МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ИНФОРМАЦИОННО-ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ
(Вычислительные системы)

1988 год Выпуск 125

УДК 519

К ОБОСНОВАНИЮ ТЕОРИИ ФИЗИЧЕСКИХ СТРУКТУР

К.Ф. Самохвалов

Всякая физическая теория высказывается об эмпирических отношениях (иначе она физически бессодержательна). А всякий разговор об эмпирическом отношении имеет своим предметом (среди прочего) или само это отношение как подмножество некоторого множества, или смысл отношения как способ (инструкция) его наблюдения, или связь между тем и другим. Вообще говоря, знать смысл (инструкцию по наблюдению) эмпирического отношения - это еще не значит знать само отношение. Например, мы понимаем смысл отношения между людьми "x выше ростом y", не зная насчет всей Земли, кто кого конкретно выше. Но тем не менее не всякое предположение об объемных характеристиках отношения согласуется заведомо с любым его смыслом. В некоторых особых случаях упомянутое предположение накладывает весьма сильные ограничения на допустимые смыслы (инструкции по наблюдению) рассматриваемых отношений.

Цель работы - попытаться представить теорию физических структур как описание определенного класса именно такого рода особых случаев. Оказывается, такая точка зрения на названную теорию позволяет избавить ее от онтологических допущений типа: "изучаемые физические объекты составляют многообразие такой-то размерности", "каждому реальному объекту сопоставляются два идеальных" и т.п.

1. Начнем с предварительных замечаний. Пусть $\mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ - произвольные (непустые) классы каких-то физических сущностей (тел, событий и т.д.), подлежащих изучению. И пусть ρ - некая инструкция по манипулированию (с помощью выбранных средств - приборов) объектами из $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$. Пусть она применима к каждому набору длины $n+m$, состоящему из n элементов класса $\mathfrak{M}$ и m элементов класса $\mathfrak{N}$, и предусматривает два возможных исхода ("нет" или "да") для любого такого применения. Каждой тройке $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho)$ соответствует эмпирическое отношение $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho} \subseteq \mathfrak{M}^n \times \mathfrak{N}^m$, задаваемое условием

$$(\forall i_1,\dots,i_n \in \mathfrak{M})(\forall \alpha_1,\dots,\alpha_m \in \mathfrak{N})(R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}(i_1,\dots
\dots,i_n;\alpha_1,\dots,\alpha_m) \leftrightarrow \rho(i_1,\dots,i_n;\alpha_1,\dots,\alpha_m) = \text{"да"}). \quad (1)$$

Инструкцию ρ можно рассматривать как способ наблюдения эмпирического отношения $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$, или просто как его смысл.

Выбрав $\mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ и ρ, исследователь, как отмечено выше, еще не обязательно знает все исходы наблюдений отношения $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$ с помощью инструкции ρ. Об объемных характеристиках отношения $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$ он может, как правило, только гадать.

Эмпирическая теория, относящаяся к данным $\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho$, как раз и является неким способом предположительно указать какую-то характеристику отношения $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$, соответствующую, если упомянутое предположение верно, исходам применения к объектам из $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$ инструкции ρ. Сказать "характеристика отношения $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$ такая-то и такая-то" означает сказать" $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$ принадлежит такому-то и такому-то подклассу $\mathfrak{R}_{\mathfrak{M},\mathfrak{N}}$ класса всех возможных $(n+m)$-местных отношений на $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N})$".Поэтому эмпирическая теория - это четверка $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho, \mathfrak{R}_{\mathfrak{M},\mathfrak{N}})$.Декларируя такую теорию, исследователь предсказывает (быть может, оп -

рометчиво), что исходы применений инструкции ρ к всевозможным наборам из n элементов класса $\mathfrak{M}$ и m элементов класса $\mathfrak{N}$ образуют какое-то (не известно, какое именно) отношение $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$, принадлежащее классу $\mathcal{R}_{\mathfrak{M},\mathfrak{N}}$.

