ЭКСПЕРТНЫЕ СИСТЕМЫ И АНАЛИЗ ДАННЫХ
(Вычислительные системы)
1991 год Выпуск 144

УДК 621.31:534.4

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ КОМПЕНСАЦИИ НЕОБРАТИМЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ АМПЛИТУДНЫХ ИСКАЖЕНИЙ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА ПО ОЦЕНКАМ КОВАРИАЦИЙ

А.В. Кельманов

Введение

Оценки ковариаций и спектральной плотности случайного процесса лежат в основе большинства известных способов выделения признаков речевого сигнала, используемых в системах распознавания, компрессии и синтеза речи. В трактах связи микрофон - система автоматической обработки речи сигнал зачастую подвергается нелинейным амплитудным искажениям, приводящим к существенным искажениям оценок спектрально-ковариационных признаков и, в конечном итоге, к значительному повышению ошибок распознавания, потере разборчивости и качества восстановленной по этим оценкам речи [1]. В связи с этим возникает задача борьбы с нелинейными амплитудными искажениями. Решение этой задачи зависит от того, какая информация об искажении имеется в распоряжении.

Если искажающая функция известна или оценена, можно устранить искажения путем обратного преобразования (если таковое существует и однозначно) искаженного сигнала и последующего оценивания ковариаций, спектральной плотности и признаков. Если амплитудное искажение (известное или оцененное) сигнала необратимо (что характерно для речевых трактов связи), можно попытаться компенсировать это искажение путем оценивания ковариа -

ций и спектральной плотности по оценкам ковариаций искаженного сигнала при условии, что ковариационная функция неискаженного сигнала однозначно определяется по ковариациям искаженного. Очевидно, что подобная ковариационная компенсация допустима и в том случае, когда амплитудное искажение обратимо.

Цель данной работы заключается в разработке, обосновании и исследовании ковариационного метода компенсации нелинейных амплитудных искажений речевого сигнала.

Решение проблемы производится в следующем порядке. Сначала рассматривается вопрос о нелинейных амплитудных искажениях стационарных гауссовских процессов. Показывается, что ковариации искаженного процесса являются функцией от ковариаций неискаженного (исходного) процесса. Отмечается, что эта функция не всегда обратима. Затем вводится естественное предположение о том, что при нелинейных преобразованиях (искажениях) негауссовских стационарных случайных процессов ковариации искаженного процесса также являются функцией от ковариаций неискаженного. Выдвигается требование обратимости этой функции, и рассматриваются оценки ковариаций и спектральной плотности исходного неискаженного процесса, которые получаются после подстановки оценок ковариаций искаженного процесса в упомянутую обратную функцию. Указываются условия, при которых оценки будут состоятельными. Состоятельность оценок дает асимптотическое решение проблемы компенсации.

Поскольку результаты носят асимптотический характер, в работе исследуется точность оценок в зависимости от объема выборки. Производится моделирование компенсации искажений для гауссовских процессов и речевых сигналов. При этом анализируется вопрос о допустимости аппроксимации зависимости, связывающей ковариации искаженного и неискаженного речевого сигнала, функцией, описывающей эту зависимость при искажении стационарных гауссовских процессов.

1. Постановка задачи

Пусть $x(t)$, $-\infty < t < \infty$, - непрерывный речевой сигнал, а $x_n = x(nT)$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, - дискретные значения (отсчеты) этого сигнала, взятые через равные промежутки времени T. Будем считать, что на коротких участках длительностью T_a, содержащих N отсчетов, сигнал является реализацией стационарного случайного процесса, который полностью описывается своим одномерным распределением P_x (отличным от гауссовского) и ковариационной функцией. Под амплитудным искажением будем понимать нелинейное преобразование $y(t) = f[x(t)]$ или $y_n = f(x_n)$.

Пусть $\mathcal{M}x_n = M_x$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, - математическое ожидание процесса $\{x_n\}$, а $\sigma_x(m)$ и $\rho_x(m)$ - его ковариационная и корреляционная последовательности:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x(m) &= \mathrm{cov}(x_n, x_{n+m}) = \mathcal{M}(x_n - M_x)(x_{n+m} - M_x), \\ \rho_x(m) &= \sigma_x(m)/\sigma_x(0), \; m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Допустим, что спектральная функция процесса $\{x_n\}$ абсолютно непрерывна, а его спектральная плотность есть $s_x(\lambda)$, $-\pi \le \lambda \le \pi$. Тогда [2]

$$\sigma_x(m) = \int_{-\pi}^{\pi} s_x(\lambda) \cos\lambda m \, d\lambda =$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\lambda m} s_x(\lambda) d\lambda, \; m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{2}$$

Как известно [2], если

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} |\sigma_x(m)| = \sigma(0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} |\sigma_x(m)| < \infty, \tag{3}$$

то спектральная плотность непрерывна и

$$s_x(\lambda)= \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sigma_x(m)\cos\lambda m= \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sigma_x(m)e^{j\lambda m} . \qquad (4)$$

Для искаженного (преобразованного) процесса $\{y_n\}$ формулы аналогичны.

