МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ХИМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАТИКИ
(Вычислительные системы)
1989 год Выпуск 130

УДК 519.1

О НАИМЕНЬШЕМ ПОРЯДКЕ КУБИЧЕСКИХ ГРАФОВ С СОВПАДАЮЩЕЙ ЦЕПНОЙ МАТРИЦЕЙ СЛОЕВ

А.А. Добрынин

В [1] описана конструкция r-регулярных графов с совпадающими цепными матрицами слоев (цепными степенными последовательностями [2]) для всех значений $r \geq 3$. Порядки построенных графов определяют верхнюю границу для минимального порядка $p(r)$ регулярных графов, обладающих этим свойством. Так, для кубических графов выполняется $p(3) \leq 174$. В настоящей работе строятся регулярные графы, чьи порядки устанавливают новую верхнюю границу для $p(r)$ в классе кубических графов.

Рассматриваются конечные связные неориентированные графы без петель и кратных ребер, $p(G)$ - порядок графа G. Цепной матрицей слоев графа G называется матрица $\tau(G) = \|\tau_{ij}\|$, $i = 1,2,\ldots,p(G)$, $j = 1,2,\ldots,h$, где элемент τ_{ij} равен числу всех простых цепей, соединяющих вершину v_i с остальными вершинами графа, h - длина длиннейшей простой цепи в графе. Для сравнения цепных матриц слоев определим их канонический вид. В каноническом представлении $\tau(G)$ строки упорядочены между собой по уменьшению их длин - числу ненулевых элементов в строке, а строки одинаковой длины упорядочены лексикографически. Соответствующую вершине v строку матрицы $\tau(G)$ обозначим через $\tau_G(v)$. Пусть графы G_1 и G_2 образованы из произвольных неизоморфных графов H_1 и H_2 так, как

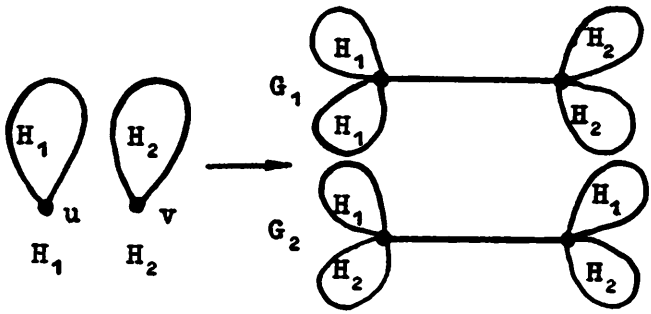

Рис. 1

показано на рис.1. Граф H_1 присоединяется вершиной u, а граф H_2 - вершиной v. Очевидно, что графы G_1 и G_2 являются неизоморфными.

УТВЕРЖДЕНИЕ. *Если* $\tau_{H_1}(u) = \tau_{H_2}(v)$ *, то* $\tau(G_1) = \tau(G_2)$.

Доказательство непосредственно следует из конструкции графов G_1 и G_2.

Для того чтобы графы G_1 и G_2 стали регулярными, необходимо построить подходящие графы H_1 и H_2. Рассмотрим кубические графы из каталога [3] и их модификации F_1, F_2, F_3, F_4 (рис.2), в которых для вершин степени один строки в цепных матрицах слоев имеют вид:

$$\tau(v_1) = (1,2,4,8,14,26,40,\ 58,\ 72,68,30),$$
$$\tau(v_2) = (1,2,4,8,14,24,32,\ 38,\ 38,60,64,48,16),$$
$$\tau(v_3) = (1,2,4,8,14,26,40,\ 60,\ 72,68,30),$$
$$\tau(v_4) = (1,2,4,8,14,24,32,\ 36,\ 38,60,64,48,16).$$

Различие в восьмой компоненте строк определяет конструкцию графов H_1 и H_2 (рис.3), $\tau_{H_1}(u) = \tau_{H_2}(v)$, сле -