2. В простейших случаях классы $\mathcal{R}_{\mathfrak{M},\mathfrak{N}}$ тривиальны. В частности, они могут быть единичными и для каждых $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$ содержать в качестве своего единственного члена $(n+m)$-местное отношение $\mathfrak{M}^n \times \mathfrak{N}^m$, универсальное на $(\mathfrak{M},\mathfrak{N})$. Теории с такими $\mathcal{R}_{\mathfrak{M},\mathfrak{N}}$ называются <u>универсальными.</u>

Таким образом, универсальная эмпирическая теория состоит в принятии предположения, что $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$ удовлетворяет условию

$$(\forall i_1,\dots,i_n \in \mathfrak{M})(\forall \alpha_1,\dots,\alpha_m \in \mathfrak{N})$$

$$R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}(i_1,\dots,i_n;\alpha_1,\dots,\alpha_m) \ . \qquad (2)$$

Если $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$ бесконечны, то установить безошибочность такой теории, как правило, невозможно. Зато, если она неверна, убедиться в этом можно, обнаружив такую $(n+m)$-ку объектов из $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$, что применение к ней инструкции ρ имеет своим исходом "нет". Иными словами, универсальные эмпирические теории фальсифицируемы, но, вообще говоря, не верифицируемы.

3. Так как, оставаясь в рамках теории физических структур, мы будем иметь дело только с универсальными теориями ("принцип феноменологической симметрии" Ю.И.Кулакова), то можно впредь каждую такую теорию отождествлять с тройкой (а не с четверкой, как выше) $(\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho)$ и называть ее эмпирической структурой ранга (n,m), явно указывая тем самым местность инструкции ρ. Иными словами, мы вводим определение: тройка $(\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho)$ - <u>эмпирическая структура ранга (n,m)</u>, если

соответствующее ей $(n+m)$-местное отношение $R_{\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho}$ (задаваемое определением (1)) удовлетворяет условию (2).

4. Не все такие структуры интересны физику. Например, может быть так, что в какой-то конкретной структуре $(\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho)$ классы $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$ не содержат объектов, достойных изучения. Или, наоборот, классы $\mathfrak{M},\mathfrak{N}$ интересны, но инструкция ρ выбрана заведомо вздорной. Могут быть не интересны ни $\mathfrak{M}$, ни $\mathfrak{N}$, ни ρ. Поэтому резонно ограничиться рассмотрением для каждых m, n более или менее узких подклассов класса всех эмпирических структур ранга (n, m). Эти подклассы выделяются предъявлением определенных требований к инструкциям ρ; и требования, о которых идет речь, должны, разумеется, отвечать нашим представлениям о том, с какими именно инструкциями физик заинтересован иметь дело. Тут особое место занимают требования, выделяющие такие инструкции ρ, сам вид которых обеспечивает возможность предсказывать одни показания приборов по другим. Кроме того, предъявляются требования, отражающие и другие аспекты нашего интереса к эмпирическим структурам. Например, желательно иметь дело с инструкциями ρ, которые просты для понимания, легко осуществимы, удобны для точного их описания и т.д. Формулировки соответствующих требований зависят, конечно, от области науки, в которой работает исследователь, от задач, стоящих перед ним, и т.д., а также от его вкусов. Здесь нельзя дать общих рецептов. Но коль скоро такие требования сформулированы, то всякую эмпирическую структуру $(\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho)$, в которой ρ отвечает этим требованиям, будем называть <u>физической.</u>

5. Важный класс таких структур описывает теория Ю.И.Кулакова [1].

Пусть $a^{\mu}: \mathfrak{M}\times\mathfrak{N}\to \mathrm{Re}$ - отображение из $\mathfrak{M}\times\mathfrak{N}$ в числовую ось, осуществляемое каким-то прибором μ с двумя входами и числовой шкалой (числовым выходом). И пусть f :