Символами $c_{xN}(m)$ и $r_{xN}(m)$ обозначим оценки ковариаций и корреляций процесса $\{x_n\}$:

$$\left.\begin{aligned} c_{xN}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-m} (x_n - M_x)(x_{n+m} - M_x) , \\ r_{xN}(m) &= c_{xN}(m)/c_{xN}(0), \ m= 0,1,2,\ldots,N-1 , \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

а символом $\hat{s}_{xN}(\lambda)$ - сглаженную оценку спектральной плотности:

$$\hat{s}_{xN}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-m_N}^{m_N} k\left(\frac{n}{m_N}\right) c_{xN}(n)\cos\lambda n , \qquad (6)$$

где $\{m_N\}$ - некоторая последовательность целых чисел, зависящих от N таким образом, что $m_N \to \infty$, $m_N/N \to 0$ и $m_N^2/N \to \infty$ при $N \to \infty$, а $k(z)$ - функция (корреляционное окно), удовлетворяющая определенным требованиям,которые выпишем позднее. Для процесса $\{y_n\}$ формулы аналогичны. Отметим, что при ограничениях на четвертые моменты процесса $\{x_n\}$ оценки (5) и (6) состоятельны [2].Ниже индекс N , указывающий на зависимость оценок от объема выборки, опущен.

Предположим, что искажение f (обратимое или нет) порождает зависимость $\sigma_y(m) = \theta[\sigma_x(m)]$. При этом θ известна (оценена или найдена по f). Пусть наблюдается реализация искаженного процесса $\{y_n\}$, $n = 1,2,\ldots, N$. Зададимся целью оценить ковариации $\sigma_x(m)$ и спектральную плотность

$s_x(\lambda)$ неискаженного процесса по оценкам $c_y(m)$ ковариаций искаженного. Очевидно, что проблема компенсации будет решена асимптотически, если полученные оценки будут состоятельными.

2. Зависимость между ковариациями до и после искажения стационарных гауссовских процессов

Как известно, ковариационная функция $\sigma_y(m)$ искаженного процесса $\{y_n\}$ находится по его двумерному распределению, которое, в свою очередь, определяется по двумерному распределению неискаженного процесса $\{x_n\}$, и искажающей функции. При этом сделанное выше предположение о том, что искажение f порождает зависимость $\sigma_y(m) = \theta[\sigma_x(m)]$, выглядит, вообще говоря, неочевидным. Поэтому поясним сделанное допущение на примере стационарных гауссовских процессов. Для этого приведем теоремы об их нелинейных преобразованиях.

Все результаты, касающиеся преобразований нормальных процессов, базируются на теореме Прайса, которая была сформулирована им в общем виде для n-мерных распределений. Так как при цифровой обработке речевых сигналов в большинстве случаев требуются лишь двумерные распределения, ограничимся изложением теоремы в упрощенном виде.

ТЕОРЕМА 1 [3,4]. *Пусть* f *– обобщенная функция, а* x *и* z *– совместно гауссовские случайные величины с нулевыми средними, единичными дисперсиями и коэффициентом корреляции* ρ *. Тогда*

$$\frac{d^k}{d\rho^k}\mathcal{M}[f(x)f(z)] = \mathcal{M}[f^{(k)}(x)f^{(k)}(z)]. \qquad (7)$$

Если в (7) положить $y = f(x)$, $x = x(t)$ и $z = x(t+\tau)$, а через $d_x^2 = \sigma_x(0)$ обозначить дисперсию процесса $x(t)$, то

$$\frac{d^k}{d\rho_x^k}\mathcal{M}[y(t)y(t+\tau)] =$$

$$= \frac{d_x^{2k-2}}{2\pi\sqrt{1-\rho_x^2(\tau)}} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} f^{(k)}(x) f^{(k)}(z) \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{1}{2d^2[1-\rho_x^2(\tau)]} [(x-\mathcal{M}x)^2 - \right.$$

$$\left. - 2\rho_x(\tau)(x-\mathcal{M}x)(z-\mathcal{M}z)+(z-\mathcal{M}z)^2]\right\} dxdz . \quad (8)$$

Формула (8) показывает, что ковариационная функция случайного процесса $y(t)$ после нелинейного преобразования находится из решения обыкновенного дифференциального уравнения k-го порядка. Начальные условия находятся из (8) при $\rho_x = 0$, т.е. при $\tau \to \infty$. Из этой формулы непосредственно следует

$$\frac{d^i}{d\rho_x^i} \mathcal{M}[y(t)y(t+\tau)]\Big|_{\rho_x=0} =$$

$$= \frac{d_x^{2i-2}}{2\pi}\left\{ \int\limits_{-\infty}^{\infty} f^{(i)}(x)\exp\left[-\frac{x^2}{2d_x^2}\right]dx \right\}^2, \quad (9)$$

$$i = 0,1,\ldots, k-1 .$$

Таким образом, ковариации искаженного сигнала $y(t)$ являются функцией от ковариаций исходного гауссовского сигнала $x(t)$. Отметим, что если выполняется (8), то исходный процесс должен быть нормальным [5].

