ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПРОГРАММИРОВАНИИ
(Вычислительные системы)
1990 год Выпуск 133

УДК 510:519.68

ПОЗИТИВНЫЕ МОДЕЛИ И УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Н.Х. Касымов

Математическим уточнением понятия модели данных является понятие позитивно представимой модели [1,2,4,6].В связи с этим представляется актуальным исследование вопросов существования семантически адекватных спецификаций позитивных моделей. Очевидно, что спецификация должна быть эффективно задаваемым объектом, предоставляющим возможность алгоритмического построения такой модели данных, которая в своих самых существенных чертах совпадает с моделью, для которой и писалась спецификация. Пусть $(\mathfrak{M}, \nu)$ - позитивная модель эффективной сигнатуры, причем будем предполагать наличие алгоритма, выдающего по номеру функционального или предикатного символа алгоритм перечисления интерпретаций соответствующего символа в модели $\mathfrak{M}$ для нумерации ν. Назовем модель $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ стандартным ν-обогащением модели $\mathfrak{M}$, если $(\mathfrak{M}, \nu)$ - позитивная модель, C - счетное множество констант, не пересекающееся с сигнатурой модели $\mathfrak{M}$, и константа $c_n \in C$ интерпретируется как элемент νn модели $\mathfrak{M}$. Очевидно, что если $(\mathfrak{M}, \nu)$ – позитивная модель, то позитивная диаграмма $\Delta(\mathfrak{M}_{C_\nu})$ модели $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ (т.е. множество атомарных предложений, истинных в $\mathfrak{M}_{C_\nu}$) есть рекурсивно-перечислимое множество и $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ есть инициальная модель для $\Delta(\mathfrak{M}_{C_\nu})$. Таким образом, проблема эффективной неявной (т.е. в обогащении) характеризации позитив - ной атомарной информации о модели данных решается очень просто. Однако на практике бывает необходимо специфицировать негативную атомарную информацию о моделях данных [7], и этот вопрос оказывается тесно связанным с вопросом характеризации модели данных в классе ее гомоморфных образов. В предлагаемой статье показывается, что возможность эффективной универсальной неявной характеризации любой позитивной модели в классе ее гомоморфных образов равносильна ее конструктивности. Для случая универсальных хорновских предложений, являющихся главным объектом исследования в логическом программировании [7], получен более сильный критерий конструктивизируемости. Со всеми неопре - деляемыми понятиями можно ознакомиться в [3,5].

§1. Универсальные предложения

Если $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N}$ - модели одной сигнатуры и $\alpha : \mathfrak{M} \to \mathfrak{N}$ - эпиморфизм, то α будем называть собственным, если для некоторого основного отношения p местности $n \geq 1$ (причем в качестве p может выступать отношение равенства) и некоторых элементов $m_1, \ldots, m_n$ модели $\mathfrak{M}$ имеет место $\mathfrak{M} \models \neg p(m_1, \ldots, m_n)$ и $\mathfrak{N} \models p(\alpha m_1, \ldots, \alpha m_n)$. Соответственно собственным гомоморфным образом модели $\mathfrak{M}$ назовем такую модель $\mathfrak{N}$, для которой существует собствен - ный эпиморфизм $\alpha : \mathfrak{M} \to \mathfrak{N}$. Заметим, что в то время как для алгебр понятия собственного гомоморфного образа и собственной фактор-алгебры двойственны, то для моделей это не так. Поэтому в дальнейшем мы будем избегать словосочетания "фактор-модель", употребляя вместо него термин "гомоморфный образ".

ТЕОРЕМА 1. *Для позитивно представимой модели* $\mathfrak{M}$ *эквивалентны следующие условия:*

1) $\mathfrak{M}$ *конструктивизируема;*

2) существует такое позитивно представимое обогащение $\mathfrak{M}^*$ *модели* $\mathfrak{M}$, *что подходящее рекурсивно-перечислимое множество* Φ *универсальных предложений выполнимо в* $\mathfrak{M}^*$ *и не выполнимо в любом собственном гомоморфном образе модели* $\mathfrak{M}^*$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1) $\Rightarrow$ 2). Если ν - конструктивизация модели $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ - стандартное ν-обогащение модели $\mathfrak{M}$, то в качестве $\mathfrak{M}^*$ можно взять $\mathfrak{M}_{C_\nu}$, а в качестве Φ негативную диаграмму модели $\mathfrak{M}_{C_\nu}$, которая, очевидно, рекурсивна.

