МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ИНФОРМАЦИОННО-ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ
(Вычислительные системы)

1988 год Выпуск 125

УДК 512.816

ПРОСТЕЙШИЕ ДВУМЕТРИЧЕСКИЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ

Г.Г.Михайличенко, Е.Л.Лозицкий

Пусть $\mathfrak{M}\subset R^{2m}$, $\mathfrak{N}\subset R^{2n}$, $m\geq 1$, $n\geq 1$, - открытые области и $f: \mathfrak{M}\times\mathfrak{N}\to R^2$ - гладкая функция, существенно зависящая от координат и ставящая в соответствие паре из $\mathfrak{M}\times\mathfrak{N}$ два вещественных числа. Введем функцию $F: \mathfrak{M}^{n+1}\times\mathfrak{N}^{m+1}\to R^{2(m+1)(n+1)}$, поставив в соответствие кортежу длины $m+n+2$ из $\mathfrak{M}^{n+1}\times\mathfrak{N}^{m+1}$ упорядоченную по нему совокупность $2(m+1)(n+1)$ чисел, соответствующих всем $(m+1)\times(n+1)$ парам его точек.

Будем говорить, что исходная функция f задает на множествах $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$ двуметрическую физическую структуру ранга $(n+1, m+1)$, если множество значений функций F принадлежит регулярной поверхности коразмерности 2.

Преобразования: $\lambda: \mathfrak{M}\to\mathfrak{M}$, $\sigma: \mathfrak{N}\to\mathfrak{N}$, сохраняющие функцию f, называются движением. Можно показать, используя методы из [1], что функция f допускает не более чем $2mn$-мерную группу движений.

Приведем некоторые выражения:

1. $m = 1$, $n = 1$:

а) $f_1 = x+\xi$, $f_2 = y+\eta$,

б) $f_1 = (x+\xi)y$, $f_2 = (x+\xi)\eta$;

2. $m = 1$, $n = 2$:

а) $f_1 = x\xi+\eta$, $f_2 = y\mu+\nu$,

б) $f_1 = (x+\xi)(y\eta+\mu)$, $f_2 = (x+\xi)(y\eta+\nu)$,

в) $f_1 = x\xi - y\eta + \mu$, $f_2 = x\eta + y\xi + \nu$;

3. $m = 2$, $n = 2$:

а) $f_1 = x\xi + y\eta$, $f_2 = u\mu + v\nu$,

б) $f_1 = x\xi + y + \eta$, $f_2 = u\mu + v + \nu$,

в) $f_1 = x\xi - y\eta + u\mu - v\nu$, $f_2 = x\eta + y\xi + u\nu + v\mu$,

г) $f_1 = x\xi - y\eta + u + \mu$, $f_2 = x\eta + y\xi + v + \nu$.

Для случая $m = n = 1$ показано, что выражения 2а и 2б независимы и других нет с точностью до подобия (замены координат в $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$) и эквивалентности (перехода $\psi(f) \to f$). Для них выписать группы движений и уравнения, задающие в R^8 шестимерную поверхность, просто. Для двух других случаев также нетрудно найти группы движений и уравнения поверхностей в R^{12} (кроме 2б) и R^{18}. Однако независимость этих выражений и их единственность с точностью до подобия и эквивалентности пока не установлена. Заметим, что выражения, аналогичные 2а,в,3а,б,в,г, могут быть построены для любых значений m и n по результатам из [2] простым их наложением или комплексификацией.

Литература

1. МИХАЙЛИЧЕНКО Г.Г. Феноменологическая и групповая симметрии в геометрии двух множеств //ДАН. - 1985. -Т. 284, №1. - С. 39-41.

2. Его же. Решение функциональных уравнений в теории физических структур //ДАН. -1972- - Т.206, №5. -С. 1056-1058.

Поступила в ред.-изд.отд.
13 апреля 1988 года