По условию теоремы нелинейное преобразование (искажение) должно быть представимо в виде обобщенной функции. Это всего лишь ограничение на интегрируемость, но не на непрерывность искажающей функции. Поэтому допустимыми оказываются необратимые преобразования,имеющие разрывы в виде скачков,в которых производные в правой части (7) обращаются в δ-функции.Этот примечательный факт имеет весьма важное значение с практической точки зрения,поскольку указывает на возможность компенсации скачкообразных (например, кусочно-постоянных) необратимых искажений.

Следующие две теоремы позволяют установить вид функции, связывающей ковариации искаженного и неискаженного нормального процесса.

ТЕОРЕМА 2 (о разложении в ряд) [6,7]. *Если стационарный гауссовский процесс* $x(t)$ *имеет* $\mathcal{M}x(t) = 0$, $\sigma_x(\tau) = d_x^2\rho_x(\tau)$ *и если для преобразованного процесса* $y(t) = f[x(t)]$ *существует* $\mathcal{M}y^2(t)$*, то*

$$\mathcal{M}y(t) = a_0\,,\ \mathcal{M}[y(t)y(t+\tau)] = \sum_{k=0}^{\infty} a_k^2\,\frac{\rho_x^k(\tau)}{k!}\,,$$

$$a_k = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(d_x x)\,\mathcal{H}_k(x)\exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]dx\,, \tag{10}$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $\mathcal{H}_k(x)$ *- многочлены Эрмита.*

ТЕОРЕМА 3 (об аппроксимации) [5,8]. *Если в условиях теоремы 2*

$$y = f(x) = \sum_{i=0}^{n} b_i x^i\,, \tag{11}$$

то

$$\frac{d^n}{d\rho_x^n}\,\mathcal{M}[y(t)y(t+\tau)] = (b_n n!)^2 d_x^{2n}\,. \tag{12}$$

Теоремы 2 и 3 показывают, что если нелинейное преобразование может быть представлено (аппроксимированно) полиномом n-й степени, то ковариационная функция после этого преобразования будет полиномом n-й степени от корреляционной функции исходного процесса. Если преобразование носит кусочно-полиномиальный характер и имеет в местах стыка угловые точки, то при достаточно больших n производная нелинейного преобразования будет равна сумме δ-функций и вычисление интегралов (8) и (9) становится элементарным.

Из этих же теорем видно, что функция, обратная к функции связывающей ковариации искаженного процесса с ковариациями неискаженного, может быть необратимой и неоднозначной. Поэтому ковариационная компенсация искажений не всегда возможна.

Таким образом, приведенные теоремы позволяют находить ковариационную функцию после нелинейных преобразований стационарных гауссовских процессов в форме:

$$\sigma_y(m) = \theta[\sigma_x(m)],\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \tag{13}$$

где θ - решение уравнения (8). При этом для осуществления ковариационной компенсации необходимо существование однозначной обратной функции:

$$\sigma_x(m) = \theta^{-1}[\sigma_y(m)] = H[\sigma_y(m)],\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{14}$$

3. Компенсация искажений стационарных случайных процессов

Если функция распределения случайного процесса отлична от нормальной, то нахождение ковариационной функции искаженного сигнала в форме (13) обычно затруднено. Однако ничто не мешает предположить, что таковая зависимость имеется. Можно, по крайней мере, аппроксимировать ее зависимостью, справедливой для гауссовских процессов. Как будет показано ниже, для речевых сигналов подобная аппроксимация вполне оправдана.

Для того чтобы отличать рассматриваемые оценки, введем определения.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Оценки типа (5) и (6) будем называть прямыми, т.е. такими, которые позволяют оценивать ковариационно-спектральные характеристики непосредственно наблюдаемого временного ряда. При этом индекс x у этих оценок соответствует оцениванию по неискаженным наблюдениям, а индекс y - по искаженным.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Если преобразование (искажение) $y_n = f(x_n)$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, порождает зависимость между ковариациями (13), для которой существует однозначная обратная функция (14), то преобразование (искажение) f будем называть ковариационно обратимым.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Если f ковариационно обратимо, то оценки подстановки вида

$$\tilde{c}_x(m) = \theta^{-1}[c_y(m)] = H[c_y(m)], \quad m = 0,1,2,\ldots,N-1, \tag{15}$$

будем называть обратными оценками ковариаций, а оценки вида

$$\tilde{s}_x(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-m_N}^{m_N} k\left(\frac{n}{m_N}\right) c_x(n)\cos\lambda n, \quad -\pi \le \lambda \le \pi, \tag{16}$$

т.е. оценки спектральной плотности по обратным оценкам ковариаций, компенсационными оценками спектральной плотности.

