ЛОГИКА И СЕМАНТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ
(Вычислительные системы)

1992 год Выпуск 146

УДК 51:801

СРЕДСТВА ДИАГНОСТИКИ ОШИБОК И ЭФФЕКТИВНОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ В СИСТЕМАХ ЛОГИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В.Н.Глушкова, О.А.Ильичёва

Использование логико-математического аппарата приобретает в последние годы все большее значение при проектировании сложных динамических объектов: системно-технических комплексов анализа ситуаций и принятий решений, тренажерных систем различного типа и т.д. Масштабность и трудоемкость построения подобных систем делает необходимым их предварительное прототипирование и обработку макета.

Метод логического моделирования систем состоит в формальном описании моделируемого объекта средствами подходящей вычислимой логической спецификации и последующем ее исполнении с целью получения логического прототипа системы или анализа ошибок проектирования. Результатом исполнения соответственно могут являться модель теории, образующей спецификацию, ответы на вопросы о системе, диагностика ошибок, допущенных либо при проектировании системы, либо при составлении ее прототипа, т.е. в процессе спецификации.

Математическое обеспечение этого метода предполагает, в частности, решение задачи определения подходящей семантики спецификации, допускающей корректный контроль логических ошибок и эффективную реализацию.

В данной работе предлагается метод диагностики противоречия и неопределенности функций в логических спецификациях, заданных квазитождествами с отрицаниями в посылках импликаций и используемых в качестве индуктивных определений функций и отношений, а также приводятся оценки сложности исполнения таких спецификаций и аксиоматических описаний, представленных Δ_0-формулами [1]. Метод апробирован при разработке логических моделей космических тренажеров и в системах автоматизации семантического анализа языков программирования.

§1. Диагностика логических ошибок

Суть предлагаемого подхода состоит в выборе адекватной семантики, представленной моделью специального вида, однозначно характеризующей корректную спецификацию. Интерпретатор, разрешающий по заданной совокупности аксиом свойство существования такой модели, реализует точную диагностику возможной неполноты определения функций, противоречивости спецификации относительно равенства и использования отрицаний (переопределения функций и предикатов). Метод эффективен; при некоторых ограничениях на спецификацию сложность алгоритмов интерпретации не превышает $O(n\log n)$ по времени и $O(n)$ по памяти относительно мощности определяемых отношений.

Пусть $\Sigma = (R,F,C)$ - конечная сигнатура, в которой R - множество предикатных, F - функциональных символов, C - констант; A^* обозначает совокупность конечных списков над произвольным множеством A, Σ_t - множество замкнутых термов сигнатуры Σ, T - конечную теорию в исчислении предикатов первого порядка (с равенством), каждое предложение которой является либо атомарной формулой $a(\bar{c})$ без переменных, либо $\neg a(\bar{c})$, либо квазитождеством $\forall \bar{x}(\varphi(\bar{x}) \rightarrow \psi(\bar{x}))$, расширенным, возможно, отрицаниями в $\varphi(\bar{x})$; $\psi(\bar{x})$ есть либо $f(\bar{x}) = t(\bar{x})$, либо $r(\bar{x})$, $f \in F$, $r \in R$, t - терм. Предложения с отрицаниями должны иметь вид: $\forall\bar{x}(q(\bar{x})\ \&$ $\&\neg p(\bar{x})\ \&\ \beta(\bar{x}) \to \psi(\bar{x}))$, где q, p - квазиатомарные формулы, β - конъюнкция пар такого же вида или квазиатомарных формул. Предикат $q(\bar{x})$ играет для $\neg p(\bar{x})$ роль ограниченного квантора, т.е. $V_p \subseteq V_q$ для множеств переменных V_p и V_q формул $p(\bar{x})$ и $q(\bar{x})$.

Содержательно теория T рассматривается как совокупность индуктивных определений функций $f \in F$ и отношений $r \in R$.

