ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ
(Вычислительные системы)
1989 год Выпуск 129

УДК 519.68

ФОРМАЛЬНАЯ СИСТЕМА, ПРЕДНАЗНАЧЕННАЯ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИЕРАРХИЧЕСКИ УСТРОЕННОГО ЗНАНИЯ

С.С. Магазов

Введение

В работе предлагается формализм, с помощью которого можно естественно представлять знания для широкого круга предметных областей. Важным свойством предложенного формализма является алгоритмическая разрешимость возникающих в нем естественных проблем, например противоречивость базы знаний.

Проблемы использования и определения терминов подробно обсуждались Фреге [11] и Расселом [10]. Они возникают при создании баз знаний и информационных систем. Для последних часто оказывается полезной классическая теория определений. Но практика показывает, что проблемы имен и определимости требуют новых обсуждений и новых решений,которые учитывали бы прагматизм прикладных задач и новые замеченные свойства терминов. Сформулированная нами концепция тесно связана с работами Фреге и Рассела. Она учитывает многие практические вопросы, возникающие при создании систем искусственного интеллекта.

Излагая на неформальном уровне нашу точку зрения на природу знания, мы будем уточнять ее описанным в статье формализмом.

Итак, обсудим роль терминов при представлении знаний.Общеизвестно, что теория описывает объекты своего исследования и формулирует законы при помощи терминов. Мы будем различать два вида определений. Смысл этих определений и различия между ними объясним на примере следующего термина из медицины: "гипертония стадии 1". Этот термин из книги [1] определяется так: "Первая стадия (гипертонии) характеризуется гиперкинетическим типом кровообращения. Ударный объем увеличивается на 25-30%, периферическое сосудистое сопротивление снижается на 10%, венозный возврат к сердцу увеличивается".

Это определение объясняет, что понимается под первой стадией гипертонии. В естественном языке определения такого вида укладываются в конструкцию вида "⟨термин⟩ - это..." В исчислении предикатов это определение представляется как $P \sim f(x_1, \ldots, x_n)$, где P - термин, f - формула, выделяющая круг объектов, входящих в объем предиката P. (Заметим, что объекты могут быть абстрактными, их будем называть определениями первого типа.) В этом определении используются следующие термины: гиперкинетический тип кровообращения,ударный объем, периферическое сосудистое сопротивление. Эти термины являются сложными, т.е. внутри себя имеют определения, которые, в свою очередь, имеют определения. В этом смысле мы будем говорить об иерархическом устройстве определения термина. Точное определение иерархии будет введено при задании формализма.Если спускаться по этой иерархии определений, то можно достигнуть таких терминов, которые не имеют объяснения в рамках рассматриваемой теории. В этом случае такие термины назовем простыми, или, более точно, простыми относительно рассматриваемой теории. Естественным требованием к этой иерархии является невозможность участия определяемого термина в своем определении. Место в этой иерархии можно считать мерой абстрактности термина, а иерархию представлять как развитие классического деления понятий на понятия теоретического и эмпирического рядов [9].

Роль, которую играют сложные термины в теории, является предметом философских дискуссий. Согласно номеналистической точке зрения, термины предназначены для экономии мышления и могут быть редуцированы к простейшим понятиям. Правда, при редукции возникают некоторые сложности из-за различия правил использования имен и определений. Согласно другой точке зрения, поскольку сложностью понятий достигается глубинное понимание области, то они не могут быть редуцированы к простейшим.

Рассмотрим следующее предложение с термином "гипертония стадии 1": "Гипертония стадии 1 приводит к кризам первого типа". Это предложение возможно рассматривать как новое определение термина "гипертония стадии 1", но уже с точки зрения функций, которые этот термин выполняет. Хотя это определение не объясняет, что есть "гипертония стадии 1", оно выступает как нечто целостное, обладающее свойством быть причиной кризов,т.е. определение дается посредством перечисления свойств. В естественном языке определения такого рода укладываются в конструкцию вида " $\langle$термин$\rangle$ нечто обладающее свойством ..." В исчислении предикатов определения такого рода выражаются формулой $R(P...x)$, где R - отношение, определяющее свойство объекта, обозначенного термином P. Такие опреде - ления будем называть определениями второго типа.