$Re^{m+mn+n} \to Re$ – $(m+mn+n)$-местная операция на Re. Рассмотрим инструкцию $\rho(\mu, f, m, n)$ вида: *"Возьмите произвольную $(n+1)$-ку $(i_1, \ldots, i_n, i_{n+1})$ объектов из $\mathfrak{M}$ и произвольную $(m+1)$-ку $(\alpha_1, \ldots, \alpha_m, \alpha_{m+1})$ объектов из $\mathfrak{N}$. С помощью прибора μ определите $(m+1)(n+1)$ чисел $a^\mu(i_1, \alpha_1), \ldots$ $\ldots, a^\mu(i_{n+1}, \alpha_{n+1})$. Проверьте, выполняется ли равенство*

$$a^\mu(i_{n+1}, \alpha_{m+1}) = f(a^\mu(i_{n+1}, \alpha_1), \ldots, a^\mu(i_{n+1}, \alpha_m); \; a^\mu(i_1, \alpha_1), \ldots, a^\mu(i_n, \alpha_m); \; a^\mu(i_1, \alpha_{m+1}), \ldots, a^\mu(i_n, \alpha_{m+1})). \tag{3}$$

Считайте, что исход применения $\rho(\mu, f, m, n)$ к паре кортежей $(i_1, \ldots, i_{n+1})$ и $(\alpha_1, \ldots, \alpha_{m+1})$ есть "да", если равенство (3) выполнено, и "нет" – в противном случае".

Согласно (1) с помощью этой инструкции наблюдается $(n+1+m+1)$-местное эмпирическое отношение $R_{\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n)}$, задаваемое условием:

$$(\forall i_1, \ldots, i_{n+1} \in \mathfrak{M})(\forall \alpha_1, \ldots, \alpha_{m+1} \in \mathfrak{N})$$

$$(R_{\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n)}(i_1, \ldots, i_{n+1}; \alpha_1, \ldots, \alpha_{m+1}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^\mu(i_{n+1}, \alpha_{m+1}) = f(a^\mu(i_{n+1}, \alpha_1), \ldots$$

$$\ldots, a^\mu(i_{n+1}, \alpha_m); \; a^\mu(i_1, \alpha_1), \ldots, a^\mu(i_n, \alpha_m);$$

$$a^\mu(i_1, \alpha_{m+1}), \ldots, a^\mu(i_n, \alpha_{m+1}))). \tag{4}$$

Предположим, что $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n))$ – эмпирическая структура ранга $(n+1, m+1)$, т.е. предположим, что отношение $R_{\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n)}$, задаваемое условием (4), универсально на $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N})$. Тогда

$$(\forall i_1,\dots,i_{n+1} \in \mathfrak{M})(\forall \alpha_1,\dots,\alpha_{m+1} \in \mathfrak{N})$$
$$(a^{\mu}(i_{n+1},\alpha_{m+1}) = f(a^{\mu}(i_{n+1},\alpha_1),\dots,a^{\mu}(i_{n+1},\alpha_m);$$
$$a^{\mu}(i_1,\alpha_1),\dots,a^{\mu}(i_n,\alpha_m);$$
$$a^{\mu}(i_1,\alpha_{m+1}),\dots,a^{\mu}(i_n,\alpha_{m+1}))). \tag{5}$$

Произвольно зафиксируем кортеж $(\bar{1},\dots,\bar{n})$ объектов $\bar{1},\dots,\bar{n}$ из $\mathfrak{M}$ и кортеж $(\underline{1},\dots,\underline{m})$ объектов $\underline{1},\dots,\underline{m}$ из $\mathfrak{N}$. (Объекты $\bar{1},\dots,\bar{n}$ назовем эталонами в $\mathfrak{M}$, а $\underline{1},\dots,\underline{m}$ - эталонами в $\mathfrak{N}$.) Тогда из (5) следует:

$$(\forall i \in \mathfrak{M})(\forall \alpha \in \mathfrak{N})(a^{\mu}(i,\alpha) =$$
$$= f(a^{\mu}(i,\underline{1}),\dots,a^{\mu}(i,\underline{m});$$
$$a^{\mu}(\bar{1},\underline{1}),\dots,a^{\mu}(\bar{n},\underline{m});$$
$$a^{\mu}(\bar{1},\alpha),\dots,a^{\mu}(\bar{n},\alpha))). \tag{6}$$

Введя обозначения:

$$a^{\mu}(i,\underline{1}) \equiv x_1(i),\dots,a^{\mu}(i,\underline{m}) \equiv x_m(i);$$
$$a^{\mu}(\bar{1},\underline{1}) \equiv a_{11},\dots,a^{\mu}(\bar{n},\underline{m}) \equiv a_{nm};$$
$$a^{\mu}(\bar{1},\alpha) \equiv y_1(\alpha),\dots,a^{\mu}(\bar{n},\alpha) \equiv y_n(\alpha),$$