Семантика спецификации (Σ, T) определяется в классе строгих инициальных моделей (характеризующих вариант "если и только если" семантики). *Модель* $\mathfrak{M} = (M, i)$ теории T - *строгая,* если для любой квазиатомарной формулы $\rho(\bar{x})$ и любого $\bar{m} \in M^*$ имеет место: если $\mathfrak{M} \models \rho(\bar{m})$ и $\rho(\bar{m}) \notin T$, то существуют предложение $\forall\bar{x}(\varphi(\bar{x}) \to \psi(\bar{x}))$ в T и подстановка $\bar{x} \to \bar{t}(\bar{y})$ такие,что при интерпретации переменных $\gamma(\bar{y}) = \bar{m}$ $\psi(\bar{t}(\bar{m}))$ есть $\rho(\bar{m})$ и $\mathfrak{M} \models \varphi(\bar{t}(\bar{m}))$.

Для теории T обладание строгими моделями эквивалентно существованию строгих N-расширений T : максимально непротиворечивое расширение теории T формулами вида $\neg p(\bar{t}_i)$ для $\bar{t}_i \in \Sigma_t^*$ и p , входящих с отрицанием в предложения T , называется *строгим* N*-расширением* T^N , если для любой квазиатомарной формулы $\psi(\bar{t})$, $\bar{t} \in \Sigma_t^*$, для которой $T^N \models \psi(\bar{t})$, $\psi(\bar{t}) \in T$, существуют предложение $\forall\bar{x}(\varphi(\bar{x}) \to$ $\to \psi(\bar{x}))$ в T и конкретизация θ: $\bar{x} \to \Sigma_t^*$ такие, что $T^N \models \varphi(\bar{t})$.

В [2] доказано, что существование у T единственного строгого N-расширения T^N эквивалентно существованию перечислимой инициальной [3] строгой модели T , являющейся инициальной в классе всех Σ-порожденных моделей теории T^N . Построение такой модели для T можно осуществить генерируя расширение T^N и реализуя для него стандартный процесс порождения инициальной модели [3] с помощью логического вывода.

Для практических приложений, в которых важна диагностика логических ошибок, удобно использовать модели из констант сигнатуры, кодирующих объекты предметной области. В этом случае предполагается, что $C \neq \emptyset$ и $c_i \neq c_j$ для любых $i \neq j$, $c_i, c_j \in C$. Поскольку модель строится по спецификации, тотальность функций требует существования следствий вида $f(\overline{c}) = c_f$ для каждой f, соответственно вывод по определениям T должен обеспечить однозначное вычисление всех $f \in F$. Способ получения инициальных моделей $\mathfrak{M} = (C, i)$ сам по себе не гарантирует вычислимости интерпретирующей функции i. Поэтому необходимо выделение вычислимого подкласса таких моделей, семантически эквивалентного множеству синтаксически "хорошо определенных", т.е. корректных спецификаций. Уточним эти понятия.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Для произвольной спецификации $(\Sigma, \mathcal{T})$ говорят, что она является:

- F-*полной*, если $\forall t \in \Sigma_t \ \exists c \in C: \ \mathcal{T} \models t = c$ и $\mathcal{T}$ ациклична;
- E-*непротиворечивой*, если $\forall c_i, c_j \in C, \ i \neq j; \ \mathcal{T} \not\models c_i = c_j$;
- N-*непротиворечивой*, если $\mathcal{T}$ непротиворечива в используемой концепции отрицания [2];
- *корректной*, если она F-полна, E- и N-непротиворечива.

Для рассматриваемого класса теорий T спецификация (Σ, T) корректна, если F-полно и E-непротиворечиво ее строгое N-расширение T^N и это T^N единственно.