2) $\Rightarrow$ 1). Пусть $\mathfrak{M}^*$ и Φ обладают свойствами, сформулированными в условии доказываемой теоремы. Рассмотрим стандарное ν-обогащение $\mathfrak{M}^*_{C_\nu}$ модели $\mathfrak{M}^*$, где ν - произвольная позитивная нумерация $\mathfrak{M}^*$. Всюду ниже для произвольной модели $\mathfrak{N}$ через $\Delta(\mathfrak{N})$ будем обозначать ее позитивную диаграмму (при условии, что $\mathfrak{N}$ порождается константами), а через $\Sigma(\mathfrak{N})$ ее сигнатуру.

ЛЕММА 1. *Если* $\mathfrak{M}^* \models \neg p(\nu m_1, \ldots, \nu m_n)$, *то* $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi \vdash \neg p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})$, *где* c_{m_i} *- константа из* C, *интерпретируемая как элемент* νm_i, *для любого основного отношения* p (включая равенство) *модели* $\mathfrak{M}^*$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Покажем, что множество $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi \cup \{p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})\}$ противоречиво. Предположим противное, тогда для этого множества найдется модель $\mathfrak{N}$ сигнатуры $\Sigma(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$. Пусть $\mathfrak{N}_0$ - подмодель модели $\mathfrak{N}$, порожденная множеством значений констант C. Ясно, что $\mathfrak{N}_0 \models \Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi$, так как Φ - множество универсальных предложений. Поскольку $\mathfrak{M}^* \models \neg p(\nu m_1, \ldots, \nu m_n)$, а $\mathfrak{N}_0 \models p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})$, то $\Sigma(\mathfrak{M}^*)$-обеднение модели $\mathfrak{N}_0$ есть собственный гомоморфный образ $\mathfrak{M}^*$, в котором выполняется Φ. Противоречие. Следовательно, множество $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi \cup \{p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})\}$ противоречиво. Лемма доказана.

Из доказанной леммы 1 следует, что ν есть конструктивизация модели $\mathfrak{M}^*$, а значит, и ее обеднения $\mathfrak{M}$. В самом деле, пусть $p \in \Sigma(\mathfrak{M}^*)$. Если $\mathfrak{M}^* \models p(\nu m_1, \ldots, \nu m_n)$, то $p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n}) \in \Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$, иначе, по лемме 1, имеем $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi \vdash \neg p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})$. В силу рекурсивной перечислимости множеств $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$ и Φ следует рекурсивность p, а значит, и конструктивизируемость $\mathfrak{M}^*$. Теорема доказана.

Покажем, что в условии теоремы 1 нельзя заменить универсальные предложения на экзистенциальные.

Рассмотрим позитивную модель $\mathfrak{M} = (\omega;\ 0, s, f, p)$ с естественной нумерацией, где ω - множество натуральных чисел, 0 - константа для нуля, s - функция следования и f - рекурсивная функция с нерекурсивной областью значений p. Очевидно, что $\mathfrak{M}$ неконструктивизируема. Пусть $\Phi =$ $= \{p(s^n(0)) \to \exists x\,(f(x) = s^n(0)) \,/\, n \in \omega\} \cup \{s^m(0) \neq s^n(0) \,/\, m, n \in \omega,\ m \neq n\} \cup \Delta(\mathfrak{M})$. Тогда Φ – рекурсивно-перечислимое множество экзистенциальных предложений и $\mathfrak{M} \models \Phi$. Если $\mathfrak{N}$ - собственный гоморфный образ $\mathfrak{M}$, то Φ не выполняется в $\mathfrak{N}$. В самом деле, если $\mathfrak{N} \models s^m(0) = s^n(0)$ для некоторых $m \neq n$, то Φ нарушается в $\mathfrak{N}$ за счет группы предложений $\{s^m(0) \neq s^n(0) \,/\, m, n \in \omega,\ m \neq n\}$. Если же $\mathfrak{N} \models s^m(0) \neq s^n(0)$ для всех $m \neq n$, то в силу того, что