перепишем (6) в виде

$$(\forall i \in \mathfrak{M})(\forall \alpha \in \mathfrak{N})(a^{\mu}(i,\alpha) = f(x_1(i),\dots$$
$$\dots,x_m(i);a_{11},\dots,a_{nm};y_1(\alpha),\dots,y_n(\alpha))). \tag{7}$$

Подставляя (7) в (5), имеем:

$$(\forall i_1,\dots,i_{n+1} \in \mathfrak{M})(\forall \alpha_1,\dots,\alpha_{m+1} \in \mathfrak{N})$$
$$(f(x_1(i_{n+1}),\dots,x_m(i_{n+1}); a_{11},\dots,a_{nm};$$
$$y_1(\alpha_{m+1}),\dots,y_n(\alpha_{m+1})) = f(f(x_1(i_{n+1}),\dots,x_m(i_{n+1});$$
$$a_{11},\dots,a_{nm};y_1(\alpha_1),\dots,y_n(\alpha_1)),\dots,f(x_1(i_{n+1}),\dots$$

$$\ldots, x_m(i_{n+1});\ a_{11},\ldots,a_{nm};\ y_1(\alpha_m),\ldots,y_n(\alpha_m));$$

$$f(x_1(i_1),\ldots,x_m(i_1);\ a_{11},\ldots,a_{nm};\ y_1(\alpha_1),\ldots$$

$$\ldots,y_n(\alpha_1)),\ldots,f(x_1(i_n),\ldots,x_m(i_n);\ a_{11},\ldots,a_{nm};$$

$$y_1(\alpha_m),\ldots,y_n(\alpha_m));\ f(x_1(i_1),\ldots,x_m(i_1);\ a_{11},\ldots$$

$$\ldots,a_{nm};\ y_1(\alpha_{m+1}),\ldots,y_n(\alpha_{m+1})),\ldots,f(x_1(i_n),\ldots$$

$$\ldots,x_m(i_n);a_{11},\ldots,a_{nm};y_1(\alpha_{m+1}),\ldots,y_n(\alpha_{m+1})))). \quad (8)$$

Введя новые обозначения:

$$x_1(i_1) \equiv X_1^{(1)},\ldots,x_m(i_{n+1}) \equiv X_m^{(n+1)};$$

$$y_1(\alpha_1) \equiv Y_1^{(1)},\ldots,y_n(\alpha_{m+1}) \equiv Y_n^{(m+1)},$$

перепишем равенство в подкванторной части (8) в виде:

$$f(X_1^{(n+1)},\ldots,X_m^{(n+1)};a_{11},\ldots,a_{nm};Y_1^{(m+1)},\ldots,Y_n^{(m+1)})=$$

$$=f(f(X_1^{(n+1)},\ldots,X_m^{(n+1)};a_{11},\ldots,a_{nm};Y_1^{(1)},\ldots,Y_n^{(1)}),\ldots$$

$$\ldots,f(X_1^{(n+1)},\ldots,X_m^{(n+1)};a_{11},\ldots,a_{nm};Y_1^{(m)},\ldots,Y_n^{(m)});$$

$$f(X_1^{(n)},\ldots,X_m^{(n)};a_{11},\ldots,a_{nm};Y_1^{(1)},\ldots,Y_n^{(1)}),\ldots$$

$$\ldots,f(X_1^{(n)},\ldots,X_m^{(n)};a_{11},\ldots,a_{nm};Y_1^{(m)},\ldots,Y_n^{(m)});$$

$$f(X_1^{(1)},\ldots,X_m^{(1)};a_{11},\ldots,a_{nm};Y_1^{(m+1)},\ldots,Y_n^{(m+1)}),\ldots$$

$$\ldots,f(X_1^{(n)},\ldots,X_m^{(n)};a_{11},\ldots,a_{nm};Y_1^{(m+1)},\ldots,Y_n^{(m+1)})). \quad (9)$$