Требование ацикличности совокупности индуктивных определений T гарантирует для каждой $f(\overline{c})$ существование хотя бы одного доказательства $f(\overline{c}) = c_f$, свободного от вхождений терма $f(\overline{c})$, и фактически избавляет спецификацию от неразрешимых равенств. Это свойство, адекватное содержательному представлению "правильного определения" при аксиоматизации конкретной задачи, формально моделируется выводимостью в теории T^*, полученной по T добавлением формул со специальным предикатом Def, контролирующим определенность термов: каждое предложение вида $\forall \bar{x}(\varphi(\bar{x}) \to f(\bar{x}) = t_f(\bar{x}))$ или $\forall \bar{x}(\varphi(\bar{x}) \to r(\bar{x}))$ теории T заменяется на $\forall \bar{x}(Def(\bar{x})\ \& \ \& Def(\bar{t}(\bar{x}))\ \&\ Def(t_f(\bar{x}))\ \&\ \varphi(\bar{x}) \to f(\bar{x}) = t_f(\bar{x}))$ или $\forall \bar{x}(Def(\bar{x})\ \&\ Def(\bar{t}(\bar{x}))\ \&\ \varphi(\bar{x}) \to r(\bar{x}))$ соответственно, где $Def(\bar{x})$, $Def(\bar{t})$ являются сокращением записи $Def(x_1)\ \&\ ,\dots,\ \& Def(x_n)$, $Def(t_1)\ \&\ ,\dots,\ \&\ Def(t_n)$ и вектор $\bar{t}(\bar{x})$ составляют функциональные термы t_i, непосредственно входящие в $\varphi(\bar{x})$; к полученной совокупности добавляется для каждой константы c из C предложение $Def(c)$; для каждой n-местной функции $f \in F$ присоединяется квазитождество $\forall \bar{x}, y(Def(\bar{x})\ \&\ Def(y)\ \&\ f(\bar{x}) = y \to Def(f(\bar{x})))$; атомарные формулы из T переносятся в T^*. Для всякой формулы Φ сигнатуры Σ, очевидно, имеет место: $T^* \vdash \Phi \to T \vdash \Phi$. *Теория* T является *ацикличной*, если для любой замкнутой атомарной формулы $a(\bar{c})$ сигнатуры Σ выполняется: $T \vdash a(\bar{c}) \to T^* \vdash a(\bar{c})$.

Корректной совокупности определений T однозначно соответствует инициальная модель из констант, интерпретирующее отображение которой может быть индуктивно вычислено по системе определений. Свойство индуктивной вычислимости фактически обеспечивает существование фундированного порядка на модели, при котором термы условия определения могут быть вычислены прежде определяемых значений. Формальное задание этого свойства использует понятие разложения терма на модели $\mathfrak{M} = (M, \nu)$ как совокупности $\{\langle f_i, \langle \bar{m}, m_i \rangle\rangle\}$, соответствующей значениям всех составляющих термов функций f_i для $\bar{m}, m_i \in M^*$ и $\nu(f_i)\bar{m} = m_i$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Назовем *модель* $\mathfrak{M} = (M, \nu)$ теории $\mathcal{T}$ сигнатуры *индуктивно вычислимой,* если предикат ИВ $\subseteq$ $\subseteq (X \cup \Sigma) \times M^*$, заданный нижеприведенной индуктивной схемой, разрешим на $\mathfrak{M}$ и выполняется для любых $\langle f, \langle \bar{m}, m_f \rangle\rangle$, $\langle r, \bar{m}_r \rangle$, для которых $\nu(f)\bar{m} = m_f$ и $\bar{m}_r \in \nu(r)$ в $\mathfrak{M}$. Схема:

1) $\langle c, m \rangle \in$ ИВ, если $m = \nu(c)$;

2) $\langle x, m \rangle \in$ ИВ, если $\gamma(x) = m$ - интерпретация переменных на M ;

3) $\langle f, \langle \bar{m}, m_f \rangle\rangle \in$ ИВ, если либо $f(\bar{m}) = m_f \in \mathcal{T}$, либо $\mathfrak{M} = f(\bar{m}) = m_f$ и существует определение в $\mathcal{T}$: $\forall \bar{x}(\varphi(\bar{x}) \to f(\bar{x}) = t(\bar{x}))$ такое, что при $\varphi(\bar{x}) = \bar{m}$ имеют место: а) $\mathfrak{M} \models \varphi(\bar{m})$, $\mathfrak{M} \models t(\bar{m}) = m_f$; б) разложение термов в $\varphi(\bar{m})$ и $t(\bar{m})$ принадлежит ИВ; в) для всякого $r(t_1, \ldots, t_n)$, позитивно входящего в $\varphi(\bar{m})$: $\langle r, \langle m_1, \ldots, m_n \rangle\rangle \in$ ИВ, если m_i есть значение терма t_i на M, $1 \leq i \leq n$;

4) $\langle r, \bar{m} \rangle \in$ ИВ, если $r(\bar{m}) \in \mathcal{T}$ или $\mathfrak{M} \models r(\bar{m})$ и существует определение в $\mathcal{T}$: $\forall \bar{x}(\varphi(\bar{x}) \to r(\bar{x}))$ такое, что при $\gamma(\bar{x}) = \bar{m}$ имеет место $\mathfrak{M} \models \varphi(\bar{m})$ и для $\varphi(\bar{m})$ выполняются условия 3 "б" и 3 "в".