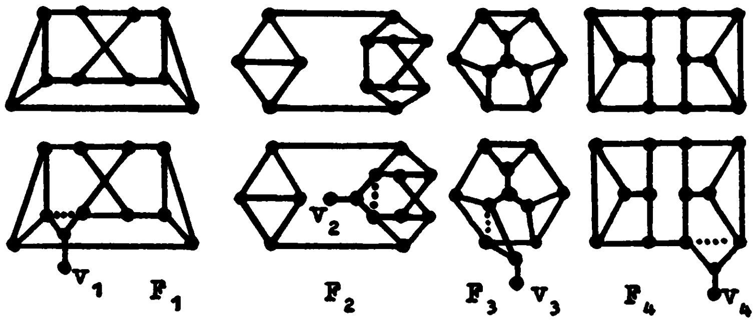

Рис. 2

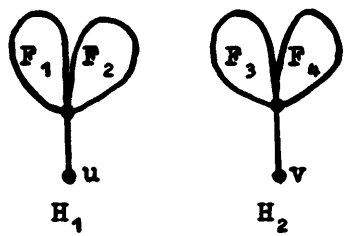

Рис. 3

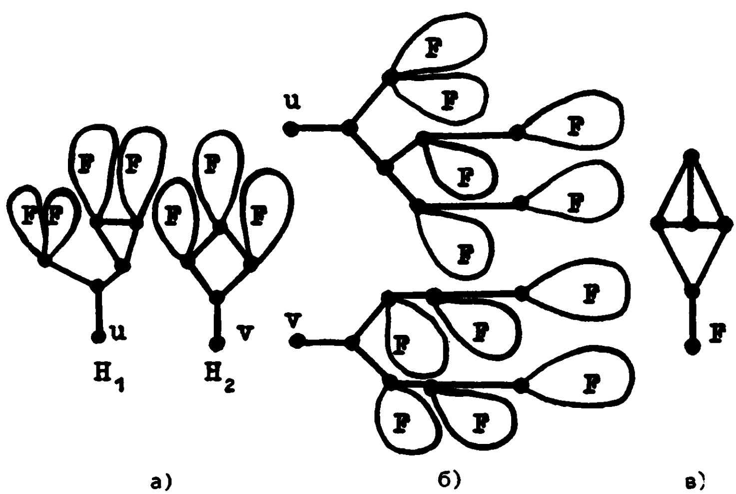

Рис. 4

довательно, для графов G_1 и G_2 выполняется $\tau(G_1) = \tau(G_2)$. Порядок построенных графов равен $p(G_1) = p(G_2) = 2(p(H_1) + p(H_2)) - 2 = 102$. В графах H_1 и H_2 на рис.4а вершины u и v имеют совпадающие строки в цепных матрицах слоев для любого подграфа F. Действительно, на рис.4б показаны деревья для цепей, выходящих из вершин u и v, без конкретизации структуры подграфа F. Если подграф F изоморфен графу на рис. 4в, то $\tau_{H_1}(u) = \tau_{H_2}(v) = (1, 2, 4, 8, 14, 28, 40, 32, 16)$. Порядок построенных регулярных графов равен $p(G_1) = p(G_2) = 90$. Таким образом, наименьший порядок кубических графов с совпадающими цепными матрицами слоев удовлетворяет неравенству $p(3) \leq 90$.

Литература

1. ДОБРЫНИН А.А. Графы с совпадающими цепными матрицами слоев //Вопросы алгоритмического анализа структурной информации. - Новосибирск, 1987. - Вып. 119: Вычислительные системы. - С. 13-33.

2. BLOOM G.S., KENNEDY J.W., QUINTAS L.V. Some problems concerning Distance and Path Degree Sequences //Graph Theory: Proc./Conference in Lagów, Poland, feb. 1981. - Berlin a.o.: Springer, 1983. - P. 179-190. -(Lecture Notes in Mathematics; 1018).

3. ХВОРОСТОВ П.В. Симметрии кубических графов //Машинные методы обнаружения закономерностей, анализа структур и проектирования. - Новосибирск, 1982. - Вып. 92: Вычислительные системы. - С. 80-141.

Поступила в ред.-изд.отд.

14 февраля 1989 года