Обратим внимание, что приведенные определения термина "гипертония стадии 1" обладают взаимной независимостью, т.е. невозможно из первого определения вывести второе, и наоборот. В то же время возможно независимое использование этих определений. Проиллюстрируем это следующим примером, где использу - ется только определение второго типа: "Петя болен гипертонией стадии 1". Тогда, воспользовавшись определением второго типа для "гипертонии стадии 1", можно сделать вывод, что у Пети бывают кризы первого типа. Определение первого типа в этом случае знать необязательно. В то же время возможны случаи совместного использования определений.

Определения первого типа дают нам возможность составить представление об объектах, которые выражаются термином. Определения второго типа перечисляют свойства термина и его отношения с другими объектами, т.е. рассматриваются как недифференцированное целое или как элемент модели, который может находиться в каких-то отношениях с другими объектами.

Для совмещения обоих типов определений необходимо выйти за пределы языка первого порядка. Термин должен одновременно определяться формулой как в случае определения первого типа, так и в случае определения второго типа, когда термин выступает элементом модели, на которой определены некоторые отношения. В разработанной формальной системе предлагаются средства для определения терминов по первому и второму типу.

Следующий важный вопрос - это вопрос пустых терминов. Проблема пустых имен возникает, например, в базах данных. Пусть база данных содержит сведения о заработной плате в виде таблицы:

Фамилия	Оклад
Осипов	100 р.
Иванов	200 р.

Если сделать запрос об окладе "Паровозова", то, несмотря на отсутствие денотата для имени "Паровозов", запрос остается осмысленным. Здесь представлен механизм работы с пустыми именами, отличный от механизмов, предложенных Расселом [10] и Фреге [11].

Законы предметной области представляются конструкцией, которая по свойствам напоминает импликацию, но в тоже время имеет свои различия. Важнейшей характеристикой предметной области являются методы рассуждения, применяемые в ней. Выявление и формализация правил рассуждения, характерных для данной области и имеющих высокую достоверность, - необходимое условие для разработки подходящего формализма представления и манипулиро -

вания знаниями. Методы рассуждения формулируются в процессе развития теоретического знания о данной предметной области. Правильность применяемых методов рассуждения подтверждается практикой их использования. Заметим, что одни и те же методы рассуждений могут иметь различную доказательную силу в зависимости от области применения. Так, например, метод неполной индукции в математике имеет только эвристическую ценность, а в физике - это основной метод обоснования знаний.

Укажем свойства знаний, которые будут уточнены в предлагаемом формализме:

- термины устроены иерархически;
- термины могут не редуцироваться к своим определениям;
- модель позволяет определять истинность сложных терминов, не имеющих непосредственную интерпретацию на модели;
- термины могут быть противоречивыми или иметь одну или несколько истинностных оценок;
- истинностная оценка знания существенно зависит от времени.

Существуют формальные модели, учитывающие некоторые из перечисленных принципов [3,5-8]. В статье сделана попытка объединить эти принципы в одной модели.

Предлагаемый в статье формализм содержит конструкции для представления знаний и метод определения обоснованности утверждений, а также формальный метаязык для описания свойств введенных конструкций. Центральными конструкциями формализма являются формулы, которые предназначены для представления понятийной структуры и связи, при помощи которых записываются закономерности области. Дана процедура обоснования, при помощи которой определяется степень истинности утверждения.

Разрабатывая формальную систему для тех или иных практических потребностей, приходиться искать компромисс между ее адекватностью и богатством, с одной стороны, и алгоритмической разрешимостью жизненно важных вопросов, возникающих в этом формализме, - с другой. Также важно,чтобы вычислительные сложности были в соответствии с вычислительными возможностями. В работе исследуются вопросы, касающиеся разрешимости некоторых проблем, возникших в предложенной формальной системе.

1. Модель праэлементов

Займемся описанием формализма. Основой для него послужит модель наследственно-конечных множеств [1,2]. Для задания такой модели необходимо определить модель праэлементов, которая, как известно, представляет собой модель узкого исчисления предикатов. Праэлементы являются тем материалом, из которого будут построены все конструкции нашего формализма.