К оценкам (15),(16) подходит и другое название, например, корректирующие оценки или оценки по косвенным наблюдениям. Каждое из названий отражает суть решаемой задачи. Однако введенное определение позволяет отличить от рассматриваемого тот случай, когда имеется спектральная обратимость (по аналогии с определением 2), и можно говорить об обратных оценках спектральной плотности и компенсационных оценках ковариаций.

Далее будем считать, что моменты четвертого порядка процесса $\{y_n\}$ существуют. Обозначим через

$$\varkappa_y(m,l,k)=\mathcal{M}(y_n-M_y)(y_{n+m}-M_y)(y_{n+l}-M_y)(y_{n+k}-M_y)-$$
$$-\ [\sigma_y(m)\sigma_y(l-k)+\sigma_y(l)\sigma_y(m-k)+\sigma_y(k)\sigma_y(m-l)],$$
$$n=0,\pm1,\pm2,\ldots, \tag{17}$$

семиинвариант четвертого порядка процесса $\{y_n\}$. Следующие две теоремы дают решение проблемы компенсации искажений. Их доказательство состоит в применении теорем о непрерывности и теорем о предельных распределениях статистик [9] к функциям от прямых оценок, свойства которых описаны в [2].

ТЕОРЕМА 4. *Пусть стационарный случайный процесс* $\{x_n\}$, $n=0,\pm1,\pm2,\ldots$, *имеющий* $\mathcal{M}x_n^2<\infty$, *подвергается такому нелинейному ковариационно обратимому преобразованию* $y_n=f(x_n)$, *что* $\sigma_x(m)=$ $=H[\sigma_y(m)]$, $m=0,\pm1,\pm2,\ldots$, *где* H *дифференцируема в точках* $\sigma_y(m)$ *и* $\mathcal{M}y_n^4<\infty$. *Тогда если*

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sigma_y^2(m)<\infty,\quad \Big|\sum_{l=-\infty}^{\infty}\varkappa_y(m,-l,k-l)\Big|<\infty,$$

то при $N\to\infty$ *имеет место сходимость*

$$\sqrt{N}\ (\vec{\tilde{c}}_x-\vec{\sigma}_x)\Rightarrow\vec{\xi}\,H\ , \tag{18}$$

где $\vec{\tilde{c}}_x=[\tilde{c}_x(0),\ldots,\tilde{c}_x(n^*)]$, $\vec{\sigma}_x=[\sigma_x(0),\ldots$ $\ldots,\sigma_x(n^*)]$, $H=\{h_{mk}\}$ *- матрица производных размера* $(n^*+1)\times(n^*+1)$, *элементы которой* $h_{mk}=0$ *при* $m\neq k$ *и* $h_{mm}=H'[\sigma_y(m)]$ *при* $m=k$; $\vec{\xi}=$ $=[\xi(0),\ldots,\xi(n^*)]\in\Phi[0,\Sigma_\xi]$, *где* $\Phi[0,\Sigma_\xi]$ -

нормальное распределение с параметрами $(0, \Sigma_\xi]$. *При этом предельные ковариации обратных оценок равны*

$$\lim_{N\to\infty} N\mathrm{Cov}[\tilde{c}_x(m), \tilde{c}_x(k)] =$$

$$= H'[\sigma_y(m)]H'[\sigma_y(k)]\mathrm{Cov}[\xi(k), \xi(m)] =$$

$$= H'[\sigma_y(m)]H'[\sigma_y(k)]\times \lim_{N\to\infty} N\mathrm{Cov}[c_y(m), c_y(k)] =$$

$$= H'[\sigma_y(m)]H'[\sigma_y(k)] \sum_{l=-\infty}^{\infty} [\sigma_y(l)\sigma_y(l+m-k) +$$

$$+ \sigma_y(l-k)\sigma_y(l+m) + \varkappa_y(m,-l,k-l)]. \tag{19}$$

Поскольку обратную оценку ковариаций можно представить в виде:

$$\tilde{c}_x(m) = H[c_y(m)] = H[\sigma_y(m) + \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{N}(c_y(m) - \sigma_y(m))],$$

справедливость теоремы 4 следует из теоремы 1 [9] для предельных распределений статистик первого типа и теоремы 8.3.3 [2] при учете конечности сумм, указанных в условиях теоремы.