ТЕОРЕМА 1. *Спецификация* $S = (\Sigma, T)$ *имеет индуктивно вычислимую инициальную строгую модель* $\mathfrak{M} = (C, i)$ *из констант сигнатуры* Σ *тогда и только тогда, когда* S *корректна.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО является следствием теоремы о существовании инициальной строгой модели из констант для непротиворечивой, определимой в C теории T [4] и семантической эквивалентности свойств ацикличности $\mathfrak{T}$ и индуктивной вычислимости модели $\mathfrak{M}$ при построении $\mathfrak{M}$ по спецификации $\mathbf{S}$.

Эта модель представляет теоретико-модельную семантику $\mathbf{S}$. Для спецификации $\mathbf{S}$ может быть построена эквивалентная семантика неподвижной точки, аналогично тому, как это сделано в [4]. Интерпретатор $\mathbf{I}$, реализующий эту семантику, вычисляет график функции $\mathbf{i}$ модели $\mathfrak{M}$ в областях данных, являющихся полными решетками с неопределенностью $(\perp)$ в качестве нижнего элемента и ошибкой переопределения $(\top)$ в качестве верхнего.

Интерпретатор осуществляет стратегию прямого вывода по алгоритму построения строгой инициальной модели, изложенному в [2], используя при определении $\mathfrak{M}$ только подстановки констант вместо переменных. При вычислении функций $\mathbf{f} \in \mathbf{F}$ и предикатов $\mathbf{r} \in \mathbf{R}$ выбирается максимальное по отношению к $\sqsubseteq$ $(\forall \mathbf{x}\colon \perp \sqsubseteq \mathbf{x};\ \mathbf{x} \sqsubseteq \mathbf{x};\ \mathbf{x} \sqsubseteq \mathfrak{T})$ значение по всем определениям для $\mathbf{f}, \mathbf{r}$ и подстановкам в них, равное ошибке $\mathfrak{T}$ в случае переопределения $\mathbf{f}$ или $\mathbf{r}$. Вследствие монотонности интерпретации ее результат не зависит от порядка выбора аксиом и порядка подстановок в них; в случае переопределения функции или отношения аварийная выдача содержит полный след ошибки $\mathfrak{T}$: множество данных $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{c}}), \mathbf{r}(\bar{\mathbf{c}})$, вычисление которых было "задето" ошибкой. Для интерпретатора $\mathfrak{J}$ и произвольной спецификации $\mathbf{S}$ справедлива

ТЕОРЕМА 2. а) *Интерпретатор* $\mathfrak{J}$ *строит по* $\mathbf{S}$ *модель* $\mathfrak{M}$ *, если она существует;*

б) $\mathbf{N}$*-непротиворечивая* $\mathbf{F}$*-полная спецификация* $\mathbf{S}$ *является* $\mathbf{E}$*-противоречивой тогда и только тогда, когда*

$$\exists \mathbf{f} \in \mathbf{F},\ \bar{\mathbf{c}} \in \mathbf{C}^{*}\colon\ \mathfrak{J}(\mathbf{f}, \bar{\mathbf{c}}) = \top\ ;$$

в) $\mathbf{N}$- *и* $\mathbf{E}$*-непротиворечивая спецификация* $\mathbf{S}$ *не является* $\mathbf{F}$*-полной тогда и только тогда, когда*

$\exists f \in F,\ \bar{c} \in C^*:\quad I(f,\bar{c}) = \perp;$

г) *если* S N-*противоречива, то* $\exists r \in R$, $\bar{c} \in C^*:\ I(r,\bar{c}) = \top$.

Интерпретатор обладает свойством ацикличности. Однако сложность перебора вариантов N-расширений (по критерию существования инициальной модели для теорий с отрицанием [2]) делает его недостаточно эффективным для практического применения. В [5] приводится полный алгоритм интерпретации $\mathfrak{I}$, сложность которого составляет $O(n\log n)$ по времени и $O(n)$ по памяти относительно мощности модели. Эффективность достигается за счет введения дополнительных ограничений на спецификацию, реализующих достаточный критерий существования модели $\mathfrak{M}$. Такой интерпретатор использовался при составлении логической модели тренажера КУРС и в системе генерации семантических анализаторов.