Договоримся предикатный символ и отношение,интерпретирующее его, обозначать одним и тем же символом. Модель праэлементов $\mathbf{M}$ имеет сигнатуру $\langle \mathbf{A}, \mathbf{F}, \Omega_0, \ldots, \Omega_i, \ldots \rangle, i \le \omega$, где $\mathbf{A}, \mathbf{F}, \Omega_{i \le \omega}$ - унарные предикатные 1-символы. Эти предикаты попарно не пересекаются.

Определим предикатные модели $\mathbf{M}$:

$\mathbf{A}$ - множество произвольной природы;

$\mathbf{F} = \{ \vee, \wedge, \neg, \mathbf{P}, \Rightarrow \}$ - множество функторов.Функторы имеют следующие названия: $\vee$ - дизъюнкция, $\wedge$ - конъюнкция, $\neg$ - отрицание, $\mathbf{P}$ - модальный оператор "прошлое", "$\Rightarrow$" - символ связи;

$\Omega_i = \{N^i_1 \ldots N^i_{n_i}\}$ - множество имен ранга i. Приписывание именам ранга потребуется нам для организации иерархии, которая будет определена в §3.

Основное множество модели $\mathbf{M}$ есть $\mathbf{A} \cup \mathbf{F} \cup \Omega$, где $\Omega = \bigcup\limits_{i<\omega} \Omega$ - множество имен.

2. Наследственно-конечный класс $\mathbf{HF}^+(\mathbf{L})$

Наследственно-конечный класс $\mathbf{HF}^+(\mathbf{L})$ (определение его см. в [1,2]) содержит все конструкции нашего формализма и конструкции, которые в нем не используются, но могут быть удобны при конкретизации формализма для заданной предметной области. При таком подходе все конструкции нашего формализма рассматриваются как множества наследственно-конечного класса, что позволяет нам описывать эти конструкции и различные отношения между ними на формальном языке. В качестве таких языков могут быть использованы множества Σ-формул, Δ-формул или Δ_0 -формул [2]. Эти языки можно рассматривать как метаязыки, на которых удобно описывать различные свойства знаний.

Пусть $\mathbf{HF}$ - наследственно-конечный класс над $\mathbf{M}$ и $\mathbf{L} = \{ \mathbf{L}_i \}$ - конечное множество классов множеств $\mathbf{L}_i \subseteq \mathbf{HF}$, где $i \leq n$. Пусть

$$\mathbf{HF}^+_0(\mathbf{L}) = \mathbf{M} \cup \mathbf{L};$$

$\mathbf{HF}^+_{n+1}(\mathbf{L}) = \mathbf{HF}^+_n(\mathbf{L}) \cup \Pi$, где Π — множество всех конечных подмножеств $\mathbf{HF}^+_n(\mathbf{L})$;

$$\mathbf{HF}^+(\mathbf{L}) = \bigcup_{i<\omega} \mathbf{HF}^+_i(\mathbf{L}).$$

На $\mathbf{HF}^+(\mathbf{L})$ определено единственное бинарное отношение " $\in$ ", которое интерпретируется обыкновенным образом. Элементы $\mathbf{HF}^+(\mathbf{L})$, следуя традиции [1,2], будем называть множествами и обозначать буквами латинского алфавита. Функция ранга $\mathrm{rk}(a)$ определяет наименьший шаг i , на котором возникает множество a . Через $\mathrm{TC}(a)$ обозначим транзитивное замыкание множества a . Класс натуральных чисел обозначим символом ω и через $\bar{a}$ - мощность множества a .

Напомним, что Δ_0 —формулы - это формулы, которые содержат только ограниченные на множестве кванторы; в Σ-формулах разрешено использовать неограниченный внешний $\exists$-квантор.

3. Основные синтаксические конструкции

При помощи формул будут выражаться понятия. Приведем индуктивное определение элементов $HF^{+}(L)$, которые назовем формулами.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Формулами называются следующие элементы $HF^{+}(L)$:

1) $\langle P,n,N\rangle$-, $\langle P,n,N,a_1 \ldots a_k\rangle$- или $\langle \neg,P,n,N\rangle$- и $\langle \neg,P,n,N,a_1 \ldots a_k\rangle$-формулы, где P - модальный оператор "прошлое", $n \in \omega$ - время, N - имя. Ранг имени N больше рангов a_i, где $i < k$. Формулы такого вида будем называть элементарными фактами;

2) $\langle \vee,\Phi\rangle$, $\langle \wedge,\Phi\rangle$-формулы, где Φ - множество формул и $\Phi \in HF^{+}(A)$;

3) $\langle \neg,f\rangle$, $\langle P,n,f\rangle$-формулы, где f - формула;

4) $\langle N,f\rangle$-формула, где ранг имени N строго больше ранга всех имен, входящих в $TC(f)$. Формулы такого вида будем называть определениями.