Для компенсационных оценок спектральной плотности справедлива

ТЕОРЕМА 5. *Пусть стационарный случайный процесс* $\{x_n\}$, $n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, *имеющий* $\mathcal{M}x_n^2 < \infty$, *подвергается такому нелинейному ковариационно обратимому преобразованию* $y_n = f(x_n)$, *что* $\sigma_x(m) = H[\sigma_y(m)]$, $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, *где* H *дифференцируема в точках* $\sigma_y(m)$ *и* $\mathcal{M}y_n^4 < \infty$. *Тогда если*

1) $k(z) = k(-z)$ *- функция, непрерывная на* $[-1, 1]$, $k(0) = 1$, $|k(z)| \le M$ *для некоторого* M *и всех* $|z| \le 1$ *и*

$$\lim_{z\to 0}[1-k(z)]/z^2 = k^* > 0;$$

2) $\{m_N\}$ – некоторая последовательность целых чисел такая, что $m_N \to \infty$, $m_N/N \to 0$ и $m_N^2/N \to \infty$ при $N \to \infty$;

3) $\sum_{m=-\infty}^{\infty} |\sigma_x(m)| < \infty$, $\sum_{m=-\infty}^{\infty} |m|^{1/2} |\sigma_y(m)| < \infty$, $\sum_{m,l,k=-\infty}^{\infty} |\varkappa_y(m,l,k)| < \infty$, то при $N\to\infty$ ..еет место сходимость

$$\sqrt{\frac{N}{m_N}}[\tilde{s}_x(\lambda)-s_x(\lambda)] \Rightarrow \eta(\lambda) \in \Phi[0,\sigma^2_{\eta(\lambda)}], \ -\pi \le \lambda \le \pi, \tag{20}$$

причем предельные дисперсии и ковариации даются формулами:

$$\lim_{N\to\infty} \frac{N}{m_N} \operatorname{Var} \tilde{s}_x(0)=\operatorname{Var} \eta(0)= 2[s_y^*(0)]^2 \int_{-1}^{1} k^2(z)dz, \tag{21}$$

$$\lim_{N\to\infty} \frac{N}{m_N} \operatorname{Var} \tilde{s}_x(\pm\pi)=\operatorname{Var} \eta(\pm\pi) =$$

$$= 2[s_y^*(\pi)]^2 \int_{-1}^{1} k^2(z)dz, \tag{22}$$

$$\lim_{N\to\infty} \frac{N}{m_N} \operatorname{Var} \tilde{s}_x(\lambda) = \operatorname{Var} \eta(\lambda) =$$

$$= [\tilde{s}_y(\lambda)]^2 \int_{-1}^{1} k^2(z)dz, \tag{23}$$

$$\lim_{N\to\infty} \frac{N}{m_N} \operatorname{cov}[\tilde{s}_x(\lambda_1), \tilde{s}_x(\lambda_2)] =$$

$$= \operatorname{cov}[\eta(\lambda_1), \eta(\lambda_2)] = 0, \quad \lambda_1 \neq \pm\lambda_2, \qquad (24)$$

где

$$s_y^*(\lambda) = H'[0] s_y(\lambda) = H'[0] \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sigma_y(m) \cos \lambda m. \qquad (25)$$

Для доказательства заметим, что в силу свойств функции $k(z)$ при $N \to \infty$ имеет место сходимость [2]:

$$s_{xN}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-m_N}^{m_N} k\left(\frac{n}{m_N}\right) \sigma_x(n) \cos \lambda n \to$$

$$\to \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_x(n) \cos \lambda n = s_x(\lambda).$$

Поэтому, учитывая, что в условиях теоремы 5 справедлива теорема 4, по третьей теореме непрерывности [9] имеем:

$$\sqrt{\frac{N}{m_N}} [\tilde{s}_x(\lambda) - s_{xN}(\lambda)] =$$

$$= \sqrt{\frac{N}{m_N}} \left[\frac{1}{2\pi} \sum_{n=-m_N}^{m_N} \left(\frac{n}{m_N}\right) \tilde{c}_x(n) \cos \lambda n - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-m_N}^{m_N} k\left(\frac{n}{m_N}\right) \sigma_x(n) \cos \lambda n \right] =$$

$$=\sqrt{\frac{N}{m_N}}\left\{\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-m_N}^{m_N} k\left[\frac{n}{m_N}\right]\cos\lambda n\left[\sigma_x(n)+\frac{\sqrt{\frac{N}{m_N}}}{\sqrt{\frac{N}{m_N}}}(\tilde{c}_x(n)-\sigma_x(n))\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-m_N}^{m_N} k\left[\frac{n}{m_N}\right]\sigma_x(n)\cos\lambda n\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{m_N\to\infty}\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-m_N}^{m_N} k\left[\frac{n}{m_N}\right]H'[\sigma_y(n)]\xi(n)\cos\lambda n=\eta(\lambda),$$