Перечисленные результаты сохраняются при расширении спецификаций на многосортные языки [6] с встроенной арифметикой.

§2. Сложность реализации логических спецификаций

Важной задачей является оценка сложности исполнения различных классов логических формул, в частности формул, рассматриваемых в рамках Σ-программирования [1]. Напомним, что исполнение (реализация) Σ-формул состоит в проверке их истинности на модели $\mathfrak{M}$ со списочной надстройкой $S(\mathfrak{M})$. Известно, что частный вид Σ-формул - Δ_0-формулы - допускают полиномиальную временную оценку исполнения их на модели $\langle \mathfrak{M}; S(\mathfrak{M})\rangle$. Для применения на практике необходимо иметь более точную оценку степени полинома и выделить классы формул, реализуемых с временной и емкостной сложностью, оцениваемой полиномами низких степеней.

В [7] вводились модели с надстройкой, порождаемой контекстно-свободными (КС) грамматиками, что позволило выделить класс Δ_0-формул, исполняемых на таких моделях за линейное время. Привлечение аппарата формальных грамматик для оценки сложности реализации логических спецификаций представляется целесообразным, поскольку специфицируемые объекты часто обладают иерархической структурой, естественно описываемой некоторой КС-грамматикой. Выделенные классы формул, в частности, использовались для спецификации космической тренажерной системы и контекстно-зависимого синтаксиса языков программирования.

1. Основные определения. Введем понятие КС-множества списков. Обозначим через $G = (T, N, P)$ КС-грамматику, где T, N, P - соответственно множества терминальных, нетерминальных символов и правил G. Пусть $I = T \cup N$, $\{C_X\}_{X \in I}$ – семейство множеств, где каждое C_X не более чем счетное множество констант.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. *Контекстно-свободное множество списков* над $C = \{C_a\}_{a \in T}$, генерируемое КС-грамматикой G, - это наименьшее множество $D_G(C)$, состоящее из всевозможных списков вида $\langle t_1, \ldots, t_n \rangle$ сорта A, если $A \to X_1 \ldots$ $\ldots X_n \in P$, $n \geq 0$, где t_i - произвольная константа из C_{X_i}, если $X_i \in T$, и произвольный список сорта X_i, если $X_i \in N$.

Множество $D_G(C)$ можно представить как $\bigcup\limits_{A \in N} D_G^A(C)$, где $D_G^A(C)$ состоит из всевозможных списков сорта A.

Будем рассматривать две модели $\mathfrak{M}$ и КС($\mathfrak{M}$) сигнатуры $\sigma = \langle I, \Sigma_0, \Sigma_1 \rangle$, множество сортов $\mathfrak{I}$ которой задается КС-грамматикой G; Σ_0, Σ_1 - множества символов операций и отношений соответственно. Модель $\mathfrak{M}$ определяется как многосортная модель сигнатуры σ с носителем $\{C_X\}_{X \in \mathfrak{I}}$. Носители сорта $a \in T$ и модели $\mathfrak{M}$ и КС($\mathfrak{M}$) совпадают, а носители сорта $A \in N$ различны, в КС($\mathfrak{M}$) носителем сорта A является множество $D_G^A(C)$. Модель КС($\mathfrak{M}$), как и модель $HFS(\mathfrak{M})$ из [1], имеет списочную надстройку сорта list, состоящую из множества списков $D_G(C)$. Пусть множества Σ_0, Σ_1 включают специфические операции и отношения для списков, приведенные в [1].

Будем использовать определение Δ_0-формул из [1], в которых применяются ограниченные кванторы вида $(\forall x \in t)\varphi$, $(\exists x \in t)\varphi$, $(\forall x \subseteq t)\varphi$, $(\exists x \subseteq t)\varphi$, где t - переменная сорта list, x - переменная сорта T или list, а также ограниченный квантор вида $\forall x \overset{*}{\in} t$, где $\overset{*}{\in}$ - транзитивное замыкание отношения $\in$. Общепринятые определения и обозначения для грамматик и многосортных моделей используются из работ [6,8].