$\mathfrak{N}$ — собственный гомоморфный образ $\mathfrak{M}$, для некоторого $n \in \omega$ имеем $\mathfrak{M} \models \neg p(s^n(0))$ и $\mathfrak{N} \models p(s^n(0))$. Выполнимость Φ в $\mathfrak{N}$ влечет $\mathfrak{N} \models \exists x\, (f(x) = s^n(0))$, т.е. $\mathfrak{N} \models f(t) = s^n(0)$ для некоторого замкнутого терма t. С другой стороны, $\mathfrak{M} \models \forall x (f(x) \neq s^n(0))$, так как $\mathfrak{M} \models \Delta(\mathfrak{M}) \cup \{\neg p(s^n(0))\}$, т.е. $\mathfrak{M} \models f(t) \neq s^n(0)$. Тогда $\mathfrak{M} \models f(t) = s^m(0)$ для подходящего $m \neq n$ и $\mathfrak{N} \models f(t) = s^m(0) \wedge f(t) = s^n(0)$, откуда следует, что $\mathfrak{N} \models s^m(0) = s^n(0)$ для $m \neq n$. Противоречие.

Из теоремы 1, обобщающей основной результат из [4], сформулированный для конечно-порожденных алгебр конечной сигнатуры, следует, что всякое рекурсивно-перечислимое множество Φ универсальных предложений, выполнимое в модели, обладающей неконструктивной позитивной нумерацией, выполнимо в некотором собственном гомоморфном образе этой модели. В самом деле, если $\mathfrak{M} \models \Phi$ и $(\mathfrak{M},\nu)$ - позитивная неконструктивная модель, то $\mathfrak{M}_{C_\nu} \models \Phi$ и $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ неконструктивизируема. Тогда по теореме 1 для некоторого собственного гомоморфного образа $\mathfrak{N}$ модели $\mathfrak{M}$ имеем $\mathfrak{N} \models \Phi$ и $\Sigma(\mathfrak{M})$-обеднение модели $\mathfrak{N}$ есть искомый гомоморфный образ $\mathfrak{M}$, который, вообще говоря, может быть изоморфен $\mathfrak{M}$.

Для конечных совокупностей предложений справедлив более общий факт.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. *Если модель $\mathfrak{M}$ имеет позитивную неконструктивную нумерацию, то всякое $\exists\forall$-предложение, истинное в $\mathfrak{M}$, истинно и в некотором собственном гомоморфном образе модели $\mathfrak{M}$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\bar{x} \leftrightharpoons (x_1,\ldots,x_m)$, $\bar{y} \leftrightharpoons (y_1,\ldots,y_n)$ и предложение $\exists\bar{x}\forall\bar{y}\, \varphi(\bar{x},\bar{y})$, где φ - бескванторная формула, истинно в модели $\mathfrak{M}$, имеющей неконструктивную позитивную нумерацию ν. Тогда стандартное ν-

обогащение $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ модели $\mathfrak{M}$ неконструктивизируемо и $\mathfrak{M}_{C_\nu} \models \exists \bar{x} \forall \bar{y}\ \varphi(\bar{x},\bar{y})$. Пусть $\mathfrak{M}_{C_\nu} \models \forall \bar{y}\ \varphi(\bar{c},\bar{y})$, где $\bar{c}$ обозначает подходящий набор констант (такой набор найдет - ся, так как $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ построена из констант). По теореме 1 для некоторого гомоморфного образа $\mathfrak{N}$ модели $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ имеем $\mathfrak{N} \models \forall \bar{y}\ \varphi(\bar{c},\bar{y})$, откуда $\mathfrak{N} \models \exists \bar{x} \forall \bar{y}\ \varphi(\bar{x},\bar{y})$ и, окончательно, $\mathfrak{N} \restriction \Sigma(\mathfrak{M}) \models \exists \bar{x} \forall \bar{y}\ \varphi(\bar{x},\bar{y})$. Предложение доказано.