Требования к рангам пп. 1,4 продиктованы нашим стремлением создать иерархию по сложности определения имен. Класс всех формул обозначим $\mathfrak{L}$. Элементы $\mathfrak{L}$ будем обозначать символами $f,g,f_1,g_1,\ldots$ В дальнейшем будем применять обыкновенную нотацию для записи формул.

Определим конструкции, предназначенные для формулировки закономерностей. Такими конструкциями будут связи.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Множество вида $\langle f,\Rightarrow,g\rangle$ назовем связью, где f,g - формулы, "$\Rightarrow$" - символ связи.

В дальнейшем применяется нотация вида $f \Rightarrow g$. Множество связей и формул образуют базу знаний, которую будем обозначать через V .

4. Состояния и модели

Приступим к определению истинности. В сформулированных принципах указывалось, что истинностная оценка знания зависит от момента времени, в который она рассматривается. Это будет учтено в модели.

Введем понятие состояния, которое есть множество элементарных фактов, имеющихся в данный момент времени. Состояние также является элементом специального вида в $HF^{+}(L)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Пусть $t_0 \in \omega$ - момент времени. Конечное множество элементов вида $\langle t_0, N, a_1 \ldots a_n \rangle$ будем называть состоянием в момент времени t_0 и обозначать через $\mathfrak{M}_{t_0}$.

Состояние назовем противоречивым, если в нем найдется по крайней мере два элементарных факта, один из которых является отрицанием другого. Состояние - это конечное множество, поэтому задача распознавания его противоречивости очевидным образом разрешима за время менее n^2 , где n - количество элементарных фактов в $\mathfrak{M}_{t_0}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Конечное множество состояний $\mathfrak{M}_{\le n} = \{\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1, \ldots, \mathfrak{M}_n\}$, где $\mathfrak{M}_i$ - состояние в момент времени i , назовем моделью [3,7,8].

Итак, определены элементы $HF^{+}(L)$, которые называются формулами, связями, состояниями и моделями. Кроме того, в нашем распоряжении Σ-формулы, Δ-формулы и Δ_0-формулы в сигнатуре с одним предикатным символом " $\in$ ", при помощи которых возможно описывать свойства этих конструкций и отношения между ними. Нетрудно заметить [1,2], что введенные конструкции объектов Δ_0-определимы в $HF^{+}(L)$.

5. Интерпретация синтаксических конструкций

Определим истинностную оценку формул на модели $\mathfrak{M}_{\leq n}$. В отличие от логики предикатов формула из предлагаемого формализма может иметь сразу несколько истинностных значений, например, быть одновременно истинной и ложной. В научных теориях, особенно таких, как медицина, это явление часто встречается. В этих случаях истинностную оценку можно рассматривать, например, как мнение различных специалистов об одном и том же факте. Договоримся обозначать истинностные оценки "истина", "ложь", "неопределенность" символами t, fl, nd соответственно.

Рассмотрим модель $\mathfrak{M}_{\leq n}$.

1. Если $f = \langle P,k,N,a_1 \dots a_m \rangle$ - формула и $\langle n-k, N, a_1 \dots a_m \rangle \in \mathfrak{M}_{n-k}$, $k \leq n$, то f истинна на $\mathfrak{M}_{\leq n}$.

2. Если $f = \langle P,k,N,a_1 \dots a_m \rangle$ - формула и $\langle n-k, \rceil, N, a_1 \dots a_m \rangle \in \mathfrak{M}_{n-k}$, $k \leq n$, то $\langle P,k,N,a_1 \dots a_m \rangle$ ложна на $\mathfrak{M}_{\leq n}$.

3. Если $f = \langle P,k,N,a_1 \dots a_m \rangle$ - формула и $k > n$, то f ложна на $\mathfrak{M}_{\leq n}$.

4. Аналогично истинностная оценка определяется и для формул вида $\langle P,k,N \rangle$.