Обозначим через $\bar{x}$ список переменных x_i, $\dot{\in}$ - отношение $\in$ или $\overset{*}{\in}$.

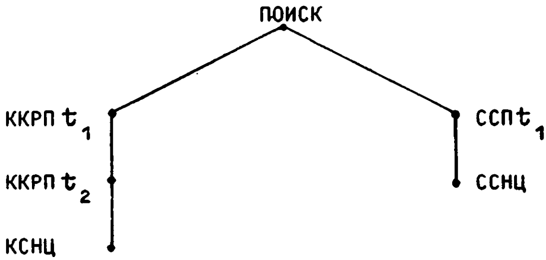
ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Назовем Δ_0-формулу Δ_0T-*формулой*, если она имеет пренексный вид

$$(\forall x_1 \dot{\in} t_1)\ldots(\forall x_m \dot{\in} t_m)\phi(\bar{x},\bar{t})$$

и ее префикс для всех $1 \le i \le m-1$ удовлетворяет условию $t_{i+1} = t_i$ или $t_{i+1} = x_k$, $k \le i$, причем если $t_{i+1} = x_k$, то $x_{i+1} \ne x_l$ и $x_{i+1} \ne t_l$, где $l \le i$.

Представим все переменные, входящие в префикс Δ_0T-формулы, вершинами графа и из каждой вершины t_i проведем дугу в вершину x_i. Исходя из ограничений, наложенных на вид префикса, индукцией по длине префикса легко доказать, что эта графовая структура имеет вид дерева с вершиной t_1. Посредством Δ_0T-формул можно описывать свойства объектов, имеющих древесную структуру, интерпретируя переменные КС-списками соответствующего сорта. КС-список представляет дерево таким образом, что отношениям принадлежности $\in$ и $\overset{*}{\in}$ соответствуют дуги прямого и иерархического подчинения соответствующих узлов.

Например, рассмотрим дерево режима ПОИСК тренажерной космической системы КУРС



Здесь нетерминальные символы ККРПt_i (ССПt_j) означают события, при которых космический корабль (станция) находится в режимах кругового (секторного) поиска в момент времени t_i (t_j). Терминальные символы КСНЦ (ССНЦ) идентифицируют события выработки сигнала наличия цели кораблем (станцией). Это дерево представляется списком сорта ПОИСК -⟨⟨⟨КСНЦ⟩⟩, ⟨ССНЦ ⟩⟩ . Будем считать, что на объектах всех сортов этого дерева определена функция ВР, задающая время функционирования события, идентифицируемого данным символов. Нижеследующие $\Delta_0 T$-формулы означают, что время уверенного приема кораблем и станцией сигнала наличия цели длится не менее 5 секунд:

$$(\forall x_{\text{ККРП}t} \overset{*}{\in} t_{\text{ПОИСК}})\ (\forall y_{\text{КСНЦ}} \overset{*}{\in} t_{\text{ПОИСК}})\ \text{BP}(y_{\text{КСНЦ}}) \geq \text{BP}(x_{\text{ККРП}t})+5^{s}$$

$$(\forall x_{\text{ССП}t} \overset{*}{\in} t_{\text{ПОИСК}})\ (\forall y_{\text{ССНЦ}} \overset{*}{\in} t_{\text{ПОИСК}})\ \text{BP}(y_{\text{ССНЦ}}) \geq \text{BP}\ (x_{\text{ССП}t})+5^{s}.$$

Следующая формула утверждает, что корабль и станция одновременно переходят в подрежимы кругового и секторного поиска

$$(\forall x_{\text{ККРП}t_1} \in t_{\text{ПОИСК}})\ (\forall y_{\text{ССП}t_1} \in t_{\text{ПОИСК}})\ \text{BP}(x_{\text{ККРП}t_1}) = \text{BP}(y_{\text{ССП}t_1}).$$

2. <u>Сложность исполнения $\Delta_0 T$-формул</u>. Определим условия эффективной реализуемости Δ_0-формул. Рассмотрим пренексную Δ_0 -формулу вида

$$(\forall x_1 \overset{*}{\in} t_1)\ldots(\forall x_m \overset{*}{\in} t_m)\phi(\bar{x},\bar{t}). \qquad (1)$$