Покажем, что для $\forall\exists$ -предложений доказанное утвержде- ние не имеем места.

Пусть $\mathfrak{M} = (\omega; 0, s, d, f, p)$, где $0, s, f, p$, интерпре- тируются, как в примере, построенном после теоремы 1, а d - функция предшествования, т.е. $d(n+1) = n$ и $d(0) = 0$. Ясно, что $\mathfrak{M}$ - позитивная неконструктивизируемая модель. Покажем, что алгебра $(\omega;\ 0, s, d, f)$ простая. В самом деле, пусть Θ – ненулевая конгруэнция этой алгебры и $\langle m, n\rangle \in \Theta$, где $m < n$, тогда $\langle d^m(m), d^m(n)\rangle \in \Theta$, т.е. $\langle 0, n-m\rangle \in \Theta$, откуда следует, что для всех $j \le n-m$ имеем $\langle 0, j\rangle \in \Theta$. Следовательно, $\langle s^n(0), s^n(1)\rangle \in \Theta$ для любого $n \in \omega$, т.е. Θ – единичная конгруэнция. Рассмотрим предложение φ , где $\varphi \rightleftharpoons 0 \ne s(0) \wedge \forall x\ (p(x) \to \exists y\ (f(y) = x))$. Очевидно, $\mathfrak{M} \models \varphi$. Если $\mathfrak{N}$ – собственный гомоморфный образ $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{N} \models \varphi$, то $\mathfrak{N} \models s^m(0) \ne s^n(0)$ для $m \ne n$, так как $\mathfrak{N} \models 0 \ne s(0)$, и функциональное обеднение $\mathfrak{N}$ есть простая алгебра. Пусть для некоторого n имеем $\mathfrak{M} \models \neg p(s^n(0))$ и $\mathfrak{N} \models p(s^n(0))$. Имеем цепочку соотношений: $\mathfrak{M} \models \forall x (f(x) \ne s^n(0))$, $\mathfrak{M} \models$ $\models f(t) \ne s^n(0)$, $\mathfrak{M} \models f(t) = s^m(0)$, $\mathfrak{N} \models f(t) = s^n(0)$, где t – подходящий замкнутый терм и $m \ne n$. Тогда $\mathfrak{N} \models s^m(0) =$ $= s^n(0) \Rightarrow \mathfrak{N} \models 0 = s(0)$ и $\mathfrak{N} \models \neg\varphi$. Противоречие.

§2. Универсальные хорновские предложения

Как отмечалось во введении, универсальные хорновские предложения являются основным объектом исследования в логическом программировании. Доказательство следующей ниже теоремы идеологически примыкает к доказательству теоремы 1, однако хорновость предложений позволяет эффективно строить собственный гомоморфный образ неконструктивной позитивной модели, реализующий исходное множество предложений.

ТЕОРЕМА 2. *Для позитивно представимой модели* $\mathfrak{M}$ *эквивалентны следующие условия:*

1) $\mathfrak{M}$ *конструктивизируема;*

2) существует такое позитивно представимое обогащение $\mathfrak{M}^*$ *модели* $\mathfrak{M}$, *что подходящее рекурсивно-перечислимое множество* Φ *универсальных хорновских предложений выполнимо в* $\mathfrak{M}^*$ *и не выполнимо в любом собственном позитивно представимом гомоморфном образе модели* $\mathfrak{M}^*$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО части 1) $\Rightarrow$ 2) совпадает с доказательством соответствующей части теоремы 1, так как диаграмма модели $\mathfrak{M}_{C_\nu}$ состоит из рекурсивного множества универсальных хорновских предложений.

2) $\Rightarrow$ 1). Покажем, что в обозначениях теоремы 1 и при предположении хорновости предложений из Φ справедлива лемма 1, т.е. противоречиво множество $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi \cup$ $\cup \{p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})\}$. Предположим противное, тогда для этого множества найдется модель $\mathfrak{N}$ сигнатуры $\Sigma(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$, порожденная множеством значений констант из C. Очевидно, что $\Sigma(\mathfrak{M}^*)$-обеднение модели $\mathfrak{N}$ есть собственный гомоморфный образ модели $\mathfrak{M}^*$.