где $\xi(n)\in \Phi[0,\sigma_\xi^2]$ - случайная величина из теоремы 4. Для нахождения предельных дисперсий и ковариаций заметим, что при ограничениях на четвертые моменты, которые следуют из условия 3 :

$$\frac{N}{m_N}\operatorname{cov}[\tilde{s}_x(\lambda_1)\tilde{s}_x(\lambda_2)]=$$

$$=\frac{N}{(2\pi)^2 m_N}\sum_{m,n=-m_N}^{m_N} k\left(\frac{n}{m_N}\right)\left(\frac{m}{m_N}\right)\cos\lambda_1 n\cdot\cos\lambda_2 m\times$$

$$\times H'[\sigma_y(m)]H'[\sigma_y(n)]\operatorname{cov}[\xi(n),\xi(m)]$$

(сравните с формулой (44) в доказательстве теоремы 9.3.4 из [2]). Дальнейший вывод результатов (21)-(24) аналогичен доказательству теоремы 9.3.4 [2]. При этом необходимо учесть наличие мультипликативного члена $H'[\sigma_y(m)]H'[\sigma_y(n)]$ под знаком сумм. Если заметить, что вместе с (48) в теореме 9.3.4 в нашем случае при тех же условиях справедливо:

$$\left|k\left(\frac{k-j}{m_N}\right)k\left(\frac{i-k}{m_N}\right)H'[\sigma_y(j)]H'[\sigma_y(i)]-k^2\left(\frac{k}{m_N}\right)\{H'[\sigma_y(k)]\}^2\right|\to 0,$$

а наряду с (51) из этой же теоремы следует

$$\lim_{m_N\to\infty}\sum_{k=-m_N}^{m_N}\frac{1}{m_N}k^2\left(\frac{k}{m_N}\right)[H'[\sigma_y(k)]]^2 =$$

$$=\lim_{m_N\to\infty}\sum_{k=-m_N}^{m_N}\frac{1}{m_N}k^2\left(\frac{k}{m_N}\right)\left[H'\left(\sigma_y\left(\frac{k}{m_N}\cdot m_N\right)\right)\right]^2 =$$

$$=\int_{-1}^{1}k^2(z)\{H'[\sigma_y(\infty)]\}^2dz=\{H'(0)\}^2\int_{-1}^{1}k^2(z)dz,$$

то вывод окончательных результатов становится элементарным.

Асимптотически нормальным будет и совместное распределение оценок $\tilde{s}_x(\lambda_1),\ldots,\tilde{s}_x(\lambda_n)$ для любого фиксированного числа значений λ. Условия 1 и 2 вместе с конечностью второй суммы в условиях 3 соответствуют оцениванию с применением наиболее распространенных корреляционных окон $k(z)$: Хэмминга, Хэннига, Даниэля, Блэкмена-Тьюки и Парзена (см. теорему 9.3.3 в [2]).

Очевидно, что теоремы 4 и 5 справедливы для стационарных гауссовских процессов $\{x_n\}$. Однако условия суммируемости 4-х моментов искаженного процесса $\{y_n\}$ выглядят обременительно для практики и интерпретации результатов. Поэтому в целях более наглядной трактовки результатов докажем утверждения теорем для гауссовских процессов при других условиях. Для этого заметим, что в подавляющем большинстве случаев анализа временных рядов (в том числе при обработке речевых сигналов) можно считать, что, начиная с некоторой задержки, ковариации процесса равны нулю.

ТЕОРЕМА 6. *Пусть стационарный гауссовский процесс* $\{x_n\}$, $n=0,\pm1,\pm2,\ldots$, *имеющий* $\mathcal{M}x_n^2<\infty$ *и*

$\sigma_x(m) = 0$ *при* $|m| > m^*$, *подвергается такому нелинейному ковариационно обратимому преобразованию* $y_n = f(x_n)$, *что* $\sigma_x(m) = H[\sigma_y(m)]$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, H *дифференцируема в точках* $\sigma_y(m)$ *и* $\mathcal{M} y_n^2 < \infty$. *Тогда при* $N \to \infty$ *имеют место* (18) *и* (19).

ТЕОРЕМА 7. *Пусть выполнены условия теоремы 6 и условия 1 и 2 теоремы 5. Тогда при* $N \to \infty$ *справедливы* (20)-(25).

Поскольку $\sigma_x(m) = 0$ при $|m| > m^*$, первая сумма в условии 3 теоремы 5 конечна. Далее рассмотрим два случайных вектора $(x_{n+1}, \ldots, x_{n+m})$ и $(x_{n+m+l}, \ldots, x_{n+m+l+k})$. Так как для любого n при $m > m^*$ векторы некоррелированы, в силу гауссовости процесса $\{x_n\}$ векторы будут независимы. Поэтому независимыми будут векторы $(y_{n+1}, \ldots, y_{n+m})$ и $(y_{n+m+l}, \ldots, y_{n+m+l+k})$ и, следовательно $\sigma_y(m) = 0$ при $m > m^*$, что влечет конечность сумм, включающих $\sigma_y(m)$ в условиях теорем 4 и 5. Наконец, отметим, что при $m \le l \le k$ $\varkappa_y(m,l,k) = 0$, если $m > m^*$, $l-m > m^*$ и $k-l > m^*$, и, так как семиинварианты $\varkappa_y$ обладают свойством симметрии [2], конечными будут суммы, включающие $\varkappa_y$.