Будем считать, что все предикаты и функции сигнатуры σ проинтерпретированы на модели $\mathfrak{M}$. Наша задача состоит в оценке сложности исполнения формулы ϕ на изоморфной $\mathfrak{M}$ модели КС($\mathfrak{M}$) относительно мощности списков. Выбор формул этого вида обусловлен тем, что их префикс допускает наибольшее количество соответствующих ему пар. При оценке времени исполнения формул вида (1) мы будем учитывать только количество различных кортежей вида $\langle c_1, d_1, \ldots, c_m, d_m \rangle$, элементы которых удовлетворяют префиксу формулы, а именно, $c_i \overset{*}{\in} d_i$, $1 \le i \le m$. Время извлечения значений предикатов и функций, входящих в формулу ϕ ,учитывать не будем,поскольку при специальной кодировке данных и представлении предикатов и функций массивами время доступа к их значениям будет константным.

Длиной префикса Δ_0-формулы назовем количество входящих в него ограниченных кванторов, а мощностью списка t - мощность множества $\{t_1 \mid t_1 \overset{*}{\in} t\}$. Пусть n - максимальная мощность одного из списков t_i, $1 \le i \le m$. Количество элементов, удовлетворяющих префиксу формулы (1), для произвольных $t_1, \ldots, t_m$ не превосходит n^{2m}, поскольку любой список t_i может содержать порядка n таких списков, сорт которых совпадает с сортами списков t_i и x_i. Временная сложность порядка $O(n^{2m})$ часто является недопустимой для практики. Наложение ограничений на вид префикса позволяет снизить оценку сложности. Действительно, для $\Delta_0 T$ -формул количество последовательностей, удовлетворяющих префиксу, не превышает $O(n^{m+1})$, поскольку число различных пар, связанных отношением $x_1 \overset{*}{\in} t_1$, не превышает n^2, а каждая следующая пара

$x_i \overset{*}{\in} t_i$, $i \geq 2$, добавляет только одну новую переменную.

Учитывая древесность структур префикса $\Delta_0 T$-формулы и списков из $D_G(C)$, а также изоморфизм моделей КС($\mathfrak{M}$) и $\mathfrak{M}$, проверку истинности формулы на модели КС($\mathfrak{M}$) можно организовать синтаксически ориентированным способом. Рассмотрим дерево, соответствующее КС-списку t_1 из $D_G(C)$. Выберем определенную стратегию его обхода, например, сверху-вниз, слева-направо и составим последовательность значений $\langle c_1, d_1, \ldots$ $\ldots, c_m, d_m \rangle$, удовлетворяющую префиксу, на которой проверяется истинность ϕ.

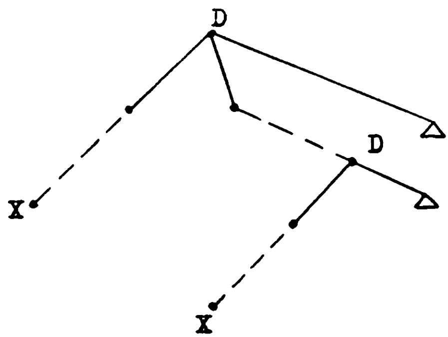
Для формирования этой последовательности можно избрать несколько стратегий. Можно за один просмотр дерева-списка сформировать одну последовательность. В этом случае необходимо n^{m+1} просмотров списка мощности n, поэтому при линейной памяти временная сложность исполнения ϕ будет иметь порядок $O(n^{m+2})$.

Мы будем следовать другой стратегии, состоящей в том, что за один просмотр списка строится множество всех пар значений $\langle c_i, d_i \rangle$, $1 \leq i \leq m$, таких, что $c_i \overset{*}{\in} d_i$ и сорта c_i, d_i совпадают с сортами x_i, t_i соответственно. Затем из пар этих множеств формируется последовательность $\langle c_1, d_1, \ldots$ $\ldots, c_m, d_m \rangle$, удовлетворяющая префиксу. При этом подходе емкостная оценка сложности исполнения формулы ϕ имеет порядок $O(n^2)$, временная - $O(n^{m+1})$. Следовательно, справедлива

ТЕОРЕМА 3. *Произвольная $\Delta_0 T$-формула с префиксом длины m исполняется на контекстно-свободной списочной надстройке КС($\mathfrak{M}$), изоморфной заданной модели $\mathfrak{M}$, со сложностью $O(n^{m+1})$ по времени и $O(n^2)$ по памяти.*

3. <u>Условия эффективной реализуемости $\Delta_0 T$-формул</u>. Используя КС-структурированность списков из $D_G(C)$, можно сформулировать условия на грамматику G, при которых наличие в списке элементов, связанных отношением $\overset{*}{\in}$, ограничено константой. В этом случае временная оценка сложности исполнения снижается.

