктах для случая Σ-формул,а именно,что A выводима в NAT(S) (аналог SLD-резолюции) тогда и только тогда, когда она выводима классически (т.е. в GES(S)), а также тогда и только тогда, когда она выводима интуиционистски (т.е. в NIL(S)).

В последующей публикации мы собираемся показать, как исчисление NAT можно использовать для построения корректного интерпретатора Σ-программ.

Автор благодарен А.В.Манциводе за советы,оказавшиеся чрезвычайно полезными.

Литература

I. ГОНЧАРОВ С.С., СВИРИДЕНКО Д.И. Σ-программирование //Логико-математические основы проблемы МОЗ - Новосибирск, 1985. Вып. 107: Вычислительные системы. - С. 3-29.

2. ВОРОНКОВ А.А. Способы выполнения программ в Σ-программировании //4 Всесоюз. конф. "Применение методов математической логики".-Таллин, 1986. - С.51-53.

3. ГЕНЦЕН Г. Исследования логических выводов //Математическая теория логического вывода. -М.: Наука, 1967. - С. 9-74.

4. PRAWITZ D. Natural deduction.- Stockholm: Almquist and Wicksell,1965.

5. DESPEYROUX J. Proof of translation in natural semantics. -1985, 13 p. (Repport de Recherche/ INRIA; N 514).

6. CLÉMENT D., DESPEYROUX J., DESPEYROUX T., KAHN G. A siple applicative language MINI-ML//Ibid.-1986.-N 529.- 15 p.

7. ВОРОНКОВ А.А. Интуиционистская теория списков //8 Всесоюз. конф. по математической логике. - Москва, 1986. - С. 32.

8. КЕЙСЛЕР Г., ЧЭН Ч.Ч. Теория моделей. - М.: Мир, 1977.

Поступила в ред.-изд.отд.
3 марта 1987 года