5. Если f - атомная формула и f не ложна и не истинна на $\mathfrak{M}_{\leq n}$, то будем считать, что ее истинностная оценка - "неопределенность".

6. Если $f = \langle \rceil, g \rangle$, то истинностную оценку f вычисляем при помощи табл. 1.

Таблица 1

g	t	fl	nd
g	fl	t	nd

Если g имеет несколько истинностных оценок, то для каждой из них нужно вычислить соответствующую оценку g. Это же верно и в дальнейшем, т.е. если истинность формулы f оп -

ределяется по истинностным оценкам ее подформул g_i, а g_i имеют несколько истинностных оценок, то нужно вычислить истинность f при всех возможных комбинациях оценок g_i, и, таким образом, f может иметь тоже более одной истинностной оценки.

7. Если $f=\langle\vee,\Phi\rangle$, $f=\langle\wedge,\Phi\rangle$ - формулы (Φ - множество формул), то истинностные оценки определяются по табл.2.

Таблица 2

g_1	t	t	fl	fl	t	nd	fl	nd	nd
g_2	t	fl	t	fl	nd	t	nd	fl	nd
$g_1\vee g_2$	t	t	t	fl	t	t	nd	nd	nd
$g_1\wedge g_2$	t	fl	fl	fl	nd	nd	fl	fl	nd

8. Если $f=\langle N,g\rangle$ - формула, то ее истинностная оценка совпадает с истинностной оценкой g на $\mathfrak{M}_{\le n}$.

9. Если $f=\langle P,k,g\rangle$ - формула, то ее истинностная оценка на $\mathfrak{M}_{\le n}$ совпадает с истинностной оценкой g на $\mathfrak{M}_{\le n-k}$.

Множество истинностных оценок f на $\mathfrak{M}_{\le n}$ будем обозначать через $|f|$.

УТВЕРЖДЕНИЕ 1. (О проносе функтора P через функторы.) *Формулы* $\langle P,k,\langle\vee,\Phi\rangle\rangle$, $\langle P,k,\langle\wedge,\Phi\rangle\rangle$, $\langle P,k,\langle\neg,g\rangle\rangle$, $\langle P,k,\langle P,m,g\rangle\rangle$ *на любой модели* $\mathfrak{M}_{\le n}$ *имеют такие же множества истинностных оценок, как и формулы* $\langle\vee,\Phi^k\rangle$, $\langle\wedge,\Phi^k\rangle$, $\langle\neg,\langle P,k,g\rangle\rangle$, $\langle P,k+m,g\rangle$ *соответственно, где* $\Phi^k=\{\langle P,k,f\rangle\,|\,f\in\Phi\}$. *Переход от формул первого вида к формулам второго вида будем называть операцией внесения функтора.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО непосредственно следует из пп. 4-7 определения истинностных оценок на модели.

6. Сопоставление формул

В следующем параграфе определяется процедура обоснования формул. Для задания процедуры необходимо определение сопоставимости формул:

1. Если $f = g$, то $U(f,g)$.

2. Если $f=\langle \vee, \Phi_1\rangle$ и $g=\langle \vee, \Phi_2\rangle$ и $\Phi_2 \subseteq \Phi_1$, то $U(f,g)$.

3. Если $f=\langle \wedge, \Phi_1\rangle$ и $g=\langle \wedge, \Phi_2\rangle$ и $\Phi_1 \subseteq \Phi_2$, то $U(f,g)$.

Здесь $U(f,g)$ обозначает, что формула f сопоставима с формулой g.

7. Дерево обоснования

Обоснование в нашем понимании - это процедура, позволяющая определять степень истинности формулы над заданной моделью $\mathfrak{M}_{\leq n}$ и базой знаний V. Для любой формулы возможны два вида обоснованности:

- определение истинностной оценки формулы на $\mathfrak{M}_{\leq n}$;
- определение истинностной оценки формулы посредством дерева обоснования над базой знания V и моделью $\mathfrak{M}_{\leq n}$.

Заметим, что оценки истинности могут меняться в процессе построения дерева обоснования.