ЛЕММА 2. *Если $\mathfrak{N}$ не имеет позитивной нумерации, то существует такая позитивно представимая модель $\mathfrak{N}_0$ сигнатуры $\Sigma(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$, что найдется цепочка эпиморфизмов* $\mathfrak{M}^*_{C_\nu} \to \mathfrak{N}_0 \to \mathfrak{N}$ *и* $\mathfrak{N}_0 \models \Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \cup \Phi \cup \{p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})\}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\mathfrak{N}$ не имеет позитивной нумерации. Через Ψ обозначим множество всех замкнутых частных случаев предложений из Φ в сигнатуре $\Sigma(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$, к которому добавлено предложение $p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})$. Ясно, что Ψ – рекурсивно-перечислимое множество. Зафиксируем некоторый эффективный пересчет $\Psi_0, \Psi_1, \Psi_2, \ldots$ множества Ψ.

Построим рекурсивно-перечислимое множество Δ предложений сигнатуры $\Sigma(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$ так, что

1) $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \subset \Delta \subset \Delta(\mathfrak{N})$;

2) $p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n}) \in \Delta$;

3) если $\Delta(\mathfrak{N}_0) = \Delta$, и $\mathfrak{N}_0 \models \Phi$.

Для этого определим оператор конгруэнтного замыкания [ ] на множестве подмножеств множества атомарных предложений сигнатуры $\Sigma(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$. Очевидно, что $[T]$ – рекурсивно-перечислимое множество, если таковым является T. Как обычно, для любого рекурсивно-перечислимого множества T через $T^{(n)}$ будем обозначать ту его часть, которая получается за первые n шагов некоторого заранее фиксированного эффективного пересчета множества T.

Пошаговое построение множества Δ будет дано с умеренной степенью детализации, что не умаляет строгости доказательства.

<u>Шаг 0</u>. $\Delta_0 = \Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$.

Шаг $n+1$. Построим множество $\delta_n = \Delta_0^{(n+1)} \cup \ldots \cup \Delta_n^{(n+1)}$ и для всех $\psi_k = (A_0^k \wedge \ldots \wedge A_{m_k}^k \to B_k)$, где $k \leq n+1$ (заметим, что случай $B_k = \emptyset$ не исключается), проверим условие $\delta_n \supset \{A_0^k, \ldots, A_{m_k}^k\}$. Пусть ψ_{t_0}, $\psi_{t_1}, \ldots, \psi_{t_r}$ $(t_0 < t_1 < \ldots < t_r \leq n+1)$ – все формулы, для которых выполняется это условие. Положим $\Delta_{n+1} = [\delta_n \cup \{B_{t_0}, \ldots, B_{t_r}\}]$ и, зафиксировав некоторый эффективный пересчет множества Δ_{n+1}, перейдем к следующему шагу. Конструкция закончена.

Определим $\Delta = \bigcup_{n \geq 0} \Delta_n$.

По построению, Δ – рекурсивно-перечислимое множество. Покажем, что Δ удовлетворяет условиям 1-3.

1) Очевидно, $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \subset \Delta$. Включение $\bigcup_{n \geq 0} \Delta_n \subset \Delta(\mathfrak{N})$ докажем индукцией по n. По условию, $\Delta_0 \subset \Delta(\mathfrak{N})$. Пусть $\Delta_n \subset \Delta(\mathfrak{N})$ и $B \in \Delta_{n+1}$, т.е. $B \in [\delta_n \cup \{B_{t_0}, \ldots, B_{t_r}\}]$, где для каждого B_k, $k \in \{t_0, \ldots, t_r\}$, левая часть формулы ψ_k лежит в δ_n. Но, по индукционному предположению, $\delta_n \subset \Delta(\mathfrak{N})$, следовательно, $\{B_{t_0}, \ldots, B_{t_r}\} \subset \Delta(\mathfrak{N})$, так как $\mathfrak{N} \models \Psi$. В силу монотонности оператора конгруэнтного замыкания имеем $B \in \Delta_{n+1}$.

2) Так как тождество $p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})$ имеет вид $\to p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})$, то на некотором шаге s оно включается в Δ_s.