Таким образом, приведенные теоремы показывают, что обратные оценки ковариаций и компенсационные оценки спектральной плотности ведут себя асимптотически так же, как и прямые оценки, т.е. асимптотически не смещены, нормально распределены и имеют дисперсию того же порядка.

4. Моделирование компенсации искажений гауссовских процессов

Компенсация искажений стационарных случайных процессов проводилась на примере искаженных гауссовских процессов авторегрессии. В качестве искажения было взято необратимое преобразование, которое обычно называют клиппированием:

$$y_n = f(x_n) = \begin{cases} 1, & x_n \geq 0, \\ -1, & x_n < 0, \ n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \end{cases} \qquad (26)$$

Из теоремы 1-3 следует, что искажение (26) корреляционно обратимо. При этом

$$\rho_x(m) = \sin[\tfrac{\pi}{2}\rho_y(m)], \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \qquad (27)$$

и информация о дисперсии неискаженного процесса теряется. Отметим, что определение корреляционной обратимости аналогично определению ковариационной, а для обратных оценок корреляций справедливы аналоги теорем 4 и 5.

Моделирование компенсации осуществлялось на сгенерированных выборках (окнах анализа), содержащих 25, 50, 200, 256, 300 отсчетов. Остановимся на результатах обратного оценивания корреляций для процессов авторегрессии первого и второго порядка (данные для компенсационных оценок спектральной плотности аналогичны). Расчетные данные показывают близость (отличие в 3-м, 4-м знаках) прямых и обратных оценок корреляций при $N \geq 200$, Поскольку при выделении признаков речевых сигналов обычно используются окна анализа, содержащие 200-300 отсчетов (при частоте квантования 10 кГц), полученные данные можно считать удовлетворительными. Более полные экспериментальные данные (графики и численные оценки), иллюстрирующие характер искажений исходного сигнала, его корреляционной функции и высокую эффективность компенсации искажений, приведены в [10-13].

5. Компенсация искажений речевых сигналов

Если клиппированию по формуле (26) подвергается речевой сигнал, то соотношение (27) может не выполняться, так как функция распределения для речевого сигнала отлична от гауссовской. Тем не менее в [10] показано, что (27) весьма точно аппрокси -

мирует реальную зависимость между корреляциями. Поэтому, учитывая замечания к теореме 1, можно считать, что речевой сигнал допускает аппроксимацию гауссовским процессом. Более подробные данные, подтверждающие возможность компенсации необратимых искажений для отдельных фонем, слов и фраз, приведены в [10-13].

Известно, что речевой сигнал адекватно описывается моделью авторегрессии невысокого порядка. Речь, восстановленная по параметрам авторегрессии, которые однозначно связаны с корреляциями сигнала (если матрица преобразования невырождена), практически не отличается от исходной, а надежность распознавания речевых сигналов по этим параметрам достигает 99-100%. В этой связи любопытен эксперимент по восстановлению искаженного речевого сигнала при помощи параметров авторегрессии, рассчитанных по обратным оценкам корреляций.

Речевой сигнал в диапазоне частот телефонного канала, проквантованный 8-ми разрядным аналого-цифровым преобразователем, аппроксимировался моделью авторегресии 8-го порядка при окне анализа, содержащем 128 отсчетов. Окно анализа при обработке сигнала последовательно сдвигалось на 64 отсчета. В каждом окне анализа оценивались параметры авторегрессии. Затем сигнал был искажен при помощи преобразования (26) и при тех же окнах анализа были вычислены обратные оценки корреляций, по которым вычислялись параметры авторегрессии. После этого речевой сигнал был восстановлен по двум наборам авторегрессионных параметров и выведен на прослушивание, которое показало практически полную идентичность сигналов, что подтверждает эффективность корреляционной компенсации необратимых амплитудных искажений.

6. Обсуждение результатов. Выводы

Полученные результаты вместе с данными работ [10-13] свидетельствуют о том, что, несмотря на отличие функции распределения речевого сигнала от гауссовской, эмпирические зависимости между ковариациями речевого сигнала до и после нелинейных искажений можно с достаточной для практики точностью аппроксимировать теоретическими зависимостями, справедливыми для гауссовского случая. Поэтому, если вид амплитудного искажения (обратимого или необратимого) известен, то для ковариационной компенсации искажений речевых сигналов можно воспользоваться результатами, справедливыми для искаженных гауссовских процессов. Для этого, используя теорему Прайса, следует найти функцию, описывающую зависимость ковариаций искаженного сигнала от ковариаций неискаженного, обратить ее (если это возможно) и вычислить обратные оценки ковариаций неискаженного сигнала путем подстановки прямых оценок ковариаций искаженного сигнала в найденную обратную функцию. Подобным образом находятся компенсационные оценки спектральной плотности. Если вид амплитудного искажения неизвестен, зависимость между ковариациями или корреляциями сигнала до и после нелинейных искажений может быть успешно оценена при помощь процедуры, описанной в [10]. При этом традиционного для обработки речевых сигналов объема выборки (числа отсчетов в окне анализа) оказывается достаточно как для оценивания зависимости между ковариациями, так и для компенсации искажений.