Пусть f - формула, V - база знаний и $\mathfrak{M}_{\leq n}$ - модель. Определим дерево обоснования T. Вершины дерева помечаются формулами. Опишем процесс построения дерева вывода T.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 7. Дерево обоснования T для формулы f над моделью $\mathfrak{M}_{\leq n}$ и базы знаний V строится следующим образом. Вершину дерева пометим формулой f. Пусть сделано N шагов и $f_1 \ldots f_n$ - формулы, которыми помечены листья дерева;

$N+1$ шаг получается применением к листьям дерева одной из трех следующих операций обоснования:

1) проверки истинности формулы на модели $\mathfrak{M}_{\le n}$,

2) определения причины,

3) анализа формул.

Проверка истинности формулы f_i на модели $\mathfrak{M}_{\le n}$. В результате этой операции определяется истинностная оценка $|f_i|$ на $\mathfrak{M}_{\le n}$, которая затем приписывается этому же листу. Модель $\mathfrak{M}_{\le n}$ конечная, поэтому операция определения истинностной оценки определена для любой формулы, т.е. на любом листе. Эта операция является терминальной.

Определение причин. Формула f_i сопоставляется со множеством правых частей связей, т.е. ищутся все связи, входящие в базу знаний, у которых правые части сопоставимы с f_i. В случае успеха к дереву добавляются вершины, помеченные формулами, стоящими в левых частях найденных связей. Эти вершины приписываем к вершине, помеченной формулой f_i. Если у любой связи правая часть несопоставима с f_i, то будем говорить, что f_i несопоставима с базой знаний. Вершине f_i последователи не приписываются.

Анализ формул. Операция "анализ формулы" применима к неатомным формулам и к атомным, начинающимся с "$\neg$":

а) если формула f_i имеет вид $\langle N, g\rangle$, то вершине f_i приписывается вершина-последователь, помеченная g;

б) если формула f_i имеет вид $\langle \vee, F\rangle$ или $\langle \wedge, F\rangle$, то вершине f_i приписываются последователи, помеченные всеми формулами, входящими в F;

в) если формула f_i имеет вид $\langle P, n, g\rangle$, то к f_i применяется операция внесения функтора P в f_i, и далее полученной в результате формулой помечается последователь вершины f_i;

г) если формула f_i имеет вид $\langle \neg , g \rangle$, то последователь помечается формулой g .

Операции применяются в произвольном порядке к листьям дерева.

Пусть для f построено дерево вывода T такое, что всем листьям приписаны истинностные значения. Такое дерево будем называть проинтерпретированным деревом. В этом случае возможно определить степень истинности f по дереву вывода T . Множество истинностных оценок формулы f для дерева вывода T будем обозначать $Cnf(T,f)$.

Пусть высота дерева T - это максимальная длина его ветвей. Упорядочим истинностные оценки следующим образом:

$$\{fl\} < \{fl,nd\} < \{t,fl,nd\} < \{t,fl\} < \{t,nd\} < \{t\}.$$

Пусть T - дерево обоснования. Приведем индуктивное определение истинностного значения f .

Если $h(T) = 0$, то степень истинности равна $|f|$ на $\mathfrak{M}_{\leq n}$.

Предположим, что $h(T) = n+1$, и для проинтерпретированных деревьев высоты n мы умеем определять истинностную оценку. Рассмотрим все вершины, находящиеся в n шагах от корня и имеющие последователей и g - одна из них. Припишем этим вершинам истинностные значения.

Если к g применено правило "определение причин",то среди последователей g выберем максимальную истинностную оценку согласно определенному выше порядку и припишем ее формуле g .

Если к g применено правило "анализ формул", пп. "а" или "в", то формуле g припишем истинностную оценку последователя, в случае применения пп. "б" или "г" истинностная оценка g определяется при помощи табл. 1 или 2 в зависимости от анализируемого функтора в g . После этого отбрасываем последователи g. Таким путем возможно получить проинтерпретированное дерево высоты n.

Формула f выводима по связям над моделью $\mathfrak{M}_{\leq n}$ при помощи базы знаний V, если существует дерево вывода T такое, что $Cnf(T,f) = t$.

8. Некоторые свойства базы знаний

Пусть V - база знаний и $\mathfrak{M}_{\leq n}$ - модель процесса.

Можно так сформировать базу знаний V, что некоторые понятия могут участвовать в своем же обосновании. Возникает вопрос, как распознавать базы знаний с такими "порочными" понятиями. Теорема 1 показывает, что проблема определения таких "порочных" циклов алгоритмически разрешима. Теорема 2 показывает, что вопрос непротиворечивости также разрешим в предложенной модели.