3) Пусть $\mathfrak{N}_0$ – такая модель, что $\Delta(\mathfrak{N}_0) = \Delta$ и $\varphi \in \Phi$.

Рассмотрим произвольный замкнутый частный случай ψ предложения φ в сигнатуре $\Sigma(\mathfrak{M}^*_{C_\nu})$, тогда $\mathfrak{N} \models \psi$. Если

ψ - негативное предложение, то оно истинно в $\mathfrak{N}_0$ в силу устойчивости таких предложений относительно гомоморфных прообразов и того, что $\Delta \subset \Delta(\mathfrak{N})$. В противном случае ψ имеет вид $\bigwedge\limits_{m \le n} A_m \to B$. Если $\mathfrak{N}_0 = \bigwedge\limits_{m \le n} A_m$, то на некотором шаге s имеем $\{A_0, \ldots, A_n\} \subset \delta_s$ и $B \in \Delta_{s+1} \subset \Delta$, т.е. $\mathfrak{N}_0 = \Psi$. Лемма доказана.

По доказанной лемме, непротиворечивость множества $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi \cup \{p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})\}$ влечет наличие собственного позитивно представимого гомоморфного образа модели $\mathfrak{M}^*$, реализующего множество Φ. Противоречие. Следовательно, $\Delta(\mathfrak{M}^*_{C_\nu}) \cup \Phi \vdash \rceil p(c_{m_1}, \ldots, c_{m_n})$, откуда следует рекурсивность p и конструктивность ν. Теорема доказана.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. *Если модель $\mathfrak{M}$ имеет позитивную неконструктивную нумерацию, то всякое хорновское $\exists\forall$-предложение, истинное в $\mathfrak{M}$, истинно и в некотором собственном позитивно представимом гомоморфном образе модели $\mathfrak{M}$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО совершенно аналогично доказательству предложения 1 со ссылкой, в соответствующих местах, на теорему 2 вместо теоремы 1.

В формулировке теоремы 2 нельзя заменить универсальные хорновские предложения на экзистенциальные, так же как в формулировке предложения 2 хорновские $\exists\forall$-предложения - на хорновские $\forall\exists$-предложения, поскольку соответствующие контрпримеры из §1 состояли из хорновских предложений, не выполняющихся во всех (а тем более в позитивно представимых) собственных гомоморфных образах.

Из доказательства теоремы 2 видна существенность хорновости предложений, однако вопрос о возможности замены в условии этой теоремы хорновских предложений произвольными универсальными остается открытым. Автор полагает, что такую замену сделать нельзя и этот факт находит свое выражение в следующем предположении.

ГИПОТЕЗА. *Существует такая позитивно представимая конструктивизируемая модель, что подходящее рекурсивно-перечислимое множество универсальных предложений выполняется в ней и не выполняется в любом собственном позитивно представимом гомоморфном образе этой модели.*

Литература

1. ГОНЧАРОВ С.С. Модели данных и языки их описания //Логико-математические основы проблемы МОЗ. - Новосибирск, 1985. - Вып. 107: Вычислительные системы. -С. 52-70.

2. ГОНЧАРОВ С.С., ДЗГОЕВ В.Д. Позитивные модели и абстрактные типы данных //Прикладные аспекты математической логики. - Новосибирск, 1987. -Вып. 122: Вычислительные системы. - С. 47-58.

3. ЕРШОВ Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. -М.: Наука, 1980.

4. КАСЫМОВ Н.Х. Логические программы без равенства и конструктивные представления //Прикладные аспекты математической логики. - Новосибирск, 1987. -Вып. 122: Вычислительные системы. -С. 3-18.

5. МАЛЬЦЕВ А.И. Конструктивные алгебры. 1 //Избранные труды, т. 2. -М., 1976. - С. 134-185.

6. KAMIN S. Some definitions for algebraic data type specifications //SIGPLAN Not. - 1979. -Vol. 14, N 3. -P. 28-37.

7. LLOYD I.W. Foundations of Logic Programming. - Springer-Verlag, 1984.

Поступила в ред.-изд.отд.

21 марта 1990 года