Рассмотрим случаи, при которых КС-структурированный список содержит неограниченное число списков заданного сорта. Поскольку множества T, N конечные, это может порождаться двумя причинами. Первая - символ A является самовставляемым в грамматике G, т.е. $A \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha A \beta$, $\alpha, \beta \in I^*$. Вторая - сам символ X, $X \in \mathcal{I}$, не является самовставляемым, но КС-список, содержащий неограниченное число элементов сорта X, имеет древесную структуру вида:



Таким образом, существует самовставляемый в G символ D такой, что $D \underset{G}{\Rightarrow} \alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \beta D \gamma$ и $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \beta_1 X \gamma_1$, $\alpha, \beta, \gamma, \beta_1, \gamma_1 \in \mathcal{I}^*$.

Назовем символ X из I конечно-порожденным символом грамматики G, если он не является самовставляемым, а также для любого самовставляемого в G символа D такого, что $D \underset{G}{\Rightarrow} \alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \beta D \gamma$, не существует вывода $\alpha \overset{*}{\Rightarrow} \beta_1 X \gamma_1$.

Справедлива

ЛЕММА. *Для любого списка из* $D_G(C)$ *количество вхождений в него списков конечно-порожденных сортов ограничено константой.*

Поскольку множество $W_G(A) = \{X \mid A \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha X \beta,\ X \in I,\ \alpha,\beta \in I^*\}$ рекурсивно, то свойство конечно-порожденности является алгоритмически разрешимым для произвольных КС-грамматики G и символа X из I.

Из леммы и теоремы 1 легко получается следующий результат о верхней временной оценке исполнения $\Delta_0 T$-формул.

ТЕОРЕМА 4. *Произвольная* $\Delta_0 T$-*формула исполняется на модели КС(* $\mathfrak{M}$ *), изоморфной заданной модели* $\mathfrak{M}$ *с временной сложностью* $O(n^{m+1-k})$ *, где* m *- длина префикса формулы,* k *- количество переменных конечно-порожденных сортов. Емкостная сложность имеет порядок* $O(n)$*, если для любого* $i,\ 1 \le i \le m$ *, сорт одной из переменных* x_i, t_i *конечно-порожден.*

Литература

1. ГОНЧАРОВ С.С., СВИРИДЕНКО Д.И. Σ-программирование //Логико-математические основы проблемы МОЗ. - Новосибирск, 1985. - Вып. 107: Вычислительные системы. - С. 3-29.

2. ИЛЬИЧЁВА О.А. Инициальная семантика логических спецификаций с отрицанием //Кибернетика и системный анализ. - 1992. - № 4. - С. 17-28.

3. МАЛЬЦЕВ А.И. Алгебраические системы. - М.:Наука, 1970.- 392 с.

4. ИЛЬИЧЁВА О.А. Модели из констант для квазитождеств с отрицанием //Логические методы программирования. -Новосибирск, 1987. - Вып. 120: Вычислительные системы. - С. 52-63.

5. ИЛЬИЧЁВА О.А. Интерпретатор логических спецификаций с диагностикой ошибок //Препринт № 6(6), ВЦ АН Беларуси. - 1991.

6. ГОНЧАРОВ С.С. Модели данных и языки их описаний //Логико-математические основы проблемы МОЗ. - Новосибирск, 1985. - Вып. 107: Вычислительные системы. - С. 52-70.

7. ГЛУШКОВА В.Н. О некотором эффективно реализуемом классе Σ-формул //Тез. докл. П Всесоюз. конф. по прикладной логике.- Новосибирск. - 1988. -С. 64-65.

8. АХО А., УЛЬМАН Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.1. - М.: Мир, 1978.-С.616.

Поступила в ред.-изд.отд.
17 сентября 1992 года