В работе [1] показано, что величина среднеквадратического отклонения искаженных оценок (для типичных искажений сигнала) от прямых может более чем на порядок превышать среднеквадратическую ошибку для прямых оценок по неискаженному сигналу. В результате надежность распознавания речевых сигналов и разборчивость восстановленного сигнала по искаженным оценкам снижаются до непригодного для практики уровня. Полученные в работе теоретические и экспериментальные результаты свидетельствуют о том, что при нелинейных (обратимых и необратимых) амплитудных искажениях случайных процессов (в том числе речевых сигналов на участках стационарности) обратные оценки ковариаций и компенсационные оценки спектральной плотности имеют величину среднеквадратической ошибки того же порядка, что и у прямых оценок. Поскольку прямые оценки ковариаций и спектральной плотности позволяют восстанавливать и распознавать речевые сигналы с высокими разборчивостью, качеством и надежностью, подобные результаты справедливы и для обратных оценок ковариаций и компенсационных оценок спектральной плотности. Поэтому проблему компенсации необратимых нелинейных амплитудных искажений речевых сигналов можно считать решенной.

В заключение заметим, что наряду с рассмотренным ковариационным методом компенсации нелинейных амплитудных искажений можно рассмотреть спектральный метод, для реализации которого потребуется исследовать обратные оценки спектральной плотности и компенсационные оценки ковариаций. Этот метод, как и описанный, найдет применение при обработке речевых сигналов, так как на практике многие искажения или преобразования речевых сигналов интерпретируются как искажения спектральной плотности.

Литература

1. КЕЛЬМАНОВ А.В., ХАЙРЕТДИНОВА А.Г. Исследование свойств искаженных речевых сигналов //Анализ данных и знаний в экспертных системах. - Новосибирск, 1990. - Вып. 134: Вычислительные системы. -С. 140-160.

2. АНДЕРСОН Т. Статистический анализ временных рядов: Пер. с англ. /Под ред. Ю.К.Беляева. - М.: Мир, 1976. - 755 с.

3. PRICE R.A. Useful Theorem for Nonlinear Devices Having Gaussian Inputs //IRE Trans. PGIT. - 1958. - Vol. IT-4, June. - P. 69.

4. ХЕННАН Э. Многомерные временные ряды: Пер. с англ./Под ред. Ю.А.Розанова. - М.: Мир, 1974. - 575 с.

5. ДЕЧ Р. Нелинейные преобразования случайных процессов: Пер. с англ. /Под ред. Б.Р.Левина. - М.: Сов. радио. - 1965. - 207 с.

6. ЛЕВИН Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. -Т. 1.-М.: Сов.радио, 1980. - 552 с.

7. ГОРЯИНОВ В.Т., ЖУРАВЛЕВ А.Г., ТИХОНОВ В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Сов.радио, 1980. - 544 с.

8. ВИНЕР Н. Нелинейные задачи в теории случайных процессов: Пер. с англ. /Под ред. Ю.Л.Климонтовича. - М.: ИЛ, 1961. - 158 с.

9. БОРОВКОВ А.А. Математическая статистика. - М.: Наука, 1984. - 472 с.

10. КЕЛЬМАНОВ А.В., ХАМИДУЛЛИН С.А. Статистическое оценивание зависимости между первыми и вторыми моментами речевого сигнала до и после нелинейных искажений //Анализ сигналов и символьных последовательностей. - Новосибирск, 1991. -Вып.141: Вычислительные системы. - С.117-131.

11. КЕЛЬМАНОВ А.В. Корректоры нелинейно искаженной речи, основанные на методе обратных оценок //Тез. докл. 15-го Всесоюз. семинара по автоматическому распознаванию слуховых образов (АРСО-15),Таллинн, март 1989. - Таллинн,1989. -С.158-159.

12. КЕЛЬМАНОВ А.В. Алгоритмы анализа речевых сигналов по искаженным наблюдениям //Там же. - С. 206-207.

13. КЕЛЬМАНОВ А.В. Метод обратных оценок в задачах первичной обработки речевых сигналов //Автоматическое распознавание и синтез речевых сигналов. - Киев 1989. - С. 20-22 (Сб.тр. ин-та кибернетики АН УССР).

Поступила в ред.-изд.отд.

14 августа 1989 года