База знаний V имеет бесконечное дерево обоснований, если найдется такая f, которая имеет бесконечную последовательность деревьев обоснования $T_1, T_2, \ldots$ такую, что T_{n+1} получается из T_n применением одной из операций обоснования.

ТЕОРЕМА 1. *Для произвольной базы знаний* V *и модели* $\mathfrak{M}_{\leq n}$ *проблема выяснения существования бесконечного дерева обоснования алгоритмически разрешима.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Если для некоторой f^* существует бесконечное дерево обоснования, то найдется формула g, стоящая слева в некоторой связи $(g \rightarrow f) \in V$ такая, что она имеет бесконечное дерево обоснований. Операция "анализ" может быть применима к f не более $rk(f)$ раз подряд, потому что на некотором шаге $n \leq nk(f)$ мы достигнем таких элементарных фактов, к которым операция анализа неприменима. Так как f имеет бесконечное дерево обоснований, то на некотором шаге $k \le rk(f)$ должно быть применено по крайней мере один раз правило определения причин. Очевидно, что затем все операции применяются к g, стоящей справа в использованной связи $(g \to f) \in V$, поэтому если f такая, что имеет бесконечное дерево обоснования, то найдется такая g, входящая в связь базы знаний V, у которой есть бесконечное дерево обоснований.

Если g имеет бесконечное дерево обоснований T, то обязательно найдется в T ветвь, на которой применялась операция определения причин. Эта операция применяется по крайней мере два раза, так как V конечна. Операция "анализ" не может быть применена более $max(rk(f),K)$, где K - множество формул, которые являются правыми частями связей, входящих в базу знаний V. Разрешающий алгоритм заключается в следующем: перебираются все формулы из V, стоящие в левых частях связей, и для каждой строятся все деревья обоснования; если в процессе построения какого-либо дерева выясняется, что длина ветви более $max(rk(f),K) * \bar{V}$, то V имеет бесконечное дерево обоснования.

СЛЕДСТВИЕ 1. *Если f - истинная формула, то длина любой ветви в любом дереве обоснования имеет длину менее $\bar{K} * \bar{V}$.*

ТЕОРЕМА 2. *Если база знаний V не имеет бесконечных деревьев обоснования, то проблема определения всех истинностных оценок любой формулы f над моделью $\mathfrak{M}_{\le n}$ и V разрешима.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Согласно следствию 1 все деревья имеют ограниченную высоту и степень инцидентности каждой вершины конечна, в силу этого возможно перебрать все деревья обоснования f.

Базу знаний назовем противоречивой, если найдутся такие f, T_1 и T_2, что $cnf(T_1,f)=true$ и $cnf(T_2,f) = false$.

СЛЕДСТВИЕ 2. *Проблема противоречивости базы знаний разрешима.*

Литература

1. Справочная книга по математической логике. Ч.1. - М.: Мир, 1984. - 391 с.

2. BARWISE J. Infinitary logic and admissibl sets //J.Symbolic Logic, 1969. -Vol. 34. - P. 226-252.

3. СМИРНОВА Е.Д. Логическая семантика и философские основы логики. -М., 1986. - 160 с. (Московский университет.)

4. РОДЖЕРС Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. -М.: Мир, 1972. - 624 с.

5. МЕНДЕЛЬСОН Э. Введение в математическую логику. - М.: Наука, 1972.

6. ФЕЙС Р. Модальная логика. - М.: Наука, 1974. - 519 с.

7. PRIOR A. Past present future. - Oxford, 1987. - 157 p.

8. ИВИН А.А. Логика времени //Неклассическая логика. -М.: Наука, 1970. - С. 124-191.

9. СМИРНОВ В.А. Логический метод анализа научного знания. - М.: Наука, 1987. - 255 с.

10. WHITEHEAD A., RUSSELL B. Principia mathematica. Vol.3.- Cambridge, England: University Press, 1913.

11. FREGE G. Grundgesetze der Arithmetik, bugriffsschriftlich abgeleitet. Bd. 2. -Jena: H.Pohle, 1903.

Поступила в ред.-изд.отд.
26 мая 1989 года