Равенство (9) - условие, которое налагается на вид инст - рукции $\rho(\mu,f,m,n)$ предположением, что $(\mathfrak{M},\mathfrak{N},\rho(\mu,f,m,n))$ - эмпирическая структура ранга $(n+1, m+1)$. Это довольно сильное условие. Из него, в частности, следует, что если функция $f(x_1,\ldots,x_{m+mn+n})$ не удовлетворяет (9) ни для какой $(m+3mn+n)$-ки $(X_1^{(1)},\ldots,X_m^{(n+1)}, a_{11},\ldots, a_{nm},$

$Y_1^{(1)}, \ldots, Y_n^{(m+1)}$) чисел из Re, то, каковы бы ни были $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ и μ, инструкция $\rho(\mu, f, m, n)$ не позволяет определить на $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N})$ универсальное отношение $R_{\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n)}$.

В общем случае здесь имеет место следующая ситуация. Пусть для данной произвольной операции $f: Re^{m+mn+n} \to Re$ множество $D(f)$ есть подмножество множества $Re^{m+3mn+n}$, состоящее в точности из тех $(m+3mn+n)$-ок $(X_1^{(1)}, \ldots, X_m^{(n+1)}, a_{11}, \ldots, a_{nm}, Y_1^{(1)}, \ldots, Y_n^{(m+1)})$, для которых выполняется (9). Тогда если для некоторых $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, μ и данной f тройка $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n))$ - эмпирическая структура ранга $(n+1, m+1)$, то классы объектов $\mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ и прибор μ таковы, что для всех $i_1, \ldots, i_{n+1}, \bar{1}, \ldots, \bar{n} \in \mathfrak{M}$ и всех $\alpha_1, \ldots, \alpha_{m+1}$, $\underline{1}, \ldots, \underline{m} \in \mathfrak{N}$ $(m+3mn+n)$-ки чисел $(a^{\mu}(i_1, \underline{1}), \ldots$ $\ldots, a^{\mu}(i_{n+1}, \underline{m}), a^{\mu}(\bar{1}, \underline{1}), \ldots, a^{\mu}(\bar{n}, \underline{m}), a^{\mu}(\bar{1}, \alpha_1), \ldots$ $\ldots, a^{\mu}(\bar{n}, \alpha_{m+1}))$ принадлежат $D(f)$.

6. Особый интерес представляют те инструкции $\rho(\mu, f, m, n)$, у которых f таковы, что $D(f) = Re^{m+3mn+n}$. Для таких f равенство (9) превращается в тождество, и, следовательно, такие f являются решениями функциональных уравнений вида (9). Если дополнительно потребовать, чтобы f на Re^{m+mn+n} были (достаточное число раз) дифференцируемы и отличались от постоянных, то таким f будет отвечать подкласс эмпирических структур, называемых физическими в соответствии со следующим определением: если $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n))$- эмпирическая структура ранга $(n+1, m+1)$, а f дифференцируема (достаточное число раз) на Re^{m+mn+n}, отлична от постоянной и такова, что $D(f) = Re^{m+3mn+n}$, то $(\mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \rho(\mu, f, m, n))$ - физическая структура ранга $(n+1, m+1)$.

Центральным результатом теории физических структур [1] является алгоритм, позволяющий для всякой пары (m, n) определить, имеет ли соответствующее функциональное уравнение вида

(9) дифференцируемые (достаточное число раз), отличные от постоянных решения, и если да, то какие именно. Тем самым описывается класс всех возможных физических структур (на двух множествах).

В итоге мы видим, что теория физических структур может быть изложена без каких-либо ссылок на "многообразия физических объектов" или на "идеальные объекты, сопоставляемые реальным вещам".

7. Читатель может спросить: а почему, собственно, из всех возможных эмпирических структур выделены в качестве физических именно те, что отвечают определению п.6? Ответ: потому, что, как показывает анализ (подробности см. в [1]), с инструкциями именно такого типа имеют дело физики при изучении важных разделов своей науки. Быть может, эмпирические структуры с другими инструкциями станут интересны при дальнейшем развитии физики, и тогда появятся мотивы для расширения понятия физической структуры за пределы определения п.6.

Литература

1. КУЛАКОВ Ю.И. Элементы теории физических структур.-Новосибирск, 1968. - 217 с.

Поступила в ред.-изд.отд.
22 